

Matematiikan didaktiikkaa tutkimuksen valossa – kohti kansainvälisyyttä

Heidi Krzywacki¹, Anu Laine¹, Peter Hästö² & Markku S. Hannula¹

¹Opettajankoulutuslaitos, Helsingin yliopisto

²Matemaattisten tieteiden laitos, Oulun yliopisto

Artikkelissa tarkastellaan suomalaisen matematiikan opetuksen ja oppimisen tutkimuksen kehittymistä viimeisen kahdenkymmenen vuoden aikana. Katsaus perustuu suomalaisten tutkijoiden matematiikan didaktiikan alalla tuottamiin julkaisuihin: kansallisia julkaistuja artikkeleita löytyi 214, matematiikan didaktiikan alan väitöskirjoja 34 ja kansainvälisiä vertaisarvioituja konferenssi- tai lehtiartikkeleita 84. Alan tutkimuksesta on muodostettu yleiskuva julkaisujen teeman, käytetyn tutkimusmenetelmän, kohteena olevan ikäryhmän, tulosten sekä keskeisimpien johtopäätösten perusteella. Matematiikan didaktiikan tutkimusta kuvataan tutkimusaiheisiin perustuvassa luokittelussa, jossa nostetaan esiin suomalaisen matematiikan opetuksen, opiskelun ja oppimisen kannalta mielekkäät tutkimusteemat. Suomalainen tutkimus ei luonnollisestikaan kata kaikki matematiikan opetuksen ja oppimisen osa-alueita; jotkin tutkimuksen osa-alueet painottuvat toisia enemmän, kuten affektit matematiikan opetuksessa ja opiskelussa, kun taas osa opetukselle keskeisistä teemoista, esimerkiksi luokkahuonetutkimus, jää vaille huomiota. Suomalaisessa koulutusympäristössä muun muassa opettajan vapaus toimia oman ammattitaitonsa ja pedagogisen ajattelunsa perusteella synnyttää omat erityispiirteensä. Myös tulevaisuudessa tarvitaan matematiikan didaktiikan tutkimusta, jossa nämä erityispiirteet huomioidaan.

Avainsanat: matematiikan opetus, matematiikan oppiminen, ainedidaktinen tutkimus, kirjallisuuskatsaus

Tässä artikkelissa tarkastelemme matematiikan opetuksen ja oppimisen tutkimusta viimeisen 20 vuoden ajalta (vuosilta 1990-2009), kuvaamme kehitystä ja nostamme esiin keskeisiä tutkimuksen teemoja. Tavoitteena on luoda kokonaiskuvaa suomalaisesta tutkimuksesta kansallisesti ja kansainvälisesti sekä tarkastella suomalaista matematiikan opetusta ja oppimista tutkimuksen valossa. Artikkelin lopuksi suomalaista tutkimusperinnettä tarkastellaan myös kansainvälisen matematiikan opetuksen tutkimuksen kentässä.

Tutkimuskirjallisuuden kartoittaminen

Katsauksemme pohjaksi olemme käyneet läpi keskeisimpiä matematiikan didaktiikan tutkimuksen kansallisia ja kansainvälisiä julkaisuja, joista on poimittu kaikki suomalaisten tutkijoiden kirjoittamat matematiikan opetuksen ja oppimisen alaan liittyvät julkaisut. Kansallisia, pääosin suomen kielellä vuosina 1990-2009 julkaistuja artikkeleita oli yhteensä 214, ja ne kerättiin Kasvatus-lehdestä (22), Ainedidaktisen symposiumin (66) ja Matematiikan ja luonnontieteiden tutkimuspäivien (92) konferenssijulkaisuista. Lisäksi analyysiin otettiin mukaan suomalaisissa yliopistoissa julkaistut väitöskirjat (34), jotka liittyivät matematiikan opetuksen ja oppimisen

ilmiöihin. Kansainväliset suomalaisten tutkijoiden kirjoittamat artikkelit haettiin vuosittain järjestettävän PME –konferenssin (Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education) vertaisarvioituista julkaisuista (34) ja alan tutkimusraportteja julkaisevista lehdistä. Kansainvälisistä lehdistä etsittiin Scopus-tietokannan avulla julkaisuja vain vuosilta 2000-2009 ja niitä löytyi yhteensä 50¹. Perustelemme rajoittumista viimeiselle vuosikymmenelle kahdella tavalla; artikkelien etsiminen laajasta valikoimasta tieteellisiä julkaisuja oli haasteellinen tehtävä, sillä artikkelit seulottiin sekä tutkimusaiheen että kirjoittajan alkuperän perusteella, ja lisäksi suomalaista tutkimusta on julkaistu 1990-luvulla vähän kansainvälisesti. Artikkelien etsimisessä tavoitteena oli muodostaa yleiskuva alalla tehdystä tutkimuksesta, joka katsottiin saavutettavan tarkastelemalla viimeisen vuosikymmenen aikana keskeisissä tieteellisissä lehdissä julkaistuja artikkeleita.

Olemme muodostaneet yleiskuvan tutkimuksen kentästä julkaisujen teeman, tutkimuksessa käytetyn tutkimusmenetelmän, kohteena olevan ikäryhmän, esiteltyjen tulosten sekä keskeisimpien johtopäätösten perusteella. Analysoinnin aikana syntyi tutkimusaiheisiin perustuva luokittelu, jonka perusteella kuvaamme suomalaista matematiikan didaktiikan tutkimusta. Tämä teemoittainen tarkastelu osoittautui haasteelliseksi tehtäväksi. Halusimme nostaa esiin suomalaisen tutkimuksen kannalta keskeisiä teemoja, mutta esitellä tutkimuskenttää erityisesti matematiikan opetuksen, opiskelun ja oppimisen kannalta mielekkäällä tavalla huomioiden niin opettajan kuin oppilaan näkökulman. Suomalainen didaktinen tutkimus ei luonnollisestikaan kata kaikki matematiikan opetuksen ja oppimisen osa-alueita; jotkin tutkimuksen osa-alueet painottuvat toisia enemmän ja osa opetukselle keskeisistä teemoista jää vaille huomiota. Lisäksi useammissa julkaisuissa, erityisesti väitöskirjoissa käsiteltiin laajoja aiheita, minkä vuoksi luokittelu teeman mukaan ei myöskään ole ollut pois-sulkevaa. Näin ollen osa julkaisuista on sijoitettu luokittelussa kahden eri teeman alle.

Suomalainen matematiikan didaktiikan tutkimus

Tarkastelemme matematiikan opetuksen ja oppimisen tutkimusta viiden luokittelun perustana olleen teeman avulla: (1) matematiikan opetus, (2) matematiikan oppiminen ja opiskelu, (3) affektit (uskomukset), (4) kehittyminen opettajana ja (5) koulutusjärjestelmä. Taulukossa 1 on esitetty julkaisujen jakautuminen teemoittain. Tutkimusaiheiden lisäksi taulukossa on huomioitu, onko julkaisu kansainvälinen vai kansallinen ja perustuuko julkaisu empiriaan. Lisäksi empiriaan perustuvat julkaisut on eroteltu metodologisen lähestymistavan perusteella: kvantitatiivinen, kvalitatiivinen ja monimenetelmällisyyteen perustuva tutkimus on ryhmiteltyinä taulukossa. Tarkemmat tiedot julkaisuista löydät verkkosivulta, jonka osoite löytyy Taulukon 1 alaviitteestä.

¹ Jatkossa julkaisuihin viitataan käyttämällä seuraavia lyhenteitä:

K = Kasvatus-lehti

A = Ainedidaktisen symposiumin konferenssijulkaisu

T = Matematiikan ja luonnontieteen opetuksen tutkimusseuran konferenssijulkaisu

V = väitöskirja

KV = artikkeli kansainvälisessä tieteellisessä lehdessä

P = PME-konferenssin vertaisarvioitu konferenssijulkaisu

Taulukko 1. Suomalainen vuosina 1990-2009 julkaistu matematiikan didaktiikan tutkimus²

Teemat		Empiirinen	Ei empiriaa
Matematiikan opetus <i>65 julkaisua</i> <i>(21%)</i>		Kansalliset kval. 10, kvant. 1, monim. 1	Kansalliset 23
		Kansainväliset kval. 2	Kansainväliset 5
	opetus- opetus- kokeilut	Kansalliset kval. 6, kvant. 6, monim. 3	Kansalliset 6
		Kansainväliset kval. 1, kvant. 1	
Matematiikan oppiminen ja opiskelu <i>104 julkaisua</i> <i>(33%)</i>	oppiminen	Kansalliset kval. 12, kvant. 24, monim. 8	Kansalliset 1
		Kansainväliset kval. 10, kvant. 10, monim. 2	Kansainväliset 2
	varhaisten mat. taitojen kehittyminen	Kansalliset kvant. 2	
		Kansainväliset kvant. 12	
	opiskelu	Kansalliset kval. 4, kvant. 1, monim. 1	
		Kansainväliset kval. 1, monim. 2	
Affektit <i>96 julkaisua</i> <i>(31%)</i>	oppilas / oppija	Kansalliset kval. 10, kvant. 16, monim. 2	Kansalliset 6
		Kansainväliset kval. 9, kvant. 9	Kansainväliset 2
	opettaja	Kansalliset kval. 15, kvant. 7, monim. 4	Kansalliset 5
		Kansainväliset kval. 9, kvant. 5	Kansainväliset 1
Opettajan ammatillinen kehittyminen <i>31 julkaisua</i> <i>(10%)</i>		Kansalliset kval. 17, kvant. 3, monim. 1	Kansalliset 3
		Kansainväliset kval. 7	
Koulutusjärjestelmä <i>17 julkaisua</i> <i>(5%)</i>		Kansalliset kvant. 4, monim. 1	Kansalliset 10
		Kansainväliset kval. 1, kvant. 1	

² tarkempi taulukko ja yksityiskohtainen luettelo julkaisuista löytyvät verkkosivulta http://blogs.helsinki.fi/math-sci/files/2011/12/Taulukko-1_aakkosellinen-julkaisuluettelo.pdf

Tarkastelemme seuraavaksi kutakin teemaa tarkemmin ja nostamme esiin esimerkkejä artikkeleista. Julkaisuissa käytetään kirjavasti opetuksen, opiskelun ja oppimisen terminologiaa, mikä tekee kokonaisuuden kuvaamisesta haasteellisen tehtävän. Tässä artikkelissa käytämme käsitettä 'oppilas' tarkoittamaan yleisnimitystä matematiikan oppijasta niin perusopetuksessa kuin toisen asteen koulutuksessa. Tutkimukset, joissa käsitellään esimerkiksi opettajaopiskelijoiden ammattiin kasvua sekä tiedollista ja taidollista kehittymistä, olemme luokitelleet kuuluvaksi kategoriaan Opettajan ammatillinen kehittyminen.

MATEMATIIKAN OPETUS

Matematiikan opetuksella ymmärrämme tässä kaikkea sitä toimintaa, mikä liittyy opetuksen suunnitteluun, toteuttamiseen ja arvioimiseen opettajan näkökulmasta. Emme ole erotelleet luokkahuonetoimintaan ja yleisemmin kouluuyhteisön toimintaan liittyviä aiheita, mutta tarkastelemme erikseen yleisesti opetukseen liittyvää kirjallisuutta ja varsinaisia opetuksen kehittämiseen tähtäviä opetuskokeiluja. Yhteensä 65 julkaisua eli 20 prosenttia tutkimuksesta liittyi matematiikan opetukseen, josta esittelemme muutamia kiinnostavia teemoja.

Kouluopetuksen muutokset ovat olleet keskeinen teema julkaistuissa artikkeleissa erityisesti 1990-luvun alkupuoliskolla, jolloin on kiinnitetty huomiota konstruktivistiseen oppimisenäkemykseen ja sen vaikutukseen kouluopetuksessa. Suurin osa ei-empirisistä julkaisuista on kantaa ottavia, osin tutkimuskirjallisuuteen, osin omakohtaiseen kokemukseen pohjautuvia pohdintoja siitä, millaista matematiikan opetuksen tulevaisuudessa tulisi olla [K12³]. Erityisesti on pohdittu oppijan aktiivista roolia opetustapahtumassa ja sitä, miten tätä uuden näkemyksen mukaista opetusta voisi toteuttaa käytännössä [K8, A8]. Yhtäläillä on kiinnitetty huomiota siihen, miten oppijan tiedon rakentumista voidaan matematiikan opetuksessa tukea. Matematiikan opetuksen yleisiä periaatteita ja lähtökohtia ei ole tarkasteltu erityisemmin enää 2000-luvulla.

Toinen keskeinen teema on hyvä matematiikan opetus, jota on tarkasteltu useasta eri näkökulmasta. Hyvälle opetukselle on pyritty määrittelemään kriteerejä, joiden avulla voidaan tarkastella opetuksen toteutumista. Yhtenä tärkeänä hyvän opetuksen mittarina voidaan pitää opettajan ja oppilaan välistä vuorovaikutussuhdetta, jossa merkityksellistä matematiikan opetuksen kannalta on nähty opettajan taito tunnistaa ja tukea oppilaan ajatteluprosesseja. Lisäksi on kiinnitetty huomiota siihen, miten oppilaita arvioidaan ja motivoidaan [A11, V26].

Matematiikkaan oppiaineena liittyy erityispiirteitä, jotka opetuksen toteutuksessa tulisi ottaa huomioon. Tällaisia ovat esimerkiksi eri oppisisältöihin liittyvät proseduraaliset ja konseptuaaliset näkökulmat: matematiikassa proseduraalinen tieto voi esimerkiksi olla yhteenlaskun suorittamisesta allekkain algoritmina vaiheittain, kun taas konseptuaalinen tieto liittyy esimerkiksi ymmärrykseen murtoluvuista ja niiden ominaisuuksista. Matematiikan ominaispiirteitä voidaan pitää kumuloituvuutta: seuraavat sisällöt rakentuvat aikaisemmin käsitellyn perustalle. Hyvän esimerkin tästä muodostavat

³ Kukin julkaisu on merkitty julkaisun koodilla ja juoksevilla numeroinnilla.

lukualueen laajentumiseen liittyvä tutkimus ja sen perusteella tehdyt johtopäätökset opetuksen kehittämiseksi [KV31, KV32]. Käsitteiden opettamista ja oppimista on tarkasteltu myös konkretisoinnin ja apuvälineiden käytön näkökulmasta.

Matematiikan opetuksessa käytettävät materiaaleja ja teknisiä sovelluksia on käsitelty myös julkaisuissa. Matematiikan oppikirjoja on tarkasteltu niiden sisältöjen ja oppiaineen rakentumisen kannalta eri luokka-asteilla, esimerkiksi minkälaiseen opiskeluun ja oppimiseen käytetyt oppimateriaalit ohjaavat [A55]. Tieto- ja viestintäteknikka on kiinnostanut tutkijoita koko viimeisen kahdenkymmenen vuoden ajan. Matematiikan opetukseen, esimerkiksi geometriaan, on kehitetty erilaisia tietokoneavusteisia materiaaleja ja oppimisympäristöjä, joiden vaikutuksia opetukseen on tarkasteltu tutkimuksessa [KV24, KV 42, KV43].

Opetuskokeilut

Matematiikan opetusta on tutkittu myös erityisesti opetuskokeilujen ja didaktisen kehittelyn valossa. Useimmissa tähän ryhmään kuuluvissa tutkimuksissa on tarkasteltu esimerkiksi oppimateriaalia tai opetuksellista innovaatiota, jonka käyttöä ja vaikutuksia on seurattu. Lähtökohtana on ajatus, että oppimisympäristö ja käytetty materiaali muuttavat tapaa opiskella ja oppia matematiikkaa. Tästä aiheesta on tehty viisi väitöskirjaa muiden kansallisen tason julkaisujen lisäksi (yhteensä 23 julkaisua).

Uusia näkökulmia perinteiseen matematiikan opetukseen on synnyttänyt teknologian soveltaminen opetuskäyttöön. Tietotekniikka tarjoaa uudenlaisia mahdollisuuksia yhteistoiminnalliseen matematiikan opiskeluun ja oppimiseen; matematiikan opintoja on järjestetty verkko-opiskelun muodossa ja on kehitetty integroituja oppimisympäristöjä, joiden vaikutuksia opiskeluprosessiin ja oppimiseen on tutkittu [V5]. Tietokonepelit herättivät 1990-luvulla mielenkiintoa niin oppimisen tehostamisen kuin oppilaan motivaation tukemisen näkökulmasta. Lisäksi tieto- ja viestintäteknikan avulla on mahdollista saada ajatteluprosessin vaiheita näkyviin yhteistoiminnallisessa opiskelussa ja tukea oppilaiden tietoisuutta omasta ajattelustaan sekä sen kehittymisestä [A46, V12]. Teknologisten sovellusten jatkuva kehittyminen, esimerkiksi interaktiivisten valkotaulujen opetuskäyttö, asettaa omat haasteensa tämänkaltaisille opetuskokeiluille tutkimusalueena. Kaiken kaikkiaan tieto- ja viestintäteknikan käyttäminen osana opetusta ja oppimista on kuitenkin jäänyt vähälle huomiolle suomalaisessa matematiikan opetuksen tutkimuksessa.

Toinen keskeinen teema opetuskokeiluissa on opetusmuotojen, didaktisten ratkaisujen ja oppimateriaalin kehittäminen. Tutkimuksen kohteena on ollut innovatiivisten oppimateriaalien käyttö, kun tavoitteena on ollut tukea erilaisia opiskelumuotoja kuten monimuoto-opiskelua ja itsenäistä matematiikan opiskelemista. Lähtökohtana on ollut, että oppimateriaalin on tuettava halutun kaltaista opetusta ja oppimista [P8, T32]. Toiminnallisuus, havainnollistaminen ja mahdollisuus käyttää materiaaleja oppimisen tukena ovat keskeinen lähtökohta matematiikan opetuksessa, mikä näkyy myös tutkimuksessa. Perinteisten oppimateriaalien rinnalle on kehitetty uusia ratkaisuja, joissa lähestymistapa tai sisältö on tarkoitettu synnyttämään myös tutkimuksellisesti mielenkiintoisen asetelman Tästä yhtenä esimerkkinä on ongelmanratkaisumateriaalien käyttö alaluokkien matematiikan opetuksessa [V32].

MATEMATIIKAN OPPIMINEN JA OPISKELU

Matematiikan oppimiseen liittyviä empiriaan perustuvia tutkimuksia on raportoitu runsaasti niin kansallisesti kuin kansainvälisesti, noin kolmasosa kaikista julkaisuista. Matematiikan oppimistuloksia on tarkasteltu yleisellä tasolla esimerkiksi kansainvälisissä PISA -vertailuissa, mutta osa tutkimuksesta on kohdentunut johonkin erityiseen sisältöalueeseen niin konseptuaalisten kuin proseduraalisten tietojen ja taitojen kehittymisen kannalta. Olemme erotelleet kolme alaryhmää: (1) matematiikan oppiminen ja erityiset sisältöalueet, (2) matematiikan opiskelu sekä (3) varhaisten matemaattisten taitojen kehittyminen.

Viimeisen kahdenkymmenen vuoden aikana kansainväliset oppimistulosten vertailututkimukset ovat maallanneet yleiskuvaa suomalaisten lasten ja nuorten matemaattisesta osaamisesta. Näistä tunnetuin on PISA –tutkimus (*Programme for International Students Assessment*), jonka painopistealueena oli matematiikan osaamisen arvioiminen vuonna 2003. PISA -tutkimus on ollut suomalaisille yleisesti menestyskertomus, vaikkakin tutkijat ovat nostaneet esiin myös kehittämisen kohteita ja koulutusjärjestelmän heikkouksia. Vaikka matemaattinen osaaminen ja ongelmanratkaisutaidot ovat kärkiluokkaa, niin esimerkiksi kieliryhmien ja koululuokkien väliset erot ovat nähtävissä kerätyn aineiston valossa [K24, K25]. Sen lisäksi, että matemaattisen osaamisen tasoa on kuvattu tietyntyyppisellä mittausajankohtana, on osaamisen kehittymistä tarkasteltu myös pitkittäistutkimuksissa useampien vuosien PISA-tulosten ja KASSEL-hankkeen puitteissa [T41]. Tämä on koulutuksen ja opetuksen kehittämisen kannalta erityisen merkityksellistä tietoa.

Matemaattista osaamista ja sen kehittymistä yleisesti on tutkimuksessa tarkasteltu peruskoulun yhteydessä. Vaikka suomalaisessa koulujärjestelmässä ei käytetä varsinaisia valtakunnallisia toimintaa ohjaavia ikätasokokeita, on mielenkiinnon kohteena olleet matemaattiset taidot 6. luokan lopussa ennen yläluokille siirtymistä sekä päättöarvioinnin yhteydessä 9. luokalla [V23]. Osaamisen testaaminen on antanut tietoa yleisestä osaamisen tasosta sekä matemaattisten valmiuksien kehittymisestä peruskoulun aikana. Osa tutkimuksesta on aitoa seurantatutkimusta, jossa oppilaiden kehittymistä on seurattu usean vuoden ajan [V24]. Yleisessä osaamisen tarkastelussa on mielenkiintoista ollut suoritusprofiili liittyen matemaattisiin tietoihin ja taitoihin [T28]. Osassa tutkimuksesta on tarkasteltu oppilaan (oppijan) varmuuden tunnetta ja itseluottamusta matematiikan osajana osaamisen arvioinnin rinnalla. Affekteihin liittyvää tutkimusta käsitellään tarkemmin myöhemmin.

Eri sisältöalueet matematiikan opetuksessa

Yleisesti ottaen matematiikan opetuksen ja oppimisen tutkimus on painottunut matematiikan eri sisältöalueiden, esimerkiksi algebran ja rationaalilukujen opetuksen ja oppimisen näkökulma. Tarkastelun kohteena on ollut usein joko oppimisprosessi ja oppimistulokset tai se, miten tiettyä aihekokonaisuutta voitaisiin käsitellä mielekkäästi opetuksessa. Vaikka tutkimuksen kannalta oppiminen ja opetus on erotettu toisistaan, tarkastelemme tässä erityisiä sisältöalueita rinnan riippumatta tutkimuksellisesta näkökulmasta.

Geometriaa on tutkittu sekä opetuksen että oppilaan kehittämissä näkökulmista. Geometrian opetuksessa on pitkät perinteet, mutta esimerkiksi uuden teknologian soveltaminen osaksi opetusta on synnyttänyt uudenlaisia mahdollisuuksia ja haastanut muutokseen [A45]. Toisaalta tutkijoita on kiinnostanut yksittäisten geometrinen käsitteiden opettaminen ja ymmärtäminen: piiri ja pinta-ala sekä kulman käsite ovat olleet tutkimuksen aihealueina. Toisaalta geometrisen ajattelun ja spatiaalisen hahmotuskyvyn kehittäminen on nähty mielenkiintoisina yleisemmän tason tutkimusaiheina [A61, T72, V8]. Geometria näyttäytyy matematiikan opetuksen osa-alueena, jossa havainnollistavalla ja toiminnallisella opetuksella voidaan tukea oppilaan oppimista [V16, V31].

Peruskoulussa yksi matematiikan opetuksen haaste on tukea käsitteellistä muutosta lukukäsitteen kehittämisen taustalla. Kouluopetuksessa tämä nousee esiin erityisesti laajennettaessa lukualuetta luonnollisista luvuista rationaalilukuihin. Lukukäsitteen kehittämistä on tutkimuksessa tarkasteltu eri ikävaiheissa, niin esikouluikäisten luonnollisten lukujen ymmärtämystä kuin yläkoulun oppilaiden rationaalilukujen lukukäsitteen kehittämistä. Lukukäsite ja sen kehittyminen on erityisen kiinnostavaa eri lukujoukkoihin liittyen: tutkimuksessa on kiinnitetty huomiota rationaalilukujen, erityisesti murtolukujen ymmärtämiseen ja niihin virhetulkintoihin, joiden taustalla on luonnollisiin lukuihin liittyvä ajattelumalli [P16]. Myös jakolaskuihin liittyvät ratkaisustrategiat ja erilaiset virhetulkinnat nousevat tutkimuksessa omaksi teemakseen [T89, K17]. Tutkimuksen kannalta kiinnostavia aihealueita ovat olleet myös reaalitylukujen ymmärtäminen ja äärettömyys, jotka tuovat yhden näkökulman matemaattiseen ajatteluun ja sen kehittämiseen [V14].

Ongelmanratkaisutaidot ja matemaattinen päättely muodostavat oman teemansa osana matematiikan didaktiikan tutkimusta. Tutkijat ovat tarkastelleet oppilaiden ongelmanratkaisutaitoja ja näiden taitojen yhteyttä koulumenestykseen. Lisäksi oppilaiden taidot perustella matemaattista päättelyä ja todistaminen matemaattisena taitona ovat kiinnostaneet tutkijoita [K25, A22]. Ongelmanratkaisutaitoja ei ole tutkittu vain oppilaan näkökulmasta vaan tutkimuksen avulla on kehitetty ongelmanratkaisun tueksi opetuksellisia ratkaisuja [A50, V12].

Yllä kuvattujen aihealueiden lisäksi myös aritmetiikkaa ja algebraa on tarkasteltu niin opetuksen kehittämisen kuin oppimisen näkökulmista. Tutkimuksessa on nostettu esiin siirtymä kouluopetuksessa aritmetiikasta algebraan ja matemaattinen päättely osana algebraa [V24, V29]. Tämän lisäksi muun muassa derivaatan ja funktion käsitteen ymmärtäminen ja niiden oppimisen tukena käytetyt representaatiot ovat olleet tutkimusaiheina [V5, V30].

Varhaisten matemaattisten taitojen kehittyminen

Suomalaisessa matematiikan oppimisen tutkimuksessa varhaisten matemaattisten taitojen kehittyminen on ollut yksi erityinen osa-alueensa. Teemaan liittyvä tutkimus on tehty pääosin psykologian alalla ja sitä on käyttämässämme aineistossa raportoitu yksinomaan kansainvälisissä julkaisuissa (yhteensä 12 artikkelia). Tutkimukset edustavat kvantitatiivista lähestymistapaa ja ne käsittelevät erityisesti esi- ja alkuopetuksen keskeisiä teemoja, kuten lukukäsitteen ymmärtämisen kehittämistä.

Tutkimusta leimaa erityispedagoginen lähestymistapa, jossa yhtenä tavoitteena on matemaattisten oppimisvaikeuksien ennalta ehkäiseminen ja opetuksen kehittäminen niin, että se tukisi jo aikaisessa vaiheessa erilaisia oppijoita [KV29]. Julkaisuissa käsitellään matemaattisen osaamisen yhteyttä esimerkiksi luetun ymmärtämiseen, äiti-lapsisuhteeseen ja lapsen käyttäytymismalleihin ongelmatilanteessa [KV35, KV48]. Osa tutkimuksesta käsittelee varhaista matemaattista kehitystä ja spontaania huomion kiinnittämistä lukumääriin toimintaympäristössä.

Opiskelu

Olemme erottaneet opiskelun omaksi teemakseen, jolloin keskeisenä kiinnostuksen kohteena on oppilaan ja opiskelijan toiminta. Matematiikan opiskelulla ymmärrämme oppijan toimintaa, joka mahdollisesti johtaa oppimiseen. Tähän teemaan liittyviä tutkimuksia on raportoitu varsin vähän. Opettajan on hyvä olla tietoinen matematiikan opiskeluun liittyvistä prosesseista ja vaiheista, jotta hänellä olisi valmiuksia tukea oppilasta esimerkiksi ongelmanratkaisuprosessissa. Tämä on mahdollista, jos ajattelu tehdään näkyväksi ja oppilaita tuetaan matematiikan kielentämisessä. On esimerkiksi käytetty välineitä, joiden avulla ratkaisuprosessin vaiheet ja opiskelijoiden välinen vuorovaikutus ovat tulleet näkyviksi matemaattisen ongelmanratkaisun aikana pienryhmissä. Yhteistoiminnallinen oppiminen näyttäisi tutkimusten valossa keskeiseltä prosessin näkyväksi tekemisen kannalta, kun vertaisryhmässä yhdessä ratkaistaan matemaattista ongelmaa [KV18, KV25, KV49].

AFFEKTIT

Suomalaisessa matematiikan opetuksen tutkimuksesta merkittävä osa, noin kolmasosa, on keskittynyt affekteihin osana matematiikan opetusta ja opiskelua. Tämän teeman alle on keskittynyt huomattava määrä niin kansallisesti kuin kansainvälisesti raportoitua tutkimusta. Aihealue on laaja ja kuvaamme tässä tutkimuskenttää matematiikkakuvan eri osa-alueiden kautta. Matematiikkakuva muodostuu niistä uskomuksista, asenteista, käsityksistä ja tiedosta, joita liitetään matematiikkaan ja sen oppimiseen ja opettamiseen. Mielenkiintoista yksittäisten uskomusten ja käsitysten sijaan on uskomusten muodostama rakenne. Olemme päätyneet kuvaamaan tutkimusaluetta sen kautta, miten matematiikkakuva syntyy ja muotoutuu, miten sitä tutkimuksen valossa kuvataan ja lopuksi sen suhteen, miten matematiikkakuvaan voidaan vaikuttaa ja minkälaisia mahdollisia vaikutuksia matematiikkakuvalla on opetukseen ja oppimiseen. Tutkimuksessa on tarkasteltu matematiikkakuvaa ja affektiivisiä aspekteja eri toimijoiden, muun muassa matematiikan opettajien, matematiikan professorien, opettajaopiskelijoiden ja oppilaiden näkökulmasta. Tässä kuvaamme aiheeseen liittyvää tutkimusta teemoittain riippumatta tutkimuksen kohteena olevista henkilöistä.

Miten matematiikkakuva syntyy ja muotoutuu?

Tutkimuksessa on kiinnitetty huomiota kognitiivisten tietojen ja taitojen lisäksi siihen, mitä matematiikka merkitsee yksilölle, mitä ajatuksia, asenteita ja tunteita se herättää. Keskeinen tutkijoita kiinnostanut teema on ollut selvittää, miten matematiikkakuva muotoutuu ja mitkä tekijät mahdollisesti vaikuttavat muotoutumiseen. Elämäkerrallinen tutkimus ja narratiivinen tutkimusote ovat olleet yksi tapa tarkastella matematiikkakuvan taustaa. Kouluaikaiset muistikuvat omasta matematiikan opiskelusta ja oppimisesta koulussa sekä muistot lapsuudesta ovat olleet mielenkiinnon

kohteena [P25] – huonot kokemukset näyttäytyvät negatiivisena asenteena myöhemmin opinnoissa, esimerkiksi opettajaopintojen aikana [A37, A42, A43]. Juuri kokemukset ovat keskeinen tekijä matematiikkakuvan muotoutumisessa [V10, P11].

Matematiikkakuva: mitä se on?

Affekteihin ja matematiikkakuvaan liittyvän tutkimuksen yhtenä haasteena on ollut käsitteellinen epäselvyys, sillä tutkimuksessa on käytetty kirjavasti erilaisia käsitteitä eikä tutkimusalalle ole muotoutunut yhteistä käsitekieltä. Matematiikkakuvaa ja uskomuksiin ja asenteisiin liittyviä käsitteitä onkin pyritty selvittämään teoreettisissa tutkimuksissa; on syvennyt affekteihin osana matematiikan oppimista ja opiskelua ja pohdittu rakennetta, jonka kautta affekteja voitaisiin tarkastella [V13, V22, KV30]. Matematiikkakuvaa voidaan tarkastella neljän osa-alueen kautta: (1) kuva matematiikasta, (2) matemaattinen minäkuva, (3) kuva matematiikan opettamisesta ja (4) kuva matematiikan oppimisesta (Pehkonen, 1995)

Suomalaisessa tutkimuksessa *matemaattinen minäkuva* on yhtenä tutkimusteemana. Tutkimuksessa on kiinnitetty huomiota sukupuoleen ja sen merkitykseen liittyen käsityksiin itsestä oppijana. Erityisesti tyttöjen ja poikien matematiikan oppijana kokema itseluottamus ja sen kehittyminen sekä itseluottamukseen liittyvät sukupuolierot ovat olleet tarkastelun alla [V21]. Itseluottamuksen ja suoritukseen liittyvän varmuuden arviointi ovat olleet kiinnostavia teemoja matemaattisen osaamisen rinnalla; itseluottamusta on verrattu matemaattiseen suoritukseen yleisesti. Lisäksi tutkimuksissa on tarkasteltu matemaattista suoriutumista ja varmuutta suoritustilanteessa oppijan itsensä arvioimana [A35, V18]. Samaan teemaan voidaan katsoa kuuluvan myös oppijan itsesäätelyn valmiudet ja itseohjautuvuus matematiikan oppijana sekä motivaatio matematiikan oppimiseen.

Laaja kirjo alan tutkimusta on keskittynyt *kuvaan matematiikan opettamisesta*. Uskomuksia yleisesti hyvästä opettajasta ja tehokkaasta matematiikan opetuksesta on tutkittu, mutta useimmin on keskitytty tarkastelemaan niitä käsityksiä (uskomuksia) opetukseen ja oppimistuloksiin vaikuttavista tekijöistä, joita opettajilla on. Opetuksen kannalta mielenkiintoisia ovat olleet myös käsitykset ja asenteet erilaisia opetuksellisia elementtejä kohtaan, esimerkiksi teknologian käyttöä [T45], oppikirjoja ja oppimateriaaleja [T42] sekä sisältöjä kuten geometriaa kohtaan [V31]. Opetukseen liittyviä uskomuksia on kartoitettu eri ryhmiltä: opettajilta, oppilailta ja opettajaopiskelijoilta. Eri kohderyhmien uskomuksia on vertailtu myös erilaisissa tutkimusasetelmissa; opettajien uskomuksia on vertailtu oppilaiden uskomuksiin ja matemaattisia uskomuksia on tarkasteltu myös kansainvälisessä vertailussa [A19, KV38]. Kuvaa itsestä matematiikan opettajana käsitellään myös opettajan ammatilliseen kehittymiseen liittyvässä tutkimuksessa.

Tarkastelemassamme affekteihin liittyvässä tutkimuksessa ei varsinaisesti nosteta esiin teemaa liittyen kuvaan matematiikan *opiskelusta ja oppimisesta*. Yksi aihealue on ollut sukupuolitettu matematiikka ja tasa-arvonäkökulmat opetuksessa; opettajilla näyttäisi edelleen olevan hyvin perinteisiä käsityksiä poikien paremmista valmiuksista matematiikan oppijoina [V21]. Sen sijaan suomalaisessa matematiikan didaktiikan tutkimuksessa on tarkasteltu *kuvaa matematiikasta*, erityisesti opettajien käsityksiä

matematiikasta. Tutkimuksessa on valotettu muun muassa matematiikan opettajien käsityksiä yhtälöistä [V27] ja matematiikan professorien käsityksiä matematiikasta [K10].

Matematiikkakuva vaikuttaa ja muuttuu

Kolmas osa-alue, jota affekteihin liittyvässä tutkimuksessa on tarkasteltu, on matematiikkakuvan muuttuminen ja vaikutus oppimiseen. Kiinnostavaa on ollut selvittää mekanismeja, miten matematiikkakuva muuttuu ja miten tähän voisi mahdollisesti vaikuttaa [V13]. Koulutuksella näyttäisi olevan mahdollista vaikuttaa ensisijaisesti kuvaan matematiikan opetuksesta kun kuva itsestä matematiikan oppijana on pysyvämpi [A49]. Kehitysprosessia on tarkasteltu esimerkiksi opettajaopintojen aikana ja osana täydennyskoulutusta. Tämän tarkastelun yksi keskeinen idea on ollut, että uskomuksiin ja niiden muotoutumiseen voi vaikuttaa vain tiedostamalla omia uskomuksiaan – vain tällöin yksilö voi mahdollisesti huomioida ne opintojensa aikana ja opettajana toimiessaan. Uskomukset ilmenevät hyvin esimerkiksi osana opetusharjoittelua.

OPETTAJAN AMMATILLINEN KEHITTYMINEN

Matematiikan opetuksen tutkimuksessa opettajuus ja opettajan ammatillinen kehittyminen ovat teemoja, jotka ovat merkityksellisiä niin koulutyön kuin opettajankoulutuksen kehittämisen näkökulmasta. Opettajalla on luonnollisesti keskeinen rooli opetuksen toteuttamisessa, ja tämä näkyy myös tutkimuksen kentässä. Tähän ryhmään kuului noin 10 prosenttia kaikista julkaisuista.

Matematiikan opettajaksi kehittyminen ja ammatillinen kasvu, esimerkiksi opettajan ammatillisen identiteetin muotoutuminen, ovat kiinnostava aihe niin yksilöllisen kehittymisen kuin opettajankoulutuksen kannalta [A33, V35]. Tutkimuksessa on tarkasteltu matematiikan opettajaksi opiskelevien valmiuksia tulevaan ammattiin. Aikaisempien kokemusten, esimerkiksi kouluaikaisten muistikuvien ja omien oppimiskokemusten merkitystä on käsitelty yhtenä lähtökohtana tulevana opettajana. Tulevan ammatin kannalta on tärkeää, että opettajaopiskelijat tiedostavat omia lähtökohtiaan ja käsityksiään opettajan ammatista ja matematiikan opettamisesta [V11, V20]. Tutkijat ovat olleet kiinnostuneita mahdollisuudesta vaikuttaa ennakoasenteisiin ja käsityksiin, ja niiden kautta opettajana kehittymiseen.

Suomalaisessa matematiikan didaktiikan tutkimuksessa on tarkasteltu myös jonkin verran opettajan tiedollisia ja taidollisia valmiuksia sekä näiden valmiuksien kehittymistä. Opettajan tiedon osa-alueista matematiikan opettamiseen ja oppimiseen liittyvät tiedot, 'pedagoginen sisältötieto' (*pedagogical content knowledge*), erityisesti opettajaopiskelijoiden matemaattiset tiedot ja taidot sekä pedagogiset valmiudet huomioida opetuksessa esimerkiksi oppimisvaikeuksia ovat olleet tutkimuksellisesti kiinnostavia aiheita [K17, KV20]. Opettajan tiedon osa-alueiden lisäksi tutkimuksessa on kiinnitetty huomiota muihin valmiuksiin, kuten opettajaopiskelijoiden tieto- ja viestintätekniikan käytön valmiuksiin sekä opettajan taitoon kuunnella oppilaitaan luokkahuonetilanteissa [K19].

Matematiikan opettajankoulutukseen liittyvässä tutkimuksessa on kiinnitetty huomiota kokemuksien merkitykseen ammatillisten lähtökohtien muovaajana. Koulutuksen aikana merkityksellisenä nähdään elämyksellisyys ja orientoituminen esimerkiksi vertaistuen avulla opettajan ammattiin. Tutkimuksen perusteella todetaan, että teoreettisten näkökulmien tulisi linkittyä käytännön kanssa opettajankoulutuksen eri vaiheissa.

KOULUTUSJÄRJESTELMÄT

Omaksi luokakseen olemme keränneet julkaisut, joissa käsitellään matematiikan opetusta ja sen mahdollista kehittämistä koulutusjärjestelmän tasolla (yhteensä 17 julkaisua). Tästä teemasta on kirjoitettu selkeästi enemmän ei-empiirisiä julkaisuja, joissa teemaa on käsitelty kirjallisuuteen pohjautuen ja joiden tavoitteena on ollut ainakin välillisesti linjata tulevaa kehityssuuntaa. Erityisesti 1990-luvun alkupuolella pohdittiin opetuksen paradigmaattisia lähtökohtia ja kehityksen suuntaa, joka oli nähtävissä. Kansainvälisesti konstruktivistinen oppimisenäkemys ja sen merkitys matematiikan opetukselle herätti pohdintaa – niin myös Suomessa. Matematiikan opetuksen sen hetkisen tilan arvioimisen lisäksi pohdittiin sitä, minkälaista kehitystä toivottiin tapahtuvan tulevaisuudessa [A6, A13, A53].

Yksi lähtökohta suomalaisen koulutusjärjestelmän ja matematiikan opetuksen kehittämiseen ovat olleet kansalliset oppimisen arvioinnit. Aiheesta on tehty kolme väitöskirjaa, joissa keskeisenä tavoitteena on ollut tarkastella koulutusjärjestelmää arvioivasti. Kansainväliset vertailututkimukset (esimerkiksi PISA) ovat olleet yhtenä lähtökohtana pohtia matematiikan opetuksen tilaa Suomessa – artikkeleissa on kuvattu oppimistuloksia ja niiden antamaa kuvaa sekä otettu kantaa siihen, minkälaisia johtopäätöksiä tulosten perusteella voidaan tehdä [A59, KV50].

Yhteenvetoa ja tarkastelu kansainvälisessä viitekehityksessä

Matematiikan opetus ja oppiminen on ollut suomalaisten kouluttajien ja tutkijoiden mielenkiinnon kohteena kasvavassa määrin; tutkimusala on monipuolistunut ja kansainvälistynyt ja samalla alan tutkimus on muuttunut systemaattisemmaksi eri aihealueiden tarkasteluksi (kts. Malinen & Kupari, 2003). Suomalaisessa kasvatuksen alan tutkimuskentässä matematiikan didaktiikka on suhteellisen uusi aihealue, mitä kuvaa varsin hyvin valmistuneiden matematiikan didaktiikan alan väitöskirjojen lukumäärät: 1980-luvulla valmistui neljä ja 1990-luvulla viisi kappaletta, mutta 2000-luvulla niitä valmistui jo monikertaisesti enemmän, noin 30 kappaletta. Väitöskirjat ovat kuitenkin vain yksi indikaattori kehityksen suunnasta ja tutkimusaiheista. Suomalaisessa matematiikan didaktiikan tutkimuksessa keskeisimpiä teemoja ovat olleet uskomukset sekä kognitiiviset ilmiöt matematiikan oppimiseen ja opiskeluun liittyen. Sen sijaan suomalaisissa julkaisuissa ei raportoida lähes laisinkaan luokkahuonetutkimusta, esimerkiksi tutkimusta matematiikan opettajan toiminnasta eri tilanteissa. Suomalainen tutkimus näyttäisi perustuvan sekä kvantitatiiviseen että kvalitatiiviseen tutkimusotteeseen. Vain harvassa julkaisussa raportoitii monimenetelmällistä tutkimusta (*mixed methods research*). Yksittäisten julkaisujen perusteella ei voida kuitenkaan tehdä suoraan johtopäätöksiä käytetyistä tutkimusmenetelmistä, sillä laajempia projektikonaisuuksia on raportoitu pienempinä osina erillisissä julkaisuissa, ja tällöin on rajoitettu vain johonkin näkökulmaan rajatun aineiston pohjalta.

Katsauksessa on esitelty kahden vuosikymmenen aikana tehtyä suomalaista matematiikan opetuksen ja oppimisen tutkimusta viiden teeman avulla. Seuraavaksi tarkastelemme muodostettua kokonaiskuvaa kansainvälisessä viitekehyksessä, joka on muodostettu pääosin *International Group for Psychology of Mathematics Education* (PME) –järjestön vuosien 1997-2007 konferenssijulkaisujen sekä vuonna 2006 julkaistun järjestön tutkimuksen historiaa peilaavan julkaisun perusteella (Gutiérrez & Boero, 2006; katso myös Hannula, tulossa). PME on merkittävin vuosittain järjestettävistä matematiikan didaktiikan konferensseista, joka nimensä mukaisesti on ensisijaisesti edustanut psykologista näkökulmaa matematiikan didaktiikan tutkimuksessa. Virallisesti konferenssi toivotti sosiologisiin teorioihin nojautuvat tutkijat tervetulleiksi mukaan vasta muutettuaan sääntöjään vuonna 2005. Tämän vuoksi tässä esitettiin arvioihin tutkimusten teoreettisten viitekehysten ja tutkimusaiheiden kansainvälisistä trendeistä on siis suhtauduttava tietyllä varauksella. Seuraavassa esitellään lyhyesti keskeiset johtopäätökset kansainvälisestä tutkimuksesta ja pohditaan, miten suomalainen matematiikan didaktiikan tutkimus heijastelee esitettyjä kansainvälisiä trendejä.

Kansainvälinen matematiikan didaktiikan tutkimus on laajentunut ja monipuolistunut viime vuosina. PME-järjestön tutkimukset heijastelevat kolmea vaihetta, joissa on painotettu eri taustateorioita. Järjestö perustettiin vuonna 1976 ja alkuvaiheessa sen puitteissa tehty tutkimus pohjautui kognitiiviseen psykologiaan. Vuodet 1985-1995 olivat konstruktivismin nousun aikaa ja sen voidaan katsoa olleen vallitseva paradigma. Koska konstruktivismi on varsin yleinen teoria, kehitettiin sen pohjalta yksityiskohtaisempia teorioita, kuten APOS (Dubinsky & McDonald, 2001) ja Brousseau'n (1997) teoria didaktisista tilanteista (*La théorie des situations didactiques*). Konstruktivismin mukana on matematiikan didaktiikan tutkimuksessa tapahtunut käänne sosiaalisten teorioiden suuntaan ja ne ovat vakiinnuttaneet noin 10 % osuuden konferenssijulkaisun tutkimusraporteista (Lerman, 2006). On hyvä huomata, etteivät uudet teoreettiset viitekehykset ole syrjäyttäneet vaan pikemminkin rikastuttaneet ja monipuolistaneet lähtökohtien kirjoja vanhojen viitekehysten edelleen säilyttäessä asemansa.

Suomalainen matematiikan didaktiikan tutkimus on laajentunut voimakkaasti konstruktivismin valtakaudella, jonka vahva vaikutus on selvästi nähtävissä. Kognitiivinen psykologia on muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta ollut Suomessa lähinnä kasvatuspsykologien käyttämä viitekehys. Suomalaisessa tutkimuksessa on nähtävissä joitakin sosiaalisten teorioiden varaan rakentuvia artikkeleita (esim. Kaasila & Lauriala, 2008 [A64]; Kaasila, 2007 [KV19]), vaikkakin niiden osuus jää vähäiseksi. Vaikka kognitiotiede ja kehollisuus (*embodied cognition*, katso esim. Núñez, Edwards & Matos, 1999) eivät olekaan erityisen yleisesti käytettyjä tutkimuksen viitekehysiksi PME-konferenssin julkaisuissa, ne mahdollisesti ennustavat tulevaa kehitystä. Kognitiotiede ja kehollisuus ovat suhteellisen tuoreita näkökulmia, joissa huomioidaan aivotutkimuksen viime vuosikymmenten tulokset. Lisäksi aihealueeseen liittyy toisinaan läheinen yhteistyö neurofysiologisen tutkimuksen kanssa, myös joissakin suomalaisissa matematiikan didaktiikan tutkimuksissa (esim. Railo, Koivisto, Revonsuo & Hannula, 2008 [KV 44]).

Kansainvälisestä tutkimuksesta tunnistettiin 18 aihealuetta, joiden perusteella on analysoitu muutoksia käsiteltyjen aiheiden painotuksissa vuosina 1997-2007 (Hannula 2009, tulossa). Oppimisteorioiden ja epistemologian aihepiiriä käsittelevien artikkelien osuus laski kahdeksasta prosentista kahteen prosenttiin, mikä johtunee konstruktivismia ja sen tulkintoja koskevan kiivaanakin käydyn debatin rauhoittumisesta. Myös kielen ja matematiikan yhteyksiä koskeva tutkimus on vähentynyt (yli kuudesta prosentista alle kolmeen prosenttiin). Toisaalta sosiokulttuurinen ja matemaattisen varhaiskehityksen tutkimus on ollut kasvussa, molempien osuus on kasvanut noin kahdella prosenttiyksiköllä. Kumpaakin aihepiiriä käsittelevän tutkimuksen osuus PME:n julkaisuista on noin kuusi-seitsemän prosenttia. Opetusta, opettajia ja opettajankoulutusta käsittelevä tutkimus oli yleistynyt, sen osuus on noussut noin 15 prosenttiin kaikista tutkimuksista. Tämän aihepiirin tutkimuksen merkityksen kasvusta kertoo myös *Journal of Mathematics Teacher Education* –lehden perustaminen vuonna 1998 ja sen korkea tieteellinen taso. Tietotekniikan käyttö matematiikassa on valtavirtaistunut (Ferrara, Pratt & Robutti, 2006). Kun aikaisemmin tietotekniikka oli poikkeuksellinen elementti ja yleensä tutkimuksen kohde, nähdään se nykyään useammin osana oppimisympäristöä, jolloin varsinaisena kiinnostuksen kohteena voi olla muun muassa jokin matematiikan sisältöalue tai tietty opetuksellinen lähestymistapa. (Hannula, 2009)

Algebra, matematiikkaan liittyvät affektiiviset tekijät sekä korkeamman matematiikan oppiminen ovat olleet tasaisesti suosiossa, kukin kattaen noin 8-12 prosentin osuuden vuotuisista raporteista. Geometria ja visualisointi sekä matemaattinen ongelmanratkaisu ja mallintaminen ovat olleet lievässä laskussa, molempien kokonaisuuden pysyessä yli viiden prosentin. Rationaalilukuja on käsitelty vajaa viisi prosenttia tutkimusraporteista. Lasten lukujonotaitojen ja varhaisen aritmetiikan kehittyminen oli keskeinen aihealue PME:n alkuvuosina, mutta se jäi pitkähköksi aikaa vähemmälle huomiolle. Viimeisen vuosikymmenen aikana matematiikan varhainen oppiminen on alkanut kiinnostaa uudelleen, nyt laajemmin eri sisältöalueita kattaen (Mulligan & Vergnaud, 2006). Vastaavanlainen kehityskaari on tapahtunut myös todistamisen tutkimisessa, jossa todistamisen ja päättelyn asteittainen kehittyminen olennaisena osana jokaisen oppijan matemaattisen ajattelun kehittymistä (*proof for all*) on korvannut matemaattiseen formalismiin pohjautuvan ja eksaktia todistamista korostaneen näkökulman (Mariotti, 2006).

Suomalaisessa tutkimuksessa on huomattavissa joitakin painotuseroja kansainvälisiin trendeihin verrattuna, vaikkakin kokonaisuutena suomalainen tutkimus näyttäisi seurailevan samoja linjoja. Kaikki kansainväliset aihepiirit ovat edustettuina myös suomalaisessa matematiikan didaktiikan tutkimuksessa. Suomalaisen tutkimuksen erityispiirteinä voidaan pitää vahvaa affektiivisten tekijöiden, erityisesti matematiikkakuvan liittyvää tutkimusta. Myös tutkimusmenetelmällisesti suomalainen tutkimus näyttäisi noudattavan jollakin tavalla kansainvälistä linjaa. Laadulliset menetelmät ovat suosittuja, mutta myös kvantitatiivisia ja teoreettisia tutkimuksia tehdään ja julkaistaan (Hannula 2009, tulossa). Kaiken kaikkiaan muutos suomalaisessa matematiikan didaktiikan tutkimuksessa on kuin positiivinen kehityskertomus: se on

monipuolistunut, kansainvälistynyt ja lisääntynyt. Se tarjoaa hyvän lähtökohdan laadukkaalle koulutukselle kaikilla tasoilla.

Lähteet

- Brousseau, G. (1997) *Theory of Didactical Situations in Mathematics: didasctiqu des mathématiques, 1970-1990*, N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield (Trans.), Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. A. (2001) APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Holton (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study*, pp. 275—282. The Netherlands: Kluwer.
- Ferrara, F., Pratt, D. & Robutti, O. (2006) The role and uses of Technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutiérrez & P. Boero, (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, pp. 237 – 274. Rotterdam: Sense.
- Gutiérrez, A. & Boero, P. (2006). Eds. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense.
- Hannula, M. S. (2009). International trends in mathematics education research. In M. Lepik (Ed.) *Teaching mathematics : retrospective and perspectives : proceedings of the 10th International Conference, Tallinn, May 14-16, 2009*, pp. 11-18. Tallinn University, Institute of Mathematics and Natural Sciences.
- Hannula, M. S. (tulossa). Matematiikan oppimisen ja opettamisen tutkimuksen kansainvälisistä trendeistä. Julkaistaan matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran 2009 vuosipäivien julkaisussa.
- Kaasila, R. (2007). Mathematical biography and key rhetoric. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 373-384. [KV19]
- Kaasila, R. & Lauriala, A. (2008). Roolien, statuksien ja normien muodostaminen kollaboratiivisessa opiskelijaryhmässä. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 559-570) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A64]
- Lerman, S. (2006). Socio-cultural Research in PME. In A. Gutiérrez & P. Boero, (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, pp. 347 – 366. Rotterdam: Sense.
- Malinen, P. & Kupari, P. (2003). *Miten kognitiivisista prosesseista kehiteltiin konstruktivismia. Katsaus Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran toimintaan 1983-2003*. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopisto: Jyväskylä.
- Mariotti, M. A. (2006) Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero, (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, pp. 173 – 204. Rotterdam: Sense.
- Mulligan, J. & Vergnaud, G. (2006). Research on Children's Early Mathematical Development. In A. Gutiérrez & P. Boero, (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, pp.117 – 146. Rotterdam: Sense.
- Núñez, R. E., Edwards, L. D. & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematic* 39, 45–65.
- Pehkonen, E. (1995). *Pupil's view of mathematics: Initial report for an international comparison project*. University of Helsinki, Department of Teacher Education. Research Report 152.
- Railo, H.M, Koivisto, M., Revonsuo, A, & Hannula, M. M. (2008). Role of attention in subitizing. *Cognition*, 107, 82-104.

LIITE 1. Artikkelit aakkosellisessä järjestyksessä

Matematiikan opetus

Empiirinen

Kansallinen

- Keranto, T. (1993). Käsitukset matematiikan opetuksesta ja oppimisesta muuttuvat - muuttuko koulukäytäntö? *Kasvatus* 24(3), 249-258. [K8]
- Pietilä, A. (1994). Millaisia motivoituneita ala-asteen opettajat käyttävät matematiikan opetuksessa. Teoksessa S. Tella (toim.), Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 169-174) *Tutkimuksia* 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A11]
- Joutsenlahti, J. & Silfverberg, H. (2007). Case-analyysi kulman käsitteen tulkinnasta. Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimuserustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 341-348) *Tutkimuksia* 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A48]
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2007). Minkälaiseen matemaattiseen osaamiseen peruskoulussa käytetty oppimateriaali ohjaa? Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktiikan symposiumi 9.2.2007, s. 184-191) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A55]
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2008). Oppikirja vai harjoituskirja? Perusopetuksen luokkien 1-6 matematiikan oppimateriaalin tarkastelua MOT-projektissa. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 547-558) *Tutkimuksia* 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A63]
- Lehtinen, M. (1994). Matematiikkakilpailut ja matematiikan opetuksen tutkimus - tarvitsevatko ne toisiaan? Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinälä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 135-146). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T13]
- Sorvari, J. (2001). Matemaattisen ajattelun kehittäminen: tietokoneet opetuksen tehostamisen apuvälineinä. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 161-176). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T46]
- Silfverberg, H. (2002). Outo ongelma ja siihen tarjotut ratkaisut. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 169-176). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T54]
- Ahtee, M. & Pehkonen, E. (2005). Kuuntelemistasot opettajan ja oppilaan vuorovaikutuksessa matematiikan tunnilla. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004 (s. 33-38). *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium* 80: Oulun yliopisto. [T67]
- Tossavainen, T. (2006). Raja-arvon ymmärtämisen kielellisistä haasteista. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), *Pathways into research-based teaching and learning in mathematics and science education* (pp. 211-221). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T80]
- Törnroos, J. (2005). Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset - seitsemännän luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. *Tutkimuksia* 13. [V26]
- Perkkilä, P. (2002). Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 195. [V19]

Kansainvälinen

- Pehkonen, E. (1993). On teachers' criteria to assess mathematical activities. *PME17*, 1993, vol. 1, 220-227. [P4]
- Merenluoto, K. (2005). Conceptual change in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(2). [KV31]

Ei-empiirinen

Kansallinen

- Korhonen, H. (1990). Koulumatematiikan kansainvälisiä uudistussuuntia. *Kasvatus* 21(5-6), 357-362. [K4]
- Leino, J. (1992). Uutta ajattelua matematiikan opetukseen! *Kasvatus* 23(1), 40-46. [K5]
- Paasonen, J. (1993). Matematiikan opetus perusteitaan etsimässä. *Kasvatus* 24(2), 166-170. [katsaukset] [K7]
- Pehkonen, E. (2000). Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. *Kasvatus* 31(4), 375-381. [katsaus] [K12]
- Lindgren, S. (2003). Platonin tietoteoria ja matematiikan opetus. *Kasvatus* 34(1), 79-86. [katsaus] [K14]
- Yrjönsuuri, Y. (1991). Matematiikan opetuksen kriteerejä. Teoksessa M. Ahtee & V. Meisalo (toim.), *Ainedidaktiikka ja kansainvälisyys*. (Ainedidaktiikan symposiumi 25.1.1991, s. 131-142). Tutkimuksia 97. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A2]
- Björkqvist, O. (1994). Sosiaalisesta konstruktivismista. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi* (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 154-158) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A9]
- Yrjönsuuri, R. (1994). Käsitteiden opiskelu mallin avulla. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi* (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 201-206) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A14]
- Koskinen, R. (2005). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen käsitteellisenä lähtökohtana: Pjotr Galperinin merkitys. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle* (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 214-222) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A44]
- Silfverberg, H. (2005). Applets geonext, geogebra and quickmath as tools in a complex inquiry task. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle* (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 223-231) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A45]
- Näveri, L. (2007). Forward to the basics. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys* (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 370-378) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A51]
- Koskinen, R. (2007). Mielekkään oppimisen teorian kehittyminen matematiikan opetuksen käsitteellisenä lähtökohtana. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), *Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet* (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 192-198) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A56]
- Seppälä, R. (1991). Tietokoneavusteisista matematiikan opetusohjelmista - työkalupakki vai kymmenen kärjessä-lista. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanantti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), *Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990* (s. 105-113). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T4]
- Karjalainen, O. (1991). Taulukkolaskennasta. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanantti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), *Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990* (s. 127-143). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T5]

- Björkqvist, O. (1992). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991* (s. 109-118). Rapporter från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T8]
- Malinen, P. (1996). Looginen ajattelu ja todistaminen matematiikan didaktikassa. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), *Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät* (s. 1-7). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T16]
- Perkkilä, P. (1999). Kuvallisista ja sanallisista tehtävistä alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education* (s. 109-116). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T31]
- Pehkonen, E. (2000). Matemaattisen ongelmanratkaisun toteutuksesta peruskoulun yläasteella. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (s. 249-260). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T38]
- Haapasalo, L. (2005). Pedagogical implications of the knowledge distinction conceptual vs. procedural. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 39-54). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T68]
- Koskinen, R. (2005). Orientaatiokäsité Pjotr Galperinin oppimisen teoriassa ja sen merkitys matematiikan opetuksessa. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 111-122). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T73]
- Haapasalo, L. & Hvorecky, J. (2006). Mathematics making through simulations. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), *Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education* (pp. 93-106). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T77]
- Joutsenlahti, J. (2006). Matematiikan oppimateriaali ja oppilaan matemaattinen ajattelu. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), *Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education* (pp. 231-242). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T82]
- Joki, J. (2002). Ulkoluvusta hahmottavaan geometriaan. Aineksia geometrian opetukseen erityisesti peruskoulussa. Joensuun yliopisto. Matematiikan laitos. Didaktisen matematiikan sarja no.1. [V16]

Kansainvälinen

- Graumann, G. & Pehkonen, E. (2007). Problemorientierung im Mathematikunterricht --- ein Gesichtspunkt der Qualitätssteigerung. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 5(1), 251-291. [KV5]
- Kadijevic, Dj., Haapasalo, L. & Hvorecky, J. (2005). Using technology in applications and modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 114-122. [KV24]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: Towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14(5), 519-534. [KV32]
- Pesonen, M.E., Haapasalo, L. & Ehmke, T. (2006). Critical look at dynamic sketches when learning mathematics. *The Teaching of Mathematics*, 9(2), 19-29. [KV42]
- Pesonen, M.E., Haapasalo, L. & Lehtola, H. (2002). Looking at function concept through interactive animations. *The Teaching of Mathematics*, 5(1), 37-45. [KV43]

Matematiikan opetus: opetuskokeilut

Empiirinen

Kansallinen

- Back, R.-J., Kavander, T., Nylund, M., Peltomäki, M., Salakoski, T., von Wright, J. (2003). Matemaattinen todistaminen ja abstrahointi lukion matematiikan opetuksessa - opetus kokeilu rakenteisten johtojen avulla. Teoksessa V. Meisalo (toim.), Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 24-33) Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A23]
- Haapasalo, L. (1992). Modem-projektin empiirisiä tuloksia. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991 (s. 119-138). Rapporten från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T9]
- Häkkinen, K. (2000). Matematiikkaa monimuoto-opiskeluna: kokemuksia opetuskokeiluista yliopistossa ja ammattikorkeakoulussa. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 36-51). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T35]
- Kivelä, S. (2002). Verkko-opiskelumateriaalia hyödyntävä matematiikan peruskurssi Teknillisessä korkeakoulussa: järjestelyt ja kokemuksia. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 33-54). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T47]
- Ahtineva, A. (2002). Valinnaisen matematiikan kurssin kokeilu Turun OKL:ssä. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 55-62). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T48]
- Hassinen, S. (2006). Idealähtöistä koulualgebraa. IDEAA-opetusmallin kehittäminen algebran opetukseen peruskoulun 7. luokalla. Helsingin yliopisto. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 274. [V29]
- Porttila, R. (2003). Origami geometrian apuvälineenä spatiaalisen hahmottamisen kehittämisessä. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 219-225) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A32]
- Back, R.-J., Peltomäki, M., Salakoski, T., & von Wright, J. (2004). Structured derivations supporting high school mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 104-122) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T60]
- Lindgren, S. (1990). Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa: matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Acta Universitatis Tamperensis ser A vol 307. [V4]
- Repo, S. (1996). Matematiikkaa tietokoneella. Derivaatan käsitteen konstruointi symbolisen laskennan ohjelman avulla. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 33. [V5]
- Sinnemäki, J. (1998). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Kahdeksan kertotaulujen automatisointipeliä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 186. [V6]
- Ruokamo, H. (2000). Matemaattinen lahjakkuus ja matemaattisten sanallisten ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 212. [V12]
- Keranto, T. (1992). Verrannollisten päättely- ja laskutaitojen opettamisesta ja oppimisesta oppilaita kiinnostavalla ja merkityksellisellä tavalla. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991 (s. 92-108). Rapporten från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T7]
- Haapasalo, L. (1998). Mahdollisuuksia ja esteitä matematiikan ja luonnontieteiden integroitujen opiskeluympäristöjen toteuttamiselle. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996 (s. 33-49). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T19]

Leppäaho, H. (2007). Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 298. [V32]

Kansainvälinen

Sorvari, J. & Pehkonen, E. (2001). Promoting mathematical thinking: a pilot study for innovative learning environments. *PME25*, 2001, vol. 4, 201-208. [P8]

Keranto, T. (1990). Contextual approach to the teaching and learning mathematics: outlining a teaching strategy that makes use of pupils' real world experiences and strategies, and the results of the first teaching experiment of project. *PME14*, 1990, vol. 3, 35-42. [P1]

Ei-empiirinen

Kansallinen

Yrjänäinen, S. & Portaankorva-Koivisto, P. (2003). Luma-aineet esille alakoulussa! - oletko valmis yhteistyöhön, tuleva aineenopettaja? Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 273-280)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A34]

Portaankorva-Koivisto, P. (2004). Mestari luokka - valinnaiskurssi matematiikan opettajaharjoittelijoille. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 267-275)* Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A41]

Merenluoto, K. (2005). Teknologiaympäristöjen käsitteellistä muutosta tukevia ominaisuuksia. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 232-239)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A46]

Häkkinen, K. (1999). Matematiikan oppiminen itseopiskelumateriaalin turvin. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education (s. 117-124)*. Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T32]

Oikkonen, J. (2000). Pajakokeilu Helsingin yliopiston matematiikan laitoksella. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 28-35)*. Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T34]

Pesonen, S. (2000). Matematiikan aineopintojen vaikutuksesta tulevan luokanopettajan matematiikkakuvaan. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 52-71)*. Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T36]

Matematiikan oppiminen

Empiirinen

Kansallinen

Pehkonen, L. (1999). Miten peruskoulun ala-asteen oppilaat perustelevat ratkaisujaan ristiriitaisessa matemaattisessa tilanteessa? *Kasvatus* 30(2), 128-137. [K11]

Lehtonen, J. (1994). Piiri- ja pinta-alakäsitteen hallinta 6. luokalla. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 159-168)* Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A10]

Huhtala, S. (2003). Matematiikassa ei ole mitään järkeviä vastauksia... se vaan on niin... - matematiikan merkitys. Teoksessa V. Meisalo (toim.), *Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 88-97)* Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A26]

- Huhtala, S. (2004). Kuusipilkukolme ampiaista jaettiin yhdeksään osaan - tilannesidonnaiset jakolaskustrategiat. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 207-217) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A36]
- Silfverberg, H. & Joutsenlahti, J. (2007). Miten opettajaopiskelijat ymmärtävät käsitteen kulma? Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 239-247) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A61]
- Hihnala, K. (2008). Suhteellisuus matemaattisena ajatusmallina peruskoulussa. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 531-546) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A62]
- Yrjönsuuri, R. (1999). Students' performances in the MAKEKO9-test. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Quality aspects of mathematics and science education (s. 101-108). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T30]
- Laine, A. & Huhtala, S. (2004). There are 16 big stones and 8 blogs..." A report on different strategies of solving division problems $16,8 : 2,4$. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 216-231). Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T66]
- Keranto, T. (2005). Tulevien opettajien tasogeometrisen tiedon ja päätelmien tasosta: tapauksena nelikulmio hierarkia ja eräät muut tasogeometriset objektit. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004 (s. 95-110). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T72]
- Kaasila, R., Pehkonen, E. & Hellinen, A. (2009). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijat ja lukiolaiset ratkaisevat ei-standardin jakolaskuongelman? Teoksessa R. Kaasila (toim.), Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2008 (s. 87-104). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. [T89]
- Silfverberg, H. (2009). Funktio-käsitteen jäsenyminen yliopisto-opintojen alussa olevan muistikuvissa. Teoksessa R. Kaasila (toim.), Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2008 (s. 137-154). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. [T92]
- Hähkiöniemi, M. (2006). The role of representations in learning of derivative. University of Jyväskylä. Department of mathematics and statistics. Report 104. [V30]
- Merenluoto, K. (2003). Suoritusten ja varmuuden arvioinnin yhteys lukion matematiikassa. Kasvatus 34(4), 325-339. [K15]
- Väisänen, P. & Ylönen, S. (2004). Matemaattiset taidot ja matemaattinen minäkäsitys tilastollisten menetelmien oppimisessa. Kasvatus 35(4), 365-378. [K16]
- Törnroos, J. (2007). Suomen- ja ruotsinkielisten oppilaiden matematiikan osaaminen PISA 2003 - tutkimuksessa. Kasvatus 38(4), 329-339. [K24]
- Reinikainen, P. (2007). Hyvän ongelmaratkaisutaidon selittäjät. Kasvatus 38(4), 340-347. [K25]
- Sinnemäki, J. (1995). Tietokonepelit osana oppimisympäristöä: tasa-arvon näkökulma. Teoksessa S. Tella (toim.), Juuret ja arvot - etnisyys ja eettisyys, aineen opettaminen monikulttuurisessa oppimisympäristössä (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.1995, s. 435-443) Tutkimuksia 150. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A15]
- Luoma-aho, E. & Asunta, T. (2000). Koulumenestys ja ongelmanratkaisukyky matematiikassa. Teoksessa I. Buchberger (toim.), Opettaja ja aine 2000 (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.2000, s. 764-774) Tutkimuksia 225. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A22]
- Merenluoto, K. (2004). Oppilaiden kognitiivis-motivatioonalliset profiilit murto- ja desimaalilukujen käsittelytehtävissä. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan

- symposiumi 6.2.2004, s. 258-266) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A40]
- Törnroos, J. (2007). Mitä PISA ja TIMMS kertovat matematiikan taidoista Suomessa? Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 403-412) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A54]
- Silfverberg, H. & Matsuo, N. (2008). Comparative Study of Finnish and Japanese students' understanding of class inclusion and defining in geometrical context. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 608-620) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A67]
- Yrjönsuuri, R. (1991). Matemaattisen ajattelun tutkimisesta. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanantti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 32-40). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T3]
- Silfverberg, H. (1994). Mitä yläasteen geometrian opetuksessa opitaan - yhden yksittäisen tutkimuksen näkökulma aiheeseen? Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinelä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 191-200). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T15]
- Sinnemäki, J. (1996). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät (s. 191-198). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T18]
- Soro, R. (1999). Peruskoulun oppilaiden matemaattisten taitojen kehittyminen kansainvälisessä vertailussa. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Quality aspects of mathematics and science education (s. 75-82). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T27]
- Afanasjev, J. & Pehkonen, E. (2001). Suomen ja Viron 7-luokkalaisten matemaattisten tietojen ja taitojen vertailua kansainvälisen Kassel-projektin valossa. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 24-36). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T41]
- Leinonen, L. (2002). Peruskoulun ja lukion oppilaiden todennäköisyys-ajattelusta. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 119-128). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T51]
- Törnroos, J. (2003). Finnish mathematics results in TIMMS 1999 - a more detailed analysis. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), Towards meaningful mathematics and science education (pp. 64-73) Proceedings on the IXX Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 86. Joensuun yliopisto. [T57]
- Hihnala, K. (2003). Procedural thinking in solving linear equations. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), Towards meaningful mathematics and science education (pp. 74-82) Proceedings on the IXX Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 86. Joensuun yliopisto. [T58]
- Kupari, P. (2003). Finnish students' mathematical literacy in PISA. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), Towards meaningful mathematics and science education (pp. 83-90). Proceedings on the IXX Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 86. Joensuun yliopisto. [T59]
- Leppäaho, H. (2006). The problem solving map method as a learning tool in mathematical problem solving. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education (pp. 127-137). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T78]
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2009). Luokanopettajaopiskelijoiden spatiaalisten taitojen arviointi ja kehittäminen. Teoksessa K. Merenluoto & T-R Hurme (toim.), Matematiikan ja luonnontieteiden oppimista ja

- ajattelun taitoa tutkimassa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2007 (s. 126-139). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:79. [T85]
- Silfverberg, H. (1999). Peruskoulun yläasteen oppilaan geometrinen käsitetieto. *Acta Universitatis Tamperensis* 710. [V8]
- Hihnala, K. (2005). Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen. Peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 278. [V24]
- Joutsenlahti, J. (2005). Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. *Acta Universitatis Tamperensis* 1061. [V25]
- Törnroos, J. (2005). Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset - seitsemännän luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 13. [V26]
- Keranto, T. (1992). Matematiikkaa mielekkäästi: kokemuksia ja tutkimustuloksia opetuskokeiluista. *Kasvatus* 23(3), 234-246. [K6]
- Hannula, M. (2003). Murtoluvun sijoittaminen lukusuoralle. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 179-187)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A27]
- Laine, A., Huhtala, S., Kaasila, R., Hannula, M. & Pehkonen, E. (2004). Luokanopettajaopiskelijoiden tilannesidonnaiset jakolaskustrategiat. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 238-248)* Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A39]
- Kupari, P. & Saranen, E. (1999). Peruskoululaisten ja lukiolaisten matematiikan suoritusprofiilien arviointia. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education (s. 83-94)*. Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T28]
- Hägglblom, L. (2000). Räknespår. Barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder. Åbo Akademis förlag. [V9]
- Merenluoto, K. (2001). Lukiolaisen reaalityttö. Lukualueen laajentaminen käsitteellisenä muutoksena matematiikassa. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja C, osa 176. [V14]
- Niemi, E. K. (2004). Perusopetuksen oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisissa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopiston julkaisuja. sarja C, osa 216. [V23]
- Näveri, L. (2009). Aritmetiikasta algebraan. Muutoksia osaamisessa peruskoulun päättöluokalla 20 vuoden aikana. Helsingin yliopisto. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 309. [V36]

Kansainvälinen

- Hähkiöniemi, M. (2006). Associative and reflective connections between the limit of the difference quotient and limiting process. *Journal of Mathematical Behavior* 25(2), 170-184. [KV8]
- Hähkiöniemi, M. (2006). Perceiving the derivative: the case of Susanna *Nordic Studies in Mathematics Education*, 11(1). [KV9]
- Hähkiöniemi, M. (2007). How the derivative becomes visible: the case of Daniel. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 5(1), 81-97. [KV10]
- Merenluoto, K. (2005). Conceptual change in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(2). [KV31]
- Björkqvist, O. (1993). Interpretations of double modalities. *PME17*, 1993, vol. 1, 107-113. [P3]
- Hähkiöniemi, M. (2004). Perceptual and symbolic representations as a starting point of the acquisition of the derivative. *PME28*, 2004, vol. 3, 73-80. [P19]

- Fransisco, J. & Hähkiöniemi, M. (2006). Insides into students' algebraic reasoning. *PME30*, 2006, vol. 3, 105-112. [P21]
- Viholainen, A. (2006). Why is a discontinuous function differentiable? *PME30*, 2006, vol. 5, 329-336. [P24]
- Hähkiöniemi, M. (2008). Durability and meaningfulness of mathematical knowledge - the case of the derivative concept. *PME32*, 2008, vol. 3, 113-120. [P26]
- Pehkonen, E. & Kaasila, R. (2009). Understanding and reasoning in a non-standard division task. *PME33*, 2009, vol. 4, 345-352. [P32]
- Kyttälä, M. & Lehto, J.-E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 23(1), 77-94. [KV27]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2004). The quality of conceptual change in mathematics: The case of number concept. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(2). [KV33]
- Murtonen, M. & Titterton, N. (2004). Earlier mathematics achievement and success in university studies. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(4). [KV34]
- Pehkonen, L. (2000). How do primary pupils give written arguments in a conflicting mathematical situation. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 8(1). [KV40]
- Viholainen, A. (2008). Finnish mathematics teacher students' informal and formal arguing skills in the case of derivative. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13 (2). [KV45]
- Strang, T. (1990). The fraction concept in comprehensive school at grade levels 3-6 in Finland. *PME14*, 1990, vol. 3, 75-80. [P2]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2000). The 'conflicting' concepts of continuity and limit - a conceptual change perspective. *PME24*, 2000, vol. 3, 303-310. [P6]
- Merenluoto, K. (2003). Abstracting the density of numbers on the number line - a quasi experimental study. *PME27*, 2003, vol. 3, 285-292. [P14]
- Merenluoto, K. (2004). The cognitive - motivational profiles of students dealing with decimal numbers and fraction. *PME28*, 2004, vol. 3, 297-304. [P16]
- Pehkonen, E., Hannula, E., Maijala, H. & Soro, R. (2006). Infinity of numbers: how students understand it. *PME30*, 2006, vol. 4, 345-352. [P23]
- Hannula, M. (2003). Locating fractions on a number line. *PME27*, 2003, vol. 3, 17-24. [P13]
- Leppäaho, H. (2008). The problem-solving map method: a tool for mathematical problem solving. *PME32*, 2008, vol. 3, 305-312. [P28]

Ei-empiirinen

Kansallinen

- Pehkonen, E. (1999). Suomen matematiikan opetuksen tila kansainvälisten vertailututkimusten valossa. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education* (s. 68-74). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T26]

Kansainvälinen

- Haapasalo, L. and Kadujevic, Dj. (2003). Using Innovative Technology for Revitalizing Formal and Informal Mathematics: a Special View on the Interplay Between Procedural and Conceptual Knowledge. *The Teaching of Mathematics* 6(2), 81-89. [KV6]
- Haapasalo, L., Zimmermann, B. & Rehlich, H. (2004). A Versatile Tool to Promote Link Between Creative Production and Conceptual Understanding *The Teaching of Mathematics* 7(2), 61-70. [KV7]

Varhaisten matemaattisten taitojen kehittyminen

Empiirinen

Kansallinen

- Aunio, P. (2006). Number sense in young children - (inter)national group differences and an intervention programme for children with low and average performance. University of Helsinki. Department of Applied Sciences of Education Faculty of Behavioural Sciences. Research report 269. [V28]
- Hannula, M. M. (2005). Spontaneous focusing on numerosity in the development early mathematical skills. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja B, osa 282. [V37]

Kansainvälinen

- Aunola, K., Leskinen, E. & Nurmi, J.-E. (2006). Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teachers' goals during the transition to primary school. *British Journal of Educational Psychology*, 76(1), 21-40. [KV1]
- Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2004). Maternal affection moderates the impact of psychological control on a child's mathematical performance. *Developmental Psychology*, 40(6), 965-978. [KV2]
- Aunola, K., Nurmi, J.-E., Lerkkanen, M.-K., & Rasku-Puttonen, H. (2003). The Roles of Achievement-Related Behaviours and Parental Beliefs in Children's Mathematical Performance. *Educational Psychology*, 23(4), 403-421. [KV3]
- Hannula, M.M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 51-57. [KV14]
- Hannula, M.M. & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15(3), 237-256. [KV15]
- Lepola, J., Niemi, P., Kuikka, M. & Hannula, M.M. (2005). Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetic achievement: A follow-up study from kindergarten to grade 2. *International Journal of Educational Research*, 43(4-5), 250-271. [KV28]
- Lerkkanen, M. -K., Rasku-Puttonen, H., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2005). Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year olds. *European Journal of Psychology of Education*, 20(2), 121-137. [KV29]
- Onatsu-Arviolommi, T. & Nurmi, J.-E. (2000). The role of task-avoidant and task-focused behaviors in the development of reading and mathematical skills during the first school year: A cross-lagged longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 92(3), 478-491. [KV35]
- Railo, H., Koivisto, M., Revonsuo, A. & Hannula, M.M. (2008). The role of attention in subitizing. *Cognition*, 107(1), 82-104. [KV44]
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28(4), 409-426. [KV46]
- Viljaranta, J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2009). Cross-lagged relations between task motivation and performance in arithmetic and literacy in kindergarten. *Learning and*, 19(4), 335-344. [KV48]
- Hannula, M. & Lehtinen, E. (2001). Spontaneous tendency to focus on numerosities in the development of cardinality. *PME25*, 2001, vol. 3, 113-120. [P7]

Matematiikan opiskelu

Empiirinen

Kansallinen

- Merenluoto, K. & Hurme, T-R. (2007). Matematiikan ongelmanratkaisua verkkoympäristössä. Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 360-369) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A50]
- Merenluoto, K., Hurme, T-R & Salonen, P. (2007). Ongelmanratkaisuprosessi verkkoympäristössä. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktiikan symposiumi 9.2.2007, s. 206-214) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A58]
- Kaasila, R. & Lauriala, A. (2008). Roolien, statuksien ja normien muodostaminen kollaboratiivisessa opiskelijaryhmässä. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 559-570) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A64]
- Eronen, L. & Haapasalo, L. (2006). Shifting from text book tasks to mathematics making. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education (pp. 75-92). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T76]
- Yrjönsuuri, R. (1998). Opiskelutaito ja matematiikka. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996 (s. 88-105). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T21]
- Haapasalo, L. (2004). Interplay between conceptual and procedural knowledge by making formal and informal mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 123-140) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T61]

Kansainvälinen

- Kumpulainen, K. & Kaartinen, S. (2003). The Interpersonal Dynamics of Collaborative Reasoning in Peer Interactive Dyads. The Journal of Experimental Education, 71(4), 333-370. [KV25]
- Hurme, T.-R., Palonen, T. & Järvelä, S. (2006). Metacognition in joint discussions: An analysis of the patterns of interaction and the metacognitive content of the networked discussions in mathematics. Metacognition and Learning, 1(2), 181-200. [KV18]
- Hurme, T.-R. & Järvelä, S. (2005). Students' activity in computer supported collaborative problem solving in mathematics. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 10(1), 49-73. [KV49]

Affektit: oppilas / oppija

Empiirinen

Kansallinen

- Hannula, M. (2003). Motivaation itsesäätely: tarve, usko ja tunne. Teoksessa V. Meisalo (toim.), Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 63-76) Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A24]
- Huhtala, S. (2003). Matematiikassa ei ole mitään järkeviä vastauksia... se vaan on niin... - matematiikan merkitys. Teoksessa V. Meisalo (toim.), Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 88-97) Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A26]

- Huhtala, S. (2005). Metafora - ikkuna matematiikan kokemiseen. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 204-213) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A43]
- Malinen, P. (1991). Opiskelijoiden kokemat vaikeudet kemian ja matematiikan opinnoissa lukiossa sekä Jyväskylän yo:ssa. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanntti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 19-22). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T2]
- Hannula, M. S. (2002). "So I changed my attitude": a case study of attitude and its development. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 63-72). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T49]
- Huhtala, S. & Laine, A. (2006). "Matematiikan opiskelu on kuin hirvenä olemista metsästyskautena..." - peruskoulun alaluokkien oppilaiden metaforia matematiikasta ja sen opiskelusta. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education (pp. 222-230). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T81]
- Huhtala, S. (2000). Lähihoitajaopiskelijan oma matematiikka. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 219. [V10]
- Hannula, M. S. (2004). Affect in mathematical thinking and learning. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja B, osa 273. [V22]
- Attorps, I. (2006). Mathematics teachers' conceptions about equations. University of Helsinki. Faculty of behavioural sciences. Department of applied sciences of education. Research report 266. [V27]
- Tikkanen, P. (2008). Helpompaa ja hausempaa kuin luulin Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä studies in education, Psychology and social research 337. [V33]
- Merenluoto, K. (2003). Suoritusten ja varmuuden arvioinnin yhteys lukion matematiikassa. Kasvatus 34(4), 325-339. [K15]
- Väisänen, P. & Ylönen, S. (2004). Matemaattiset taidot ja matemaattinen minäkäsitys tilastollisten menetelmien oppimisessa. Kasvatus 35(4), 365-378. [K16]
- Kupari, P. (2007). Tuloksia peruskoulunuorten asenteista ja motivaatiosta matematiikkaa kohtaan PISA 2003 - tutkimuksessa. Kasvatus 38(4), 316-328. [K23]
- Pehkonen, E. (1993). Oppilaiden matematiikkakäsitysten eroista neljässä Euroopan maassa. Teoksessa S. Tella (toim.), Mikä ihmeen humaaninen ihminen? (Ainedidaktiikan symposiumi 5.2.1993, s. 150-159) Tutkimuksia 117. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A7]
- Hannula, M. (1996). Tyttöjen ja poikien itseluottamus matematiikassa peruskoulun päättyessä. Teoksessa S. Tella (toim.), Nautinnon lähteillä - aineen opettaminen ja luovuus (Ainedidaktiikan symposiumi 2.2.1996, s. 319-326) Tutkimuksia 163. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A17]
- Soro, R. (1997). Peruskoulun 8. luokan tyttöjen ja poikien matemaattiset taidot Kassel-projektin kansainvälisessä vertailussa. Teoksessa S. Tella (toim.), Media nykypäivän koulutuksessa (Ainedidaktiikan symposiumi 14.2.1997, s. 189-199) Tutkimuksia 179. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A19]
- Hannula, M., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). Itseluottamuksen ja ymmärtämisen kehittyminen matematiikassa: pitkittäistutkimus luokille 5-8. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 197-206) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A35]

- Yrjönsuuri, R. (1996). Matematiikka ja sen opetus lukiolaisten kokemana. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), *Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät* (s. 129-140). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T17]
- Sinnemäki, J. (1996). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), *Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät* (s. 191-198). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T18]
- Yrjönsuuri, R. (1998). Opiskelutaito ja matematiikka. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), *matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996* (s. 88-105). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T21]
- Hannula, M., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). On development of pupils' self-confidence and understanding in middle-grade mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), *Current research on mathematics and science education* (pp. 141-158) *Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253.* Helsingin yliopisto. [T62]
- Silverberg, H., Portaankorva-Koivisto, P. & Yrjänäinen, S. (2005). Matematiikka kielenä ja kielikasvatuksena. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 149-166). *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto.* [T74]
- Vappula, H. (2005). 11-year olds' Use of mental imagery in solving mathematics test questions. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 167-179). *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto.* [T75]
- Sinnemäki, J. (1998). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Kahdeksan kertotaulujen automatisointipeliä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 186. [V6]
- Linnanmäki, K. (2002). Matematikpresentationer och självuppfattning. En uppföljningsstudie i relation till skolspråk och kön. Åbo Akademis förlag. [V18]
- Joutsenlahti, J. (2005). Lukiolaisen tehtävääorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. *Acta Universitatis Tamperensis 1061.* [V25]
- Ahtee, M. & Jauhiainen, P. (1998). Matemaattisten aineiden opetusharjoittelijoiden käsityksiä hyvästä opettajasta ja opettamisesta. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), *matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996* (s. 106-115). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T22]
- Hoskonen, K. (1999). Oppilas matematiikan opiskelijana. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education* (s. 125-131). *Reports from the faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5.* [T33]
- Kansainvälinen**
- Hannula, M.S. (2005). Shared cognitive intimacy and self-defense: two socio-emotional processes in problem solving. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(1). [KV11]
- Hannula, M.S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 25-46. [KV16]
- Hannula, M.S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 165-178. [KV17]
- Malmivuori, M.-L. (2006). Affect and self-regulation. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 149-164. [KV30]
- Pehkonen, E. and Hannula, M.S. (2004). Mathematical belief research in Finland. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(2). [KV37]

- Pehkonen, E. & Rakov, S. (2005). Comparative survey on pupils' beliefs of mathematics teaching in Finland and Ukraine Teaching Mathematics and Computer Science, 3(1), 13-33. [KV38]
- Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M.S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. Educational Studies in Mathematics, 63(2), 113-121. [KV47]
- Hannula, M. (2002). Goal regulation: needs, beliefs and motivations. PME26, 2002, vol. 3, 73-80. [P9]
- Hannula, M., Kaasila, R., Pehkonen, E. & Laine, A. (2007). Elementary education students memories of mathematics in family context. PME31, 2007, vol. 3, 1-8. [P25]
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2000). A Comparative study on students' beliefs concerning their autonomy in doing mathematics. Nordic Studies in Mathematics Education, 8(4). [KV4]
- Hannula, M.S., Maijala, H., Pehkonen, E. & Nurmi, A. (2005). Gender comparisons of pupils' self-confidence in mathematics learning. Nordic Studies in Mathematics Education 10(3-4). [KV13]
- Hannula, M. & Malmivuori, M-L. (1997). Gender differences and their relation to mathematics classroom context. PME21, 1997, vol. 3, 33-40. [P5]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2002). Certainty bias as an indicator of problems in conceptual change: the case of number line. PME26, 2002, vol. 3, 337-344. [P10]
- Nurmi, A., Hannula, M., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2003). On pupils' self-confidence on mathematics: gender comparisons. PME27, 2003, vol. 3, 453-459. [P15]
- Hannula, M.S., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). Development of understanding and self-confidence in mathematics; grades 5–8. PME28, 2004, vol. 3, 17–24. [P17]
- Pehkonen, E., Hannula, E., Maijala, H. & Soro, R. (2006). Infinity of numbers: how students understand it. PME30, 2006, vol. 4, 345-352. [P23]
- Hannula, M. (2009). Upper secondary students' mathematical beliefs and their teachers' teaching beliefs. PME33, 2009, vol. 3, 129-136. [P30]
- Malmivuori, M-L. & Pehkonen, E. (1996). Mathematical beliefs behind school performances. PME20, 1996, vol. 3, 305-311. [P33]

Ei-empiirinen

[Kansallinen](#)

- Malmivuori, M-L. (1993). Oppilaiden matemaattisista uskomuksista. Teoksessa S. Tella (toim.), Mikä ihmeen humaani ihminen? (Ainedidaktiikan symposiumi 5.2.1993, s. 160-169) Tutkimuksia 117. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A8]
- Pehkonen, E. (1994). Oppilaiden uskomukset rajoittavat heidän oppimismahdollisuuksiaan matematiikassa. Teoksessa S. Tella (toim.), Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 175-181) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A12]
- Hannula, M. (1997). Sukupuolitettu matematiikka. Teoksessa S. Tella (toim.), Media nykypäivän koulutuksessa (Ainedidaktiikan symposiumi 14.2.1997, s. 181-188) Tutkimuksia 179. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A18]
- Malmivuori, M-L. (1994). Affektiiviset tekijät matematiikan oppimisessa. Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinelä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 177-190). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T14]
- Hoskonen, K. (2000). Tiedostamatonta etsimässä. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 261-271). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T39]

Malmivuori, M.-L. (2001). The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics. University of Helsinki, Department of Education. Research report 172. [V13]

Kansainvälinen

Hannula, M.S. (2007). Finnish research on affect in mathematics: blended theories, mixed methods and some findings. *ZDM Mathematics Education* 39, 197-203. [KV12]

Op't Eynde, P. & Hannula, M.S. (2006). The case study of Frank Educational Studies in Mathematics 63(2), 123-129. [KV36]

Affektit: opettaja

Empiirinen

Kansallinen

Pehkonen, E. (1999). Professorien matematiikkakäsityksistä. *Kasvatus* 30(2), 120-127. [K10]

Pietilä, A. (2003). Lastentarhaopettajien matematiikkakuvaan liittyvät kokemukset. Teoksessa V. Meisalo (toim.), *Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 77-87)* Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A25]

Kaasila, R. (2003). Kahden koulumatematiikassa hyvin menestyneen luokanopettajaopiskelijan matemaattiset elämäkerrat. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 197-204)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A29]

Hoskonen, K. (2005). Luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan opettajasta. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 195-203)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A42]

Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2007). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 349-359)* Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A49]

Pehkonen, E. (1998). Matematiikan professorien käsityksiä ja mielikuvia koulumatematiikasta. Teoksessa J. Leinonen (toim.), *Teorian ja käytännön vuorovaikutus ainedidaktiikassa. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1997 (s. 155-170)*. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja C:17. [T25]

Pietilä, A. (2001). Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muuttuminen matematiikan perusopinajan aikana. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 126-138)*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T43]

Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A., & Pehkonen, E. (2005). Millä tavalla matematiikka-ahdistusta potevat lo-opiskelijat puolustavat matemaattista identiteettiään? Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004 (s. 81-94)*. Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T71]

Kaasila, R. & Pehkonen, E. (2009). Luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä tehokkaasta matematiikan opetuksesta. Teoksessa K. Merenluoto & T-R Hurme (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden oppimista ja ajattelun taitoa tutkimassa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2007 (s. 95-109)*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:79. [T83]

Keranto, T. & Kohonen, J. (2009). Tulevien matematiikan aineenopettajien sekä luokanopettajien käsityksiä kertaa-komparatiivin eri merkityksistä ja käytön yleisyydestä eri asyayhteyksissä. Teoksessa K. Merenluoto &

- T-R Hurme (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden oppimista ja ajattelun taitoa tutkimassa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2007* (s. 110-125). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:79. [T84]
- Portaankorva-Koivisto, P. (2009). *Matematiikan opettajaksi opiskelevien käsityksiä havainnollisuudesta*. Teoksessa R. Kaasila (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2008* (s. 121-136). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. [T91]
- Kaasila, R. (2000). *Eläydyin oppilaan asemaan. Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikeiden muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsityksien ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa*. Acta universitatis Lapponiensis 32. [V11]
- Pietilä, A. (2002). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238. [V20]
- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. University of Helsinki. Faculty of behavioural sciences. Department of applied sciences of education. Research report 266. [V27]
- Räty-Zaborszky, S. (2006). *Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6*. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112. [V31]
- Kaasila, R., Laine, A., Hannula, M. & Pehkonen, E. (2004). *Minkälaisia matematiikan osaajia luokanopettajakoulutukseen valikoituu erilaisten valintaprosessien kautta?* Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 218-227)* Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A37]
- Hannula, M., Kaasila, R., Pehkonen, E. & Laine, A. (2007). *Elementary education students' affect towards and advancement in mathematics*. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 333-340)* Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A47]
- Mäkinen, H. (2008). *Lukion matematiikan opettajien käsityksiä oppilaista sekä omasta opettamisesta*. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), *Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 583-596)* Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A66]
- Hannula, M., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. (2005). *Luokanopettajien matematiikkakuvan rakenteesta*. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus?* *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 55-70). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T69]
- Kupari, P. (1999). *Laskuharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina*. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7. [V7]
- Huhtala, M. (2002). *Opettajien käsityksiä matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevista tekijöistä ammatillisessa oppilaitoksissa*. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V15]
- Lilja, K. (2002). *Matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevat tekijät peruskoulussa*. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V17]
- Yrjönsuuri, R. (2000). *Opettajien arvioita matematiikan tehtävistä*. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (s. 272-289). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T40]
- Perkkilä, P. (2001). *Oppikirja ja uskomukset alkuopettajien matematiikan opetuksessa*. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (s. 112-125). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T42]
- Perkkilä, P. (2002). *Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa*. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 195. [V19]

Soro, R. (2002). Opettajien uskomukset työistä, pojista ja tasa-arvosta matematiikassa. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja C, osa 191. [V21]

Kansainvälinen

Kaasila, R., Hannula, M.S., Laine, A. & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111-123. [KV21]

Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: Towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14(5), 519-534. [KV32]

Pehkonen, E. and Hannula, M.S. (2004). Mathematical belief research in Finland. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(2). [KV37]

Pehkonen, E. & Törner, G. (2004). Methodological Considerations on Investigating Teachers' Beliefs of Mathematics and Its Teaching. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(1). [KV39]

Pehkonen, L. (2007). To change or not to change - how primary school teachers speak about stability and change. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(2). [KV41]

Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M.S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 113-121. [KV47]

Pietilä, A. (2002). The role of mathematics experiences in forming pre-service elementary teachers' views of mathematics. *PME26*, 2002, vol. 4, 57-64. [P11]

Pehkonen, L. (2004). The magic circle of the textbook – and option or an obstacle for teacher change. *PME28*, 2004, vol. 3, 513–520. [P18]

Pehkonen, E. (1995). What are the key factors for mathematics teachers to change? *PME19*, 1995, vol. 2, 178-185. [P34]

Kadijevic, Dj., Haapasalo, L. & Hvorecky, J. (2005). Educational technology standards in professional development of mathematics teachers: an international study. *The Teaching of Mathematics* 8(1), 47-52. [KV22]

Kadijevic, Dj. & Haapasalo, L. (2008). Factors that influence student teacher's interest to achieve educational technology standards. *Computers and Education*, 50(1), 262-270. [KV23]

Soro, R. (2002). Teachers' beliefs about gender differences in mathematics: 'girls or boys?'- scale. *PME26*, 2002, vol. 4, 225-232. [P12]

Hannula, M., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. (2005). Structure and typical profiles of elementary teacher students' view of mathematics. *PME29*, 2005, vol. 3, 89–96. [P20]

Hannula, M. (2009). Upper secondary students' mathematical beliefs and their teachers' teaching beliefs. *PME33*, 2009, vol. 3, 129-136. [P30]

Ei-empiirinen

Kansallinen

Pehkonen, E. (1992). Opettajien uskomuksista matematiikasta ja sen opettamisesta. Teoksessa S. Tella (toim.), *Joustava ja laaja-alainen opettaja (Ainedidaktiikan symposiumi 7.2.1992, s. 277-286) Tutkimuksia 100.* Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A3]

Pehkonen, E. (2003). Mitä tiedämme opettajien matematiikkauskomuksista ja niiden muuttumisesta? Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 205-211) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72.* Turun opettajankoulutuslaitos. [A30]

- Pehkonen, E. (1994). Opettajien matemaattisten uskomusten muuttumisesta. Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinälä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 59-66). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T12]
- Silfverberg, H. (2001). Opettajien ja opetusharjoittelijoiden näkemyksiä uuden tieto- ja viestintätekniiikan käytön esteistä ja mahdollisuuksista matematiikan opetuksessa. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 139-148). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T45]
- Pietilä, A. (2002). Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva ja siihen vaikuttaminen. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 151-158). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T53]

Kansainvälinen

- Hannula, M.S. (2007). Finnish research on affect in mathematics: blended theories, mixed methods and some findings. *ZDM Mathematics Education* 39, 197-203. [KV12]

Opettajan ammatillinen kehittyminen

Empiirinen

Kansallinen

- Keranto, T. (2004). Tulevien luokanopettajien ja aineenopettajien matemaattisesta ja didaktisesta sisältötiedosta: tapauksena murtolukujen jakolasku ja verrannollinen päättely. *Kasvatus* 35(5), 530-540. [K17]
- Ahtee, M. & Pehkonen, E. (2005). Kuunteleminen - tärkeä osa kommunikaatiota matematiikan tunneilla. *Kasvatus* 36(4), 299-306. [K19]
- Vatanen, V., Perkkalainen, P. & Ahtee, M. (2000). Millaisen merkityksen matemaattisten aineiden opettajaksi opiskelevat antavat pedagogisille opinnoille? Teoksessa I. Buchberger (toim.), *Opettaja ja aine 2000* (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.2000, s. 363-385) Tutkimuksia 224. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A20]
- Lavonen, J., Meisalo, V., Mikkola, K. & Salonen, M. (2000). Tieto- ja viestintätekniiikka matemaattisten aineiden opettajankoulutuksessa. Teoksessa I. Buchberger (toim.), *Opettaja ja aine 2000* (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.2000, s. 480-493) Tutkimuksia 225. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A21]
- Kaasila, R. (2003). Kahden koulumatematiikassa hyvin menestyneen luokanopettajaopiskelijan matemaattiset elämäkerrat. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta* (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 197-204) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A29]
- Pietilä, A. & Huhtala, S. (2003). Laskun takaiset maailmat - luokanopettajaopiskelijoiden pohdintoja matematiikan oppimisvaikeuksista. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta* (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 212-218) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A31]
- Krzywacki, H. & Laine, A. (2004). Kohti hyvää matematiikan opetusta - matematiikkakerhon pitäminen osana luokanopettajaopiskelijoiden sivuaineopintoja. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus* (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 228-237) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A38]
- Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2007). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys* (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 349-359) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A49]

- Portaankorva-Koivisto, P. (2007). Fenomenologinen matematiikanopetus käsitteenä ja työvälteenä. Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 379-390) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A52]
- Krzywacki-Vainio, H. (2007). Opettajan identiteetin kehittyminen matematiikan opettajaopintojen aikana. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 199-205) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A57]
- Portaankorva-Koivisto, P. (2007). Opiskelijoiden näkemyksiä fenomenologisesta matematiikanopetuksesta. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 222-231) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A60]
- Krzywacki-Vainio, H. (2008). Yliopistokoulutus ohjaamassa matematiikan opettajan identiteetin kehittymistä. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 571-582) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A65]
- Kaasila, R. (2004). Cooperation among elementary teacher trainees in teaching practice: the case of mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 159-177) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T63]
- Laine, A. (2004). The influence of teaching practice in mathematics in upper grades of comprehensive school on pre-service primary teachers' views of mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 210-215) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T65]
- Kaasila, R. (2000). Eläydyin oppilaan asemaan. Luokanopettajaksi opiskelevien kouluikäisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsityksien ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Acta universitatis Lapponiensis 32. [V11]
- Pietilä, A. (2002). Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238. [V20]
- Krzywacki, H. (2009). Becoming a teacher: emerging teacher identity in mathematics teacher education. University of Helsinki. Faculty of behavioural sciences. Department of applied sciences of education. Research report 308. [V35]
- Yrjönsuuri, R. (1992). Luokanopettajiksi opiskelevien matematiikan opiskeluorientaatiot. Teoksessa S. Tella (toim.), Joustava ja laaja-alainen opettaja (Ainedidaktiikan symposiumi 7.2.1992, s. 287-295) Tutkimuksia 100. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A4]
- Merenluoto, K. (2003). Matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan opiskelijoiden asennoituminen opettajan ammattiin haasteena opettajankoulutukselle. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 248-255) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A33]
- Kaasila, R., Laine, A., Hannula, M. & Pehkonen, E. (2004). Minkälaisia matematiikan osaajia luokanopettajakoulutukseen valikoituu erilaisten valintaprosessien kautta? Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 218-227) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A37]
- Keranto, T. (2004). On the mathematical and pedagogical content knowledge of prospective teachers: the case of division of fractions and proportional reasoning. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 178-200) Proceedings of the XXI Symposium of the

Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T64]

Kansainvälinen

- Kaasila, R. (2007). Mathematical biography and key rhetoric. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 373-384. [KV19]
- Kaasila, R. (2007). Using narrative inquiry for investigating the becoming of a mathematics teacher. *ZDM Mathematics Education*, 39, 205-213. [KV20]
- Kaasila, R., Hannula, M.S., Laine, A. & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111-123. [KV21]
- Pietilä, A. (2002). The role of mathematics experiences in forming pre-service elementary teachers' views of mathematics. *PME26*, 2002, vol. 4, 57-64. [P11]
- Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2006). Facilitators for change of elementary teacher students' view of mathematics. *PME30*, 2006, vol. 3, 385-392. [P22]
- Krzywacki-Vainio, H. & Hannula, M. (2008). development of mathematics teacher students' teacher identity during teaching practice. *PME32*, 2008, vol. 3, 281-288. [P27]
- Krzywacki-Vainio, H. (2009). Image of an ideal teacher paving the way for formation of mathematics teacher identity. *PME33*, 2009, vol. 3, 425-432. [P31]

Ei-empiirinen

Kansallinen

- Pehkonen, E. (1994). Opettajien käsitykset ja matematiikan opetuksen muuttuminen. *Kasvatus* 25(4), 395-403. [K9]
- Leinonen, J. & Korhonen, A. (2005). Miten arvioida matematiikan opiskelua ja ymmärtämistä. *Kasvatus* 36(1), 33-42. [K18]
- Pehkonen, E. (2003). Mitä tiedämme opettajien matematiikkauskuksista ja niiden muuttumisesta? Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 205-211)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A30]

Koulutusjärjestelmä

Empiirinen

Kansallinen

- Nevanlinna, M. (2000). Sukupuoli, kotilääni ja äidinkieli lukion ja ylioppilaskokeen matematiikan valinnoissa. *Kasvatus* 31(4), 395-405. [katsaus] [K13]
- Silfverberg, H. (2007). Paradigmavaihdokset ja matematiikan opettamisen kulttuuri. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 391-402)* Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A53]
- Huhtala, M. (2002). Opettajien käsityksiä matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevista tekijöistä ammatillisessa oppilaitoksissa. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V15]
- Lilja, K. (2002). Matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevat tekijät peruskoulussa. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V17]
- Niemi, E. K. (2004). Perusopetuksen oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopiston julkaisuja. sarja C, osa 216. [V23]

Kansainvälinen

Kupari, P. (2004). Recent developments in Finnish mathematics education. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(2). [KV50]

Kupari, P. (2003). Instructional practices and teachers' beliefs in Finnish Mathematics Education. *Studies in Educational Evaluation*, 29, 243-257. [KV26]

Ei-empiirinen

Kansallinen

Korhonen, H. (2006). Mitä kuuluu Suomen matematiikan opetukselle? *Kasvatus* 37(2), 187-190. [katsauksia] [K20]

Pehkonen, E. & Seppälä, R. (2007). Muutostekijöitä suomalaisessa matematiikanopetuksessa, erityisesti vuosina 1970-2000. *Kasvatus* 38(1), 42-50. [katsauksia] [K21]

Kupari, P. (2007). PISAn kertomaa. *Kasvatus* 38(4), 301-303. [teemanumeron pääkirjoitus] [K22]

Haapasalo, L. (1993). Matematiikan opetussuunnitelmat ja opettajankoulutus. Teoksessa S. Tella (toim.), Mikä ihmeen humaani ihminen? (Ainedidaktiikan symposiumi 5.2.1993, s. 137-149) *Tutkimuksia* 117. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A6]

Rossi, M. (1994). Uusia komponentteja matematiikan opiskelun ja oppimisen arviointiin. Teoksessa S. Tella (toim.), Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 197-200) *Tutkimuksia* 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A13]

Putkonen, H. (1995). Etnomatematiikka luokanopettajien koulutuksessa. Teoksessa S. Tella (toim.), Juuret ja arvot - etnisyyden ja eettisyys, aineen opettaminen monikulttuurisessa oppimisympäristössä (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.1995, s. 445-449) *Tutkimuksia* 150. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A16]

Pehkonen, E., Ahtee, M & Lavonen, J. (2007). Selityksiä suomalaisten 9-luokkalaisten menestyksestä PISA-arvioinnissa. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktiikan symposiumi 9.2.2007, s. 215-221) *Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77*. Turun opettajankoulutuslaitos. [A59]

Haapasalo, L. & Kupari, P. (1991). Matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman kehityssuuntia. Teoksessa T. Keranto, M. Huhnanntti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 4-18). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T1]

Haapasalo, L. & Kupari, P. (1992). Matematiikan opetuksen kehittämissuunnitelmat on kiinnitetty - mitkä ne ovat ja mitä niistä seuraa? Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991 (s. 43-55). *Rapporter från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992*. [T6]

Meisalo, V. (1998). Matemaattisten aineiden opettajankoulutuksen kehittämishankkeista Hgin yliopiston opettajankoulutuslaitoksella. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996 (s. 135-138). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T23]

LIITE 1. Artikkelit aakkosellisessa järjestyksessä

Matematiikan opetus

Empiirinen

Kansallinen

- Keranto, T. (1993). Käsitukset matematiikan opetuksesta ja oppimisesta muuttuvat - muuttuko koulukäytäntö? *Kasvatus* 24(3), 249-258. [K8]
- Pietilä, A. (1994). Millaisia motivointikeinoja ala-asteen opettajat käyttävät matematiikan opetuksessa. Teoksessa S. Tella (toim.), Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 169-174) *Tutkimuksia* 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A11]
- Joutsenlahti, J. & Silfverberg, H. (2007). Case-analyysi kulman käsitteen tulkinnasta. Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimuserustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 341-348) *Tutkimuksia* 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A48]
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2007). Minkälaiseen matemaattiseen osaamiseen peruskoulussa käytetty oppimateriaali ohjaa? Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktiikan symposiumi 9.2.2007, s. 184-191) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A55]
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2008). Oppikirja vai harjoituskirja? Perusopetuksen luokkien 1-6 matematiikan oppimateriaalin tarkastelua MOT-projektissa. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 547-558) *Tutkimuksia* 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A63]
- Lehtinen, M. (1994). Matematiikkakilpailut ja matematiikan opetuksen tutkimus - tarvitsevatko ne toisiaan? Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinälä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 135-146). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T13]
- Sorvari, J. (2001). Matemaattisen ajattelun kehittäminen: tietokoneet opetuksen tehostamisen apuvälineinä. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 161-176). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T46]
- Silfverberg, H. (2002). Outo ongelma ja siihen tarjotut ratkaisut. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 169-176). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T54]
- Ahtee, M. & Pehkonen, E. (2005). Kuuntelemistasot opettajan ja oppilaan vuorovaikutuksessa matematiikan tunnilla. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004 (s. 33-38). *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium* 80: Oulun yliopisto. [T67]
- Tossavainen, T. (2006). Raja-arvon ymmärtämisen kielellisistä haasteista. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), *Pathways into research-based teaching and learning in mathematics and science education* (pp. 211-221). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T80]
- Törnroos, J. (2005). Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset - seitsemännän luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. *Tutkimuksia* 13. [V26]
- Perkkilä, P. (2002). Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 195. [V19]

Kansainvälinen

- Pehkonen, E. (1993). On teachers' criteria to assess mathematical activities. *PME17*, 1993, vol. 1, 220-227. [P4]
- Merenluoto, K. (2005). Conceptual change in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(2). [KV31]

Ei-empiirinen

Kansallinen

- Korhonen, H. (1990). Koulumatematiikan kansainvälisiä uudistussuuntia. *Kasvatus* 21(5-6), 357-362. [K4]
- Leino, J. (1992). Uutta ajattelua matematiikan opetukseen! *Kasvatus* 23(1), 40-46. [K5]
- Paasonen, J. (1993). Matematiikan opetus perusteitaan etsimässä. *Kasvatus* 24(2), 166-170. [katsaukset] [K7]
- Pehkonen, E. (2000). Ymmärtäminen matematiikan opetuksessa. *Kasvatus* 31(4), 375-381. [katsaus] [K12]
- Lindgren, S. (2003). Platonin tietoteoria ja matematiikan opetus. *Kasvatus* 34(1), 79-86. [katsaus] [K14]
- Yrjönsuuri, Y. (1991). Matematiikan opetuksen kriteerejä. Teoksessa M. Ahtee & V. Meisalo (toim.), *Ainedidaktiikka ja kansainvälisyys. (Ainedidaktiikan symposiumi 25.1.1991, s. 131-142). Tutkimuksia 97. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos.* [A2]
- Björkqvist, O. (1994). Sosiaalisesta konstruktivismista. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 154-158) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos.* [A9]
- Yrjönsuuri, R. (1994). Käsitteiden opiskelu mallin avulla. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 201-206) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos.* [A14]
- Koskinen, R. (2005). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen käsitteellisenä lähtökohtana: Pjotr Galperinin merkitys. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 214-222) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos.* [A44]
- Silfverberg, H. (2005). Applets geonext, geogebra and quickmath as tools in a complex inquiry task. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 223-231) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos.* [A45]
- Näveri, L. (2007). Forward to the basics. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 370-378) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto.* [A51]
- Koskinen, R. (2007). Mielekkään oppimisen teorian kehittyminen matematiikan opetuksen käsitteellisenä lähtökohtana. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), *Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 192-198) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos.* [A56]
- Seppälä, R. (1991). Tietokoneavusteisista matematiikan opetusohjelmista - työkalupakki vai kymmenen kärjessä-lista. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanantti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), *Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 105-113). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991.* [T4]
- Karjalainen, O. (1991). Taulukkolaskennasta. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanantti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), *Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 127-143). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991.* [T5]

- Björkqvist, O. (1992). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991* (s. 109-118). Rapporter från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T8]
- Malinen, P. (1996). Looginen ajattelu ja todistaminen matematiikan didaktikassa. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), *Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät* (s. 1-7). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T16]
- Perkkilä, P. (1999). Kuvallisista ja sanallisista tehtävistä alkuopetuksen matematiikan oppikirjoissa. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education* (s. 109-116). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T31]
- Pehkonen, E. (2000). Matemaattisen ongelmanratkaisun toteutuksesta peruskoulun yläasteella. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (s. 249-260). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T38]
- Haapasalo, L. (2005). Pedagogical implications of the knowledge distinction conceptual vs. procedural. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 39-54). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T68]
- Koskinen, R. (2005). Orientaatiokäsité Pjotr Galperinin oppimisen teoriassa ja sen merkitys matematiikan opetuksessa. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 111-122). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T73]
- Haapasalo, L. & Hvorecky, J. (2006). Mathematics making through simulations. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), *Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education* (pp. 93-106). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T77]
- Joutsenlahti, J. (2006). Matematiikan oppimateriaali ja oppilaan matemaattinen ajattelu. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), *Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education* (pp. 231-242). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T82]
- Joki, J. (2002). Ulkoluvusta hahmottavaan geometriaan. Aineksia geometrian opetukseen erityisesti peruskoulussa. Joensuun yliopisto. Matematiikan laitos. Didaktisen matematiikan sarja no.1. [V16]

Kansainvälinen

- Graumann, G. & Pehkonen, E. (2007). Problemorientierung im Mathematikunterricht --- ein Gesichtspunkt der Qualitätssteigerung. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 5(1), 251-291. [KV5]
- Kadijevic, Dj., Haapasalo, L. & Hvorecky, J. (2005). Using technology in applications and modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 114-122. [KV24]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: Towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14(5), 519-534. [KV32]
- Pesonen, M.E., Haapasalo, L. & Ehmke, T. (2006). Critical look at dynamic sketches when learning mathematics. *The Teaching of Mathematics*, 9(2), 19-29. [KV42]
- Pesonen, M.E., Haapasalo, L. & Lehtola, H. (2002). Looking at function concept through interactive animations. *The Teaching of Mathematics*, 5(1), 37-45. [KV43]

Matematiikan opetus: opetuskokeilut

Empiirinen

Kansallinen

- Back, R.-J., Kavander, T., Nylund, M., Peltomäki, M., Salakoski, T., von Wright, J. (2003). Matemaattinen todistaminen ja abstrahointi lukion matematiikan opetuksessa - opetus kokeilu rakenteisten johtojen avulla. Teoksessa V. Meisalo (toim.), Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 24-33) Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A23]
- Haapasalo, L. (1992). Modem-projektin empiirisiä tuloksia. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991 (s. 119-138). Rapporten från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T9]
- Häkkinen, K. (2000). Matematiikkaa monimuoto-opiskeluna: kokemuksia opetuskokeiluista yliopistossa ja ammattikorkeakoulussa. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 36-51). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T35]
- Kivelä, S. (2002). Verkko-opiskelumateriaalia hyödyntävä matematiikan peruskurssi Teknillisessä korkeakoulussa: järjestelyt ja kokemuksia. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 33-54). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T47]
- Ahtineva, A. (2002). Valinnaisen matematiikan kurssin kokeilu Turun OKL:ssä. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 55-62). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T48]
- Hassinen, S. (2006). Idealähtöistä koulualgebraa. IDEAA-opetusmallin kehittäminen algebran opetukseen peruskoulun 7. luokalla. Helsingin yliopisto. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 274. [V29]
- Porttila, R. (2003). Origami geometrian apuvälineenä spatiaalisen hahmottamisen kehittämisessä. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 219-225) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A32]
- Back, R.-J., Peltomäki, M., Salakoski, T., & von Wright, J. (2004). Structured derivations supporting high school mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 104-122) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T60]
- Lindgren, S. (1990). Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa: matikkatupakokeilu peruskoulun toisella luokalla. Acta Universitatis Tamperensis ser A vol 307. [V4]
- Repo, S. (1996). Matematiikkaa tietokoneella. Derivaatan käsitteen konstruointi symbolisen laskennan ohjelman avulla. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 33. [V5]
- Sinnemäki, J. (1998). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Kahdeksan kertotaulujen automatisointipeliä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 186. [V6]
- Ruokamo, H. (2000). Matemaattinen lahjakkuus ja matemaattisten sanallisten ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 212. [V12]
- Keranto, T. (1992). Verrannollisten päättely- ja laskutaitojen opettamisesta ja oppimisesta oppilaita kiinnostavalla ja merkityksellisellä tavalla. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991 (s. 92-108). Rapporten från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T7]
- Haapasalo, L. (1998). Mahdollisuuksia ja esteitä matematiikan ja luonnontieteiden integroitujen opiskeluympäristöjen toteuttamiselle. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996 (s. 33-49). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T19]

Leppäaho, H. (2007). Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa. Ongelmanratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 298. [V32]

Kansainvälinen

Sorvari, J. & Pehkonen, E. (2001). Promoting mathematical thinking: a pilot study for innovative learning environments. *PME25*, 2001, vol. 4, 201-208. [P8]

Keranto, T. (1990). Contextual approach to the teaching and learning mathematics: outlining a teaching strategy that makes use of pupils' real world experiences and strategies, and the results of the first teaching experiment of project. *PME14*, 1990, vol. 3, 35-42. [P1]

Ei-empiirinen

Kansallinen

Yrjänäinen, S. & Portaankorva-Koivisto, P. (2003). Luma-aineet esille alakoulussa! - oletko valmis yhteistyöhön, tuleva aineenopettaja? Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 273-280)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A34]

Portaankorva-Koivisto, P. (2004). Mestari luokka - valinnaiskurssi matematiikan opettajaharjoittelijoille. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 267-275)* Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A41]

Merenluoto, K. (2005). Teknologiaympäristöjen käsitteellistä muutosta tukevia ominaisuuksia. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 232-239)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A46]

Häkkinen, K. (1999). Matematiikan oppiminen itseopiskelumateriaalin turvin. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education (s. 117-124)*. Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T32]

Oikkonen, J. (2000). Pajakokeilu Helsingin yliopiston matematiikan laitoksella. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 28-35)*. Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T34]

Pesonen, S. (2000). Matematiikan aineopintojen vaikutuksesta tulevan luokanopettajan matematiikkakuvaan. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 52-71)*. Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T36]

Matematiikan oppiminen

Empiirinen

Kansallinen

Pehkonen, L. (1999). Miten peruskoulun ala-asteen oppilaat perustelevat ratkaisujaan ristiriitaisessa matemaattisessa tilanteessa? *Kasvatus* 30(2), 128-137. [K11]

Lehtonen, J. (1994). Piiri- ja pinta-alakäsitteen hallinta 6. luokalla. Teoksessa S. Tella (toim.), *Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 159-168)* Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A10]

Huhtala, S. (2003). Matematiikassa ei ole mitään järkeviä vastauksia... se vaan on niin... - matematiikan merkitys. Teoksessa V. Meisalo (toim.), *Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 88-97)* Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A26]

- Huhtala, S. (2004). Kuusipilkukolme ampiaista jaettiin yhdeksään osaan - tilannesidonnaiset jakolaskustrategiat. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 207-217) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A36]
- Silfverberg, H. & Joutsenlahti, J. (2007). Miten opettajaopiskelijat ymmärtävät käsitteen kulma? Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 239-247) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A61]
- Hihnala, K. (2008). Suhteellisuus matemaattisena ajatusmallina peruskoulussa. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 531-546) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A62]
- Yrjönsuuri, R. (1999). Students' performances in the MAKEKO9-test. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Quality aspects of mathematics and science education (s. 101-108). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T30]
- Laine, A. & Huhtala, S. (2004). There are 16 big stones and 8 blogs..." A report on different strategies of solving division problems $16,8 : 2,4$. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 216-231). Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T66]
- Keranto, T. (2005). Tulevien opettajien tasogeometrisen tiedon ja päätelmien tasosta: tapauksena nelikulmio hierarkia ja eräät muut tasogeometriset objektit. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004 (s. 95-110). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T72]
- Kaasila, R., Pehkonen, E. & Hellinen, A. (2009). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijat ja lukiolaiset ratkaisevat ei-standardin jakolaskuongelman? Teoksessa R. Kaasila (toim.), Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2008 (s. 87-104). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. [T89]
- Silfverberg, H. (2009). Funktio-käsitteen jäsenyminen yliopisto-opintojen alussa olevan muistikuvissa. Teoksessa R. Kaasila (toim.), Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2008 (s. 137-154). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. [T92]
- Hähkiöniemi, M. (2006). The role of representations in learning of derivative. University of Jyväskylä. Department of mathematics and statistics. Report 104. [V30]
- Merenluoto, K. (2003). Suoritusten ja varmuuden arvioinnin yhteys lukion matematiikassa. Kasvatus 34(4), 325-339. [K15]
- Väisänen, P. & Ylönen, S. (2004). Matemaattiset taidot ja matemaattinen minäkäsitys tilastollisten menetelmien oppimisessa. Kasvatus 35(4), 365-378. [K16]
- Törnroos, J. (2007). Suomen- ja ruotsinkielisten oppilaiden matematiikan osaaminen PISA 2003 - tutkimuksessa. Kasvatus 38(4), 329-339. [K24]
- Reinikainen, P. (2007). Hyvän ongelmaratkaisutaidon selittäjät. Kasvatus 38(4), 340-347. [K25]
- Sinnemäki, J. (1995). Tietokonepelit osana oppimisympäristöä: tasa-arvon näkökulma. Teoksessa S. Tella (toim.), Juuret ja arvot - etnisyys ja eettisyys, aineen opettaminen monikulttuurisessa oppimisympäristössä (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.1995, s. 435-443) Tutkimuksia 150. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A15]
- Luoma-aho, E. & Asunta, T. (2000). Koulumenestys ja ongelmanratkaisukyky matematiikassa. Teoksessa I. Buchberger (toim.), Opettaja ja aine 2000 (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.2000, s. 764-774) Tutkimuksia 225. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A22]
- Merenluoto, K. (2004). Oppilaiden kognitiivis-motivatioonalliset profiilit murto- ja desimaalilukujen käsittelytehtävissä. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan

- symposiumi 6.2.2004, s. 258-266) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A40]
- Törnroos, J. (2007). Mitä PISA ja TIMMS kertovat matematiikan taidoista Suomessa? Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 403-412) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A54]
- Silfverberg, H. & Matsuo, N. (2008). Comparative Study of Finnish and Japanese students' understanding of class inclusion and defining in geometrical context. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 608-620) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A67]
- Yrjönsuuri, R. (1991). Matemaattisen ajattelun tutkimisesta. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanantti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 32-40). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T3]
- Silfverberg, H. (1994). Mitä yläasteen geometrian opetuksessa opitaan - yhden yksittäisen tutkimuksen näkökulma aiheeseen? Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinelä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 191-200). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T15]
- Sinnemäki, J. (1996). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät (s. 191-198). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T18]
- Soro, R. (1999). Peruskoulun oppilaiden matemaattisten taitojen kehittyminen kansainvälisessä vertailussa. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Quality aspects of mathematics and science education (s. 75-82). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T27]
- Afanasjev, J. & Pehkonen, E. (2001). Suomen ja Viron 7-luokkalaisten matemaattisten tietojen ja taitojen vertailua kansainvälisen Kassel-projektin valossa. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 24-36). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T41]
- Leinonen, L. (2002). Peruskoulun ja lukion oppilaiden todennäköisyys-ajattelusta. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 119-128). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T51]
- Törnroos, J. (2003). Finnish mathematics results in TIMMS 1999 - a more detailed analysis. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), Towards meaningful mathematics and science education (pp. 64-73) Proceedings on the IXX Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 86. Joensuun yliopisto. [T57]
- Hihnala, K. (2003). Procedural thinking in solving linear equations. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), Towards meaningful mathematics and science education (pp. 74-82) Proceedings on the IXX Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 86. Joensuun yliopisto. [T58]
- Kupari, P. (2003). Finnish students' mathematical literacy in PISA. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), Towards meaningful mathematics and science education (pp. 83-90). Proceedings on the IXX Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Kasvatustieteiden tiedekunnan selosteita n:o 86. Joensuun yliopisto. [T59]
- Leppäaho, H. (2006). The problem solving map method as a learning tool in mathematical problem solving. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education (pp. 127-137). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T78]
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2009). Luokanopettajaopiskelijoiden spatiaalisten taitojen arviointi ja kehittäminen. Teoksessa K. Merenluoto & T-R Hurme (toim.), Matematiikan ja luonnontieteiden oppimista ja

- ajattelun taitoa tutkimassa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2007 (s. 126-139). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:79. [T85]
- Silfverberg, H. (1999). Peruskoulun yläasteen oppilaan geometrinen käsitetieto. *Acta Universitatis Tamperensis* 710. [V8]
- Hihnala, K. (2005). Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen. Peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 278. [V24]
- Joutsenlahti, J. (2005). Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. *Acta Universitatis Tamperensis* 1061. [V25]
- Törnroos, J. (2005). Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset - seitsemännän luokan matematiikan osaaminen arvioitavana. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 13. [V26]
- Keranto, T. (1992). Matematiikkaa mielekkäästi: kokemuksia ja tutkimustuloksia opetuskokeiluista. *Kasvatus* 23(3), 234-246. [K6]
- Hannula, M. (2003). Murtoluvun sijoittaminen lukusuoralle. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 179-187)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A27]
- Laine, A., Huhtala, S., Kaasila, R., Hannula, M. & Pehkonen, E. (2004). Luokanopettajaopiskelijoiden tilannesidonnaiset jakolaskustrategiat. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 238-248)* Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A39]
- Kupari, P. & Saranen, E. (1999). Peruskoululaisten ja lukiolaisten matematiikan suoritusprofiilien arviointia. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education (s. 83-94)*. Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T28]
- Hägglblom, L. (2000). Räknespår. Barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder. Åbo Akademis förlag. [V9]
- Merenluoto, K. (2001). Lukiolaisen reaalityttö. Lukualueen laajentaminen käsitteellisenä muutoksena matematiikassa. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja C, osa 176. [V14]
- Niemi, E. K. (2004). Perusopetuksen oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisissa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopiston julkaisuja. sarja C, osa 216. [V23]
- Näveri, L. (2009). Aritmetiikasta algebraan. Muutoksia osaamisessa peruskoulun päättöluokalla 20 vuoden aikana. Helsingin yliopisto. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Tutkimuksia 309. [V36]

Kansainvälinen

- Hähkiöniemi, M. (2006). Associative and reflective connections between the limit of the difference quotient and limiting process. *Journal of Mathematical Behavior* 25(2), 170-184. [KV8]
- Hähkiöniemi, M. (2006). Perceiving the derivative: the case of Susanna *Nordic Studies in Mathematics Education*, 11(1). [KV9]
- Hähkiöniemi, M. (2007). How the derivative becomes visible: the case of Daniel. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 5(1), 81-97. [KV10]
- Merenluoto, K. (2005). Conceptual change in mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(2). [KV31]
- Björkqvist, O. (1993). Interpretations of double modalities. *PME17*, 1993, vol. 1, 107-113. [P3]
- Hähkiöniemi, M. (2004). Perceptual and symbolic representations as a starting point of the acquisition of the derivative. *PME28*, 2004, vol. 3, 73-80. [P19]

- Fransisco, J. & Häikiöniemi, M. (2006). Insides into students' algebraic reasoning. *PME30*, 2006, vol. 3, 105-112. [P21]
- Viholainen, A. (2006). Why is a discontinuous function differentiable? *PME30*, 2006, vol. 5, 329-336. [P24]
- Häikiöniemi, M. (2008). Durability and meaningfulness of mathematical knowledge - the case of the derivative concept. *PME32*, 2008, vol. 3, 113-120. [P26]
- Pehkonen, E. & Kaasila, R. (2009). Understanding and reasoning in a non-standard division task. *PME33*, 2009, vol. 4, 345-352. [P32]
- Kyttälä, M. & Lehto, J.-E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 23(1), 77-94. [KV27]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2004). The quality of conceptual change in mathematics: The case of number concept. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(2). [KV33]
- Murtonen, M. & Titterton, N. (2004). Earlier mathematics achievement and success in university studies. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(4). [KV34]
- Pehkonen, L. (2000). How do primary pupils give written arguments in a conflicting mathematical situation. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 8(1). [KV40]
- Viholainen, A. (2008). Finnish mathematics teacher students' informal and formal arguing skills in the case of derivative. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13 (2). [KV45]
- Strang, T. (1990). The fraction concept in comprehensive school at grade levels 3-6 in Finland. *PME14*, 1990, vol. 3, 75-80. [P2]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2000). The 'conflicting' concepts of continuity and limit - a conceptual change perspective. *PME24*, 2000, vol. 3, 303-310. [P6]
- Merenluoto, K. (2003). Abstracting the density of numbers on the number line - a quasi experimental study. *PME27*, 2003, vol. 3, 285-292. [P14]
- Merenluoto, K. (2004). The cognitive - motivational profiles of students dealing with decimal numbers and fraction. *PME28*, 2004, vol. 3, 297-304. [P16]
- Pehkonen, E., Hannula, E., Maijala, H. & Soro, R. (2006). Infinity of numbers: how students understand it. *PME30*, 2006, vol. 4, 345-352. [P23]
- Hannula, M. (2003). Locating fractions on a number line. *PME27*, 2003, vol. 3, 17-24. [P13]
- Leppäaho, H. (2008). The problem-solving map method: a tool for mathematical problem solving. *PME32*, 2008, vol. 3, 305-312. [P28]

Ei-empiirinen

Kansallinen

- Pehkonen, E. (1999). Suomen matematiikan opetuksen tila kansainvälisten vertailututkimusten valossa. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education* (s. 68-74). Reports from the Faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5. [T26]

Kansainvälinen

- Haapasalo, L. and Kadujevic, Dj. (2003). Using Innovative Technology for Revitalizing Formal and Informal Mathematics: a Special View on the Interplay Between Procedural and Conceptual Knowledge. *The Teaching of Mathematics* 6(2), 81-89. [KV6]
- Haapasalo, L., Zimmermann, B. & Rehlich, H. (2004). A Versatile Tool to Promote Link Between Creative Production and Conceptual Understanding *The Teaching of Mathematics* 7(2), 61-70. [KV7]

Varhaisten matemaattisten taitojen kehittyminen

Empiirinen

Kansallinen

- Aunio, P. (2006). Number sense in young children - (inter)national group differences and an intervention programme for children with low and average performance. University of Helsinki. Department of Applied Sciences of Education Faculty of Behavioural Sciences. Research report 269. [V28]
- Hannula, M. M. (2005). Spontaneous focusing on numerosity in the development early mathematical skills. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja B, osa 282. [V37]

Kansainvälinen

- Aunola, K., Leskinen, E. & Nurmi, J.-E. (2006). Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teachers' goals during the transition to primary school. *British Journal of Educational Psychology*, 76(1), 21-40. [KV1]
- Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2004). Maternal affection moderates the impact of psychological control on a child's mathematical performance. *Developmental Psychology*, 40(6), 965-978. [KV2]
- Aunola, K., Nurmi, J.-E., Lerkkanen, M.-K., & Rasku-Puttonen, H. (2003). The Roles of Achievement-Related Behaviours and Parental Beliefs in Children's Mathematical Performance. *Educational Psychology*, 23(4), 403-421. [KV3]
- Hannula, M.M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 51-57. [KV14]
- Hannula, M.M. & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15(3), 237-256. [KV15]
- Lepola, J., Niemi, P., Kuikka, M. & Hannula, M.M. (2005). Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetic achievement: A follow-up study from kindergarten to grade 2. *International Journal of Educational Research*, 43(4-5), 250-271. [KV28]
- Lerkkanen, M. -K., Rasku-Puttonen, H., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2005). Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year olds. *European Journal of Psychology of Education*, 20(2), 121-137. [KV29]
- Onatsu-Arviolommi, T. & Nurmi, J.-E. (2000). The role of task-avoidant and task-focused behaviors in the development of reading and mathematical skills during the first school year: A cross-lagged longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 92(3), 478-491. [KV35]
- Railo, H., Koivisto, M., Revonsuo, A. & Hannula, M.M. (2008). The role of attention in subitizing. *Cognition*, 107(1), 82-104. [KV44]
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28(4), 409-426. [KV46]
- Viljaranta, J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2009). Cross-lagged relations between task motivation and performance in arithmetic and literacy in kindergarten. *Learning and*, 19(4), 335-344. [KV48]
- Hannula, M. & Lehtinen, E. (2001). Spontaneous tendency to focus on numerosities in the development of cardinality. *PME25*, 2001, vol. 3, 113-120. [P7]

Matematiikan opiskelu

Empiirinen

Kansallinen

- Merenluoto, K. & Hurme, T-R. (2007). Matematiikan ongelmanratkaisua verkkoympäristössä. Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 360-369) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A50]
- Merenluoto, K., Hurme, T-R & Salonen, P. (2007). Ongelmanratkaisuprosessi verkkoympäristössä. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktiikan symposiumi 9.2.2007, s. 206-214) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A58]
- Kaasila, R. & Lauriala, A. (2008). Roolien, statuksien ja normien muodostaminen kollaboratiivisessa opiskelijaryhmässä. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 559-570) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A64]
- Eronen, L. & Haapasalo, L. (2006). Shifting from text book tasks to mathematics making. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education (pp. 75-92). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T76]
- Yrjönsuuri, R. (1998). Opiskelutaito ja matematiikka. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996 (s. 88-105). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T21]
- Haapasalo, L. (2004). Interplay between conceptual and procedural knowledge by making formal and informal mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 123-140) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T61]

Kansainvälinen

- Kumpulainen, K. & Kaartinen, S. (2003). The Interpersonal Dynamics of Collaborative Reasoning in Peer Interactive Dyads. The Journal of Experimental Education, 71(4), 333-370. [KV25]
- Hurme, T.-R., Palonen, T. & Järvelä, S. (2006). Metacognition in joint discussions: An analysis of the patterns of interaction and the metacognitive content of the networked discussions in mathematics. Metacognition and Learning, 1(2), 181-200. [KV18]
- Hurme, T.-R. & Järvelä, S. (2005). Students' activity in computer supported collaborative problem solving in mathematics. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 10(1), 49-73. [KV49]

Affektit: oppilas / oppija

Empiirinen

Kansallinen

- Hannula, M. (2003). Motivaation itsesäätely: tarve, usko ja tunne. Teoksessa V. Meisalo (toim.), Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 63-76) Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A24]
- Huhtala, S. (2003). Matematiikassa ei ole mitään järkeviä vastauksia... se vaan on niin... - matematiikan merkitys. Teoksessa V. Meisalo (toim.), Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 88-97) Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A26]

- Huhtala, S. (2005). Metafora - ikkuna matematiikan kokemiseen. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 204-213) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A43]
- Malinen, P. (1991). Opiskelijoiden kokemat vaikeudet kemian ja matematiikan opinnoissa lukiossa sekä Jyväskylän yo:ssa. Teoksessa T. Keranto, M. Huhanahti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 19-22). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T2]
- Hannula, M. S. (2002). "So I changed my attitude": a case study of attitude and its development. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 63-72). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T49]
- Huhtala, S. & Laine, A. (2006). "Matematiikan opiskelu on kuin hirvenä olemista metsästyskautena..." - peruskoulun alaluokkien oppilaiden metaforia matematiikasta ja sen opiskelusta. In T. Asunta, & J. Viiri (Eds.), Path-ways into research-based teaching and learning in mathematics and science education (pp. 222-230). Opettajankoulutuslaitos, tutkimuksia 84. Jyväskylän yliopisto. [T81]
- Huhtala, S. (2000). Lähihoitajaopiskelijan oma matematiikka. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 219. [V10]
- Hannula, M. S. (2004). Affect in mathematical thinking and learning. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja B, osa 273. [V22]
- Attorps, I. (2006). Mathematics teachers' conceptions about equations. University of Helsinki. Faculty of behavioural sciences. Department of applied sciences of education. Research report 266. [V27]
- Tikkanen, P. (2008). Helpompaa ja hausempaa kuin luulin Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä studies in education, Psychology and social research 337. [V33]
- Merenluoto, K. (2003). Suoritusten ja varmuuden arvioinnin yhteys lukion matematiikassa. Kasvatus 34(4), 325-339. [K15]
- Väisänen, P. & Ylönen, S. (2004). Matemaattiset taidot ja matemaattinen minäkäsitys tilastollisten menetelmien oppimisessa. Kasvatus 35(4), 365-378. [K16]
- Kupari, P. (2007). Tuloksia peruskoulunuorten asenteista ja motivaatiosta matematiikkaa kohtaan PISA 2003 - tutkimuksessa. Kasvatus 38(4), 316-328. [K23]
- Pehkonen, E. (1993). Oppilaiden matematiikkakäsitysten eroista neljässä Euroopan maassa. Teoksessa S. Tella (toim.), Mikä ihmeen humaaninen ihminen? (Ainedidaktiikan symposiumi 5.2.1993, s. 150-159) Tutkimuksia 117. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A7]
- Hannula, M. (1996). Tyttöjen ja poikien itseluottamus matematiikassa peruskoulun päättyessä. Teoksessa S. Tella (toim.), Nautinnon lähteillä - aineen opettaminen ja luovuus (Ainedidaktiikan symposiumi 2.2.1996, s. 319-326) Tutkimuksia 163. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A17]
- Soro, R. (1997). Peruskoulun 8. luokan tyttöjen ja poikien matemaattiset taidot Kassel-projektin kansainvälisessä vertailussa. Teoksessa S. Tella (toim.), Media nykypäivän koulutuksessa (Ainedidaktiikan symposiumi 14.2.1997, s. 189-199) Tutkimuksia 179. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A19]
- Hannula, M., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). Itseluottamuksen ja ymmärtämisen kehittyminen matematiikassa: pitkittäistutkimus luokille 5-8. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 197-206) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A35]

- Yrjönsuuri, R. (1996). Matematiikka ja sen opetus lukiolaisten kokemana. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), *Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät* (s. 129-140). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T17]
- Sinnemäki, J. (1996). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Teoksessa M. Ahtee, J. Lavonen & V. Meisalo (toim.), *Opettajankoulutuksen uudet haasteet – XIII matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät* (s. 191-198). Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 162. [T18]
- Yrjönsuuri, R. (1998). Opiskelutaito ja matematiikka. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), *matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996* (s. 88-105). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T21]
- Hannula, M., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). On development of pupils' self-confidence and understanding in middle-grade mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), *Current research on mathematics and science education* (pp. 141-158) *Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253.* Helsingin yliopisto. [T62]
- Silfverberg, H., Portaankorva-Koivisto, P. & Yrjänäinen, S. (2005). Matematiikka kielenä ja kielikasvatuksena. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 149-166). *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto.* [T74]
- Vappula, H. (2005). 11-year olds' Use of mental imagery in solving mathematics test questions. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 167-179). *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto.* [T75]
- Sinnemäki, J. (1998). Tietokonepelit ja sisäinen motivaatio. Kahdeksan kertotaulujen automatisointipeliä. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 186. [V6]
- Linnanmäki, K. (2002). Matematikpresentationer och självuppfattning. En uppföljningsstudie i relation till skolspråk och kön. Åbo Akademis förlag. [V18]
- Joutsenlahti, J. (2005). Lukiolaisen tehtävääorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä. *Acta Universitatis Tamperensis 1061.* [V25]
- Ahtee, M. & Jauhiainen, P. (1998). Matemaattisten aineiden opetusharjoittelijoiden käsityksiä hyvästä opettajasta ja opettamisesta. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), *matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996* (s. 106-115). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T22]
- Hoskonen, K. (1999). Oppilas matematiikan opiskelijana. Teoksessa O. Björkqvist (toim.), *Quality aspects of mathematics and science education* (s. 125-131). *Reports from the faculty of Education, Åbo Akademi University No. 5.* [T33]
- Kansainvälinen**
- Hannula, M.S. (2005). Shared cognitive intimacy and self-defense: two socio-emotional processes in problem solving. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(1). [KV11]
- Hannula, M.S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 25-46. [KV16]
- Hannula, M.S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 165-178. [KV17]
- Malmivuori, M.-L. (2006). Affect and self-regulation. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 149-164. [KV30]
- Pehkonen, E. and Hannula, M.S. (2004). Mathematical belief research in Finland. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(2). [KV37]

- Pehkonen, E. & Rakov, S. (2005). Comparative survey on pupils' beliefs of mathematics teaching in Finland and Ukraine Teaching Mathematics and Computer Science, 3(1), 13-33. [KV38]
- Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M.S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. Educational Studies in Mathematics, 63(2), 113-121. [KV47]
- Hannula, M. (2002). Goal regulation: needs, beliefs and motivations. PME26, 2002, vol. 3, 73-80. [P9]
- Hannula, M., Kaasila, R., Pehkonen, E. & Laine, A. (2007). Elementary education students memories of mathematics in family context. PME31, 2007, vol. 3, 1-8. [P25]
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2000). A Comparative study on students' beliefs concerning their autonomy in doing mathematics. Nordic Studies in Mathematics Education, 8(4). [KV4]
- Hannula, M.S., Maijala, H., Pehkonen, E. & Nurmi, A. (2005). Gender comparisons of pupils' self-confidence in mathematics learning. Nordic Studies in Mathematics Education 10(3-4). [KV13]
- Hannula, M. & Malmivuori, M-L. (1997). Gender differences and their relation to mathematics classroom context. PME21, 1997, vol. 3, 33-40. [P5]
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2002). Certainty bias as an indicator of problems in conceptual change: the case of number line. PME26, 2002, vol. 3, 337-344. [P10]
- Nurmi, A., Hannula, M., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2003). On pupils' self-confidence on mathematics: gender comparisons. PME27, 2003, vol. 3, 453-459. [P15]
- Hannula, M.S., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). Development of understanding and self-confidence in mathematics; grades 5–8. PME28, 2004, vol. 3, 17–24. [P17]
- Pehkonen, E., Hannula, E., Maijala, H. & Soro, R. (2006). Infinity of numbers: how students understand it. PME30, 2006, vol. 4, 345-352. [P23]
- Hannula, M. (2009). Upper secondary students' mathematical beliefs and their teachers' teaching beliefs. PME33, 2009, vol. 3, 129-136. [P30]
- Malmivuori, M-L. & Pehkonen, E. (1996). Mathematical beliefs behind school performances. PME20, 1996, vol. 3, 305-311. [P33]

Ei-empiirinen

[Kansallinen](#)

- Malmivuori, M-L. (1993). Oppilaiden matemaattisista uskomuksista. Teoksessa S. Tella (toim.), Mikä ihmeen humaani ihminen? (Ainedidaktiikan symposiumi 5.2.1993, s. 160-169) Tutkimuksia 117. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A8]
- Pehkonen, E. (1994). Oppilaiden uskomukset rajoittavat heidän oppimismahdollisuuksiaan matematiikassa. Teoksessa S. Tella (toim.), Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 175-181) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A12]
- Hannula, M. (1997). Sukupuolitettu matematiikka. Teoksessa S. Tella (toim.), Media nykypäivän koulutuksessa (Ainedidaktiikan symposiumi 14.2.1997, s. 181-188) Tutkimuksia 179. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A18]
- Malmivuori, M-L. (1994). Affektiiviset tekijät matematiikan oppimisessa. Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinälä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 177-190). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T14]
- Hoskonen, K. (2000). Tiedostamatonta etsimässä. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 261-271). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T39]

Malmivuori, M.-L. (2001). The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: The case of mathematics. University of Helsinki, Department of Education. Research report 172. [V13]

Kansainvälinen

Hannula, M.S. (2007). Finnish research on affect in mathematics: blended theories, mixed methods and some findings. *ZDM Mathematics Education* 39, 197-203. [KV12]

Op't Eynde, P. & Hannula, M.S. (2006). The case study of Frank Educational Studies in Mathematics 63(2), 123-129. [KV36]

Affektit: opettaja

Empiirinen

Kansallinen

Pehkonen, E. (1999). Professorien matematiikkakäsityksistä. *Kasvatus* 30(2), 120-127. [K10]

Pietilä, A. (2003). Lastentarhaopettajien matematiikkakuvaan liittyvät kokemukset. Teoksessa V. Meisalo (toim.), *Aineenopettajakoulutuksen vaihtoehdot ja tutkimus 2002 (Ainedidaktiikan symposiumi 2002, s. 77-87)* Tutkimuksia 241. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A25]

Kaasila, R. (2003). Kahden koulumatematiikassa hyvin menestyneen luokanopettajaopiskelijan matemaattiset elämäkerrat. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 197-204)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A29]

Hoskonen, K. (2005). Luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan opettajasta. Teoksessa A. Virta, K. Merenluoto & P. Pöyhönen (toim.), *Ainedidaktiikan ja oppimistutkimuksen haasteet opettajankoulutukselle (Ainedidaktinen symposiumi 11.2.2005, s. 195-203)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 75. Turun opettajankoulutuslaitos. [A42]

Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2007). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 349-359)* Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A49]

Pehkonen, E. (1998). Matematiikan professorien käsityksiä ja mielikuvia koulumatematiikasta. Teoksessa J. Leinonen (toim.), *Teorian ja käytännön vuorovaikutus ainedidaktiikassa. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1997 (s. 155-170)*. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä julkaisuja C:17. [T25]

Pietilä, A. (2001). Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muuttuminen matematiikan perusopinajan aikana. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 126-138)*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T43]

Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A., & Pehkonen, E. (2005). Millä tavalla matematiikka-ahdistusta potevat lo-opiskelijat puolustavat matemaattista identiteettiään? Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus? Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004 (s. 81-94)*. *Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium* 80: Oulun yliopisto. [T71]

Kaasila, R. & Pehkonen, E. (2009). Luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä tehokkaasta matematiikan opetuksesta. Teoksessa K. Merenluoto & T-R Hurme (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden oppimista ja ajattelun taitoa tutkimassa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2007 (s. 95-109)*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:79. [T83]

Keranto, T. & Kohonen, J. (2009). Tulevien matematiikan aineenopettajien sekä luokanopettajien käsityksiä kertaa-komparatiivin eri merkityksistä ja käytön yleisyydestä eri asyayhteyksissä. Teoksessa K. Merenluoto &

- T-R Hurme (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden oppimista ja ajattelun taitoa tutkimassa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2007* (s. 110-125). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:79. [T84]
- Portaankorva-Koivisto, P. (2009). *Matematiikan opettajaksi opiskelevien käsityksiä havainnollisuudesta*. Teoksessa R. Kaasila (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2008* (s. 121-136). Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9. [T91]
- Kaasila, R. (2000). *Eläydyin oppilaan asemaan. Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikeiden muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsityksien ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa*. Acta universitatis Lapponiensis 32. [V11]
- Pietilä, A. (2002). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238. [V20]
- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. University of Helsinki. Faculty of behavioural sciences. Department of applied sciences of education. Research report 266. [V27]
- Räty-Zaborszky, S. (2006). *Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6*. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112. [V31]
- Kaasila, R., Laine, A., Hannula, M. & Pehkonen, E. (2004). *Minkälaisia matematiikan osaajia luokanopettajakoulutukseen valikoituu erilaisten valintaprosessien kautta?* Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 218-227)* Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A37]
- Hannula, M., Kaasila, R., Pehkonen, E. & Laine, A. (2007). *Elementary education students' affect towards and advancement in mathematics*. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 333-340)* Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A47]
- Mäkinen, H. (2008). *Lukion matematiikan opettajien käsityksiä oppilaista sekä omasta opettamisesta*. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), *Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 583-596)* Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A66]
- Hannula, M., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. (2005). *Luokanopettajien matematiikkakuvan rakenteesta*. Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.), *Matemaattisten aineiden opettaja taitotieto – haaste vai mahdollisuus?* *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 2004* (s. 55-70). Acta Universitatis Ouluensis. E Scientiae rerum Socialium 80: Oulun yliopisto. [T69]
- Kupari, P. (1999). *Laskuharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina*. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimuksia 7. [V7]
- Huhtala, M. (2002). *Opettajien käsityksiä matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevista tekijöistä ammatillisessa oppilaitoksissa*. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V15]
- Lilja, K. (2002). *Matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevat tekijät peruskoulussa*. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V17]
- Yrjönsuuri, R. (2000). *Opettajien arvioita matematiikan tehtävistä*. Teoksessa M. Ahtee & T. Asunta (toim.), *Tietoa ja toimintaa – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (s. 272-289). Tutkiva opettaja, Jyväskylän yliopisto. [T40]
- Perkkilä, P. (2001). *Oppikirja ja uskomukset alkuopettajien matematiikan opetuksessa*. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia* (s. 112-125). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T42]
- Perkkilä, P. (2002). *Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa*. Jyväskylä studies in education, psychology and social research 195. [V19]

Soro, R. (2002). Opettajien uskomukset tytöistä, pojista ja tasa-arvosta matematiikassa. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja C, osa 191. [V21]

Kansainvälinen

Kaasila, R., Hannula, M.S., Laine, A. & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111-123. [KV21]

Merenluoto, K. & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: Towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14(5), 519-534. [KV32]

Pehkonen, E. and Hannula, M.S. (2004). Mathematical belief research in Finland. *Nordic Studies in Mathematics Education* 9(2). [KV37]

Pehkonen, E. & Törner, G. (2004). Methodological Considerations on Investigating Teachers' Beliefs of Mathematics and Its Teaching. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(1). [KV39]

Pehkonen, L. (2007). To change or not to change - how primary school teachers speak about stability and change. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(2). [KV41]

Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M.S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 113-121. [KV47]

Pietilä, A. (2002). The role of mathematics experiences in forming pre-service elementary teachers' views of mathematics. *PME26*, 2002, vol. 4, 57-64. [P11]

Pehkonen, L. (2004). The magic circle of the textbook – and option or an obstacle for teacher change. *PME28*, 2004, vol. 3, 513–520. [P18]

Pehkonen, E. (1995). What are the key factors for mathematics teachers to change? *PME19*, 1995, vol. 2, 178-185. [P34]

Kadijevic, Dj., Haapasalo, L. & Hvorecky, J. (2005). Educational technology standards in professional development of mathematics teachers: an international study. *The Teaching of Mathematics* 8(1), 47-52. [KV22]

Kadijevic, Dj. & Haapasalo, L. (2008). Factors that influence student teacher's interest to achieve educational technology standards. *Computers and Education*, 50(1), 262-270. [KV23]

Soro, R. (2002). Teachers' beliefs about gender differences in mathematics: 'girls or boys?'- scale. *PME26*, 2002, vol. 4, 225-232. [P12]

Hannula, M., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. (2005). Structure and typical profiles of elementary teacher students' view of mathematics. *PME29*, 2005, vol. 3, 89–96. [P20]

Hannula, M. (2009). Upper secondary students' mathematical beliefs and their teachers' teaching beliefs. *PME33*, 2009, vol. 3, 129-136. [P30]

Ei-empiirinen

Kansallinen

Pehkonen, E. (1992). Opettajien uskomuksista matematiikasta ja sen opettamisesta. Teoksessa S. Tella (toim.), *Joustava ja laaja-alainen opettaja (Ainedidaktiikan symposiumi 7.2.1992, s. 277-286) Tutkimuksia 100*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A3]

Pehkonen, E. (2003). Mitä tiedämme opettajien matematiikkauskomuksista ja niiden muuttumisesta? Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 205-211) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72*. Turun opettajankoulutuslaitos. [A30]

- Pehkonen, E. (1994). Opettajien matemaattisten uskomusten muuttumisesta. Teoksessa H. Silfverberg, & K. Seinälä (toim.), Ainedidaktiikan teorian ja käytännön kohtaaminen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1993 (s. 59-66). Tampereen opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A18/1994. [T12]
- Silfverberg, H. (2001). Opettajien ja opetusharjoittelijoiden näkemyksiä uuden tieto- ja viestintätekniiikan käytön esteistä ja mahdollisuuksista matematiikan opetuksessa. Teoksessa A. Ahtineva (toim.), Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä - matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksia (s. 139-148). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta. Julkaisusarja C:17: Turku. [T45]
- Pietilä, A. (2002). Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva ja siihen vaikuttaminen. Teoksessa H. Silfverberg, J. Joutsenlahti (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 2001 (s. 151-158). Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja, A 26/2002. [T53]

Kansainvälinen

- Hannula, M.S. (2007). Finnish research on affect in mathematics: blended theories, mixed methods and some findings. *ZDM Mathematics Education* 39, 197-203. [KV12]

Opettajan ammatillinen kehittyminen

Empiirinen

Kansallinen

- Keranto, T. (2004). Tulevien luokanopettajien ja aineenopettajien matemaattisesta ja didaktisesta sisältötiedosta: tapauksena murtolukujen jakolasku ja verrannollinen päättely. *Kasvatus* 35(5), 530-540. [K17]
- Ahtee, M. & Pehkonen, E. (2005). Kuunteleminen - tärkeä osa kommunikaatiota matematiikan tunneilla. *Kasvatus* 36(4), 299-306. [K19]
- Vatanen, V., Perkkalainen, P. & Ahtee, M. (2000). Millaisen merkityksen matemaattisten aineiden opettajaksi opiskelevat antavat pedagogisille opinnoille? Teoksessa I. Buchberger (toim.), *Opettaja ja aine 2000* (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.2000, s. 363-385) Tutkimuksia 224. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A20]
- Lavonen, J., Meisalo, V., Mikkola, K. & Salonen, M. (2000). Tieto- ja viestintätekniiikka matemaattisten aineiden opettajankoulutuksessa. Teoksessa I. Buchberger (toim.), *Opettaja ja aine 2000* (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.2000, s. 480-493) Tutkimuksia 225. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A21]
- Kaasila, R. (2003). Kahden koulumatematiikassa hyvin menestyneen luokanopettajaopiskelijan matemaattiset elämäkerrat. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta* (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 197-204) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A29]
- Pietilä, A. & Huhtala, S. (2003). Laskun takaiset maailmat - luokanopettajaopiskelijoiden pohdintoja matematiikan oppimisvaikeuksista. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta* (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 212-218) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A31]
- Krzywacki, H. & Laine, A. (2004). Kohti hyvää matematiikan opetusta - matematiikkakerhon pitäminen osana luokanopettajaopiskelijoiden sivuaineopintoja. Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), *Eurooppalainen ulottuvuus* (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 228-237) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A38]
- Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2007). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys* (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 349-359) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A49]

- Portaankorva-Koivisto, P. (2007). Fenomenologinen matematiikanopetus käsitteenä ja työvälteenä. Teoksessa J. Lavonen (toim.), Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 379-390) Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A52]
- Krzywacki-Vainio, H. (2007). Opettajan identiteetin kehittyminen matematiikan opettajaopintojen aikana. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 199-205) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A57]
- Portaankorva-Koivisto, P. (2007). Opiskelijoiden näkemyksiä fenomenologisesta matematiikanopetuksesta. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktinen symposiumi 9.2.2007, s. 222-231) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A60]
- Krzywacki-Vainio, H. (2008). Yliopistokoulutus ohjaamassa matematiikan opettajan identiteetin kehittymistä. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.), Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka (Ainedidaktiikan symposiumi 8.2.2008, s. 571-582) Tutkimuksia 299. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A65]
- Kaasila, R. (2004). Cooperation among elementary teacher trainees in teaching practice: the case of mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 159-177) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T63]
- Laine, A. (2004). The influence of teaching practice in mathematics in upper grades of comprehensive school on pre-service primary teachers' views of mathematics. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 210-215) Proceedings of the XXI Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T65]
- Kaasila, R. (2000). Eläydyin oppilaan asemaan. Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikeisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsityksien ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Acta universitatis Lapponiensis 32. [V11]
- Pietilä, A. (2002). Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238. [V20]
- Krzywacki, H. (2009). Becoming a teacher: emerging teacher identity in mathematics teacher education. University of Helsinki. Faculty of behavioural sciences. Department of applied sciences of education. Research report 308. [V35]
- Yrjönsuuri, R. (1992). Luokanopettajiksi opiskelevien matematiikan opiskeluorientaatiot. Teoksessa S. Tella (toim.), Joustava ja laaja-alainen opettaja (Ainedidaktiikan symposiumi 7.2.1992, s. 287-295) Tutkimuksia 100. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A4]
- Merenluoto, K. (2003). Matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan opiskelijoiden asennoituminen opettajan ammattiin haasteena opettajankoulutukselle. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 248-255) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A33]
- Kaasila, R., Laine, A., Hannula, M. & Pehkonen, E. (2004). Minkälaisia matematiikan osaajia luokanopettajakoulutukseen valikoituu erilaisten valintaprosessien kautta? Teoksessa S. Ahonen & A. Siikaniva (toim.), Eurooppalainen ulottuvuus (Ainedidaktiikan symposiumi 6.2.2004, s. 218-227) Tutkimuksia 252. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A37]
- Keranto, T. (2004). On the mathematical and pedagogical content knowledge of prospective teachers: the case of division of fractions and proportional reasoning. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (Eds.), Current research on mathematics and science education (pp. 178-200) Proceedings of the XXI Symposium of the

Finnish Mathematics and Science Education research Association. Department of Applied Sciences of Education. Research report 253. Helsingin yliopisto. [T64]

Kansainvälinen

- Kaasila, R. (2007). Mathematical biography and key rhetoric. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 373-384. [KV19]
- Kaasila, R. (2007). Using narrative inquiry for investigating the becoming of a mathematics teacher. *ZDM Mathematics Education*, 39, 205-213. [KV20]
- Kaasila, R., Hannula, M.S., Laine, A. & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111-123. [KV21]
- Pietilä, A. (2002). The role of mathematics experiences in forming pre-service elementary teachers' views of mathematics. *PME26*, 2002, vol. 4, 57-64. [P11]
- Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2006). Facilitators for change of elementary teacher students' view of mathematics. *PME30*, 2006, vol. 3, 385-392. [P22]
- Krzywacki-Vainio, H. & Hannula, M. (2008). development of mathematics teacher students' teacher identity during teaching practice. *PME32*, 2008, vol. 3, 281-288. [P27]
- Krzywacki-Vainio, H. (2009). Image of an ideal teacher paving the way for formation of mathematics teacher identity. *PME33*, 2009, vol. 3, 425-432. [P31]

Ei-empiirinen

Kansallinen

- Pehkonen, E. (1994). Opettajien käsitykset ja matematiikan opetuksen muuttuminen. *Kasvatus* 25(4), 395-403. [K9]
- Leinonen, J. & Korhonen, A. (2005). Miten arvioida matematiikan opiskelua ja ymmärtämistä. *Kasvatus* 36(1), 33-42. [K18]
- Pehkonen, E. (2003). Mitä tiedämme opettajien matematiikkauskuksista ja niiden muuttumisesta? Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposiumi 7.2.2003, s. 205-211)* Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B: 72. Turun opettajankoulutuslaitos. [A30]

Koulutusjärjestelmä

Empiirinen

Kansallinen

- Nevanlinna, M. (2000). Sukupuoli, kotilääni ja äidinkieli lukion ja ylioppilaskokeen matematiikan valinnoissa. *Kasvatus* 31(4), 395-405. [katsaus] [K13]
- Silfverberg, H. (2007). Paradigmavaihdokset ja matematiikan opettamisen kulttuuri. Teoksessa J. Lavonen (toim.), *Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.2006, s. 391-402)* Tutkimuksia 285. Soveltavan kasvatustieteen laitos. Helsingin yliopisto. [A53]
- Huhtala, M. (2002). Opettajien käsityksiä matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevista tekijöistä ammatillisessa oppilaitoksissa. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V15]
- Lilja, K. (2002). Matematiikan oppimistuloksiin yhteydessä olevat tekijät peruskoulussa. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Opetushallitus. [V17]
- Niemi, E. K. (2004). Perusopetuksen oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten [Kansallinen](#) arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. Turun yliopiston julkaisuja. sarja C, osa 216. [V23]

Kansainvälinen

Kupari, P. (2004). Recent developments in Finnish mathematics education. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(2). [KV50]

Kupari, P. (2003). Instructional practices and teachers' beliefs in Finnish Mathematics Education. *Studies in Educational Evaluation*, 29, 243-257. [KV26]

Ei-empiirinen

Kansallinen

Korhonen, H. (2006). Mitä kuuluu Suomen matematiikan opetukselle? *Kasvatus* 37(2), 187-190. [katsauksia] [K20]

Pehkonen, E. & Seppälä, R. (2007). Muutostekijöitä suomalaisessa matematiikanopetuksessa, erityisesti vuosina 1970-2000. *Kasvatus* 38(1), 42-50. [katsauksia] [K21]

Kupari, P. (2007). PISAn kertomaa. *Kasvatus* 38(4), 301-303. [teemanumeron pääkirjoitus] [K22]

Haapasalo, L. (1993). Matematiikan opetussuunnitelmat ja opettajankoulutus. Teoksessa S. Tella (toim.), Mikä ihmeen humaani ihminen? (Ainedidaktiikan symposiumi 5.2.1993, s. 137-149) Tutkimuksia 117. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A6]

Rossi, M. (1994). Uusia komponentteja matematiikan opiskelun ja oppimisen arviointiin. Teoksessa S. Tella (toim.), Näytön paikka - opetuksen kulttuurin arviointi (Ainedidaktiikan symposiumi 4.2.1994, s. 197-200) Tutkimuksia 130. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A13]

Putkonen, H. (1995). Etnomatematiikka luokanopettajien koulutuksessa. Teoksessa S. Tella (toim.), Juuret ja arvot - etnisyyden ja eettisyys, aineen opettaminen monikulttuurisessa oppimisympäristössä (Ainedidaktiikan symposiumi 3.2.1995, s. 445-449) Tutkimuksia 150. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. [A16]

Pehkonen, E., Ahtee, M & Lavonen, J. (2007). Selityksiä suomalaisten 9-luokkalaisten menestyksestä PISA-arvioinnissa. Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta & P. Carpelan (toim.), Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet (Ainedidaktiikan symposiumi 9.2.2007, s. 215-221) Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisu B: 77. Turun opettajankoulutuslaitos. [A59]

Haapasalo, L. & Kupari, P. (1991). Matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman kehityssuuntia. Teoksessa T. Keranto, M. Huhnanntti, O. Karjalainen & V. Komulainen (toim.), Matemaattisten aineiden opetuksen ja oppimisen tutkiminen ja kehittämistyö – matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät 1990 (s. 4-18). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 38/1991. [T1]

Haapasalo, L. & Kupari, P. (1992). Matematiikan opetuksen kehittämissuunnitelmat on kiinnitetty - mitkä ne ovat ja mitä niistä seuraa? Teoksessa O. Björkqvist (toim.), Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1991 (s. 43-55). Rapporten från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 2/1992. [T6]

Meisalo, V. (1998). Matemaattisten aineiden opettajankoulutuksen kehittämissuunnitelma Hgin yliopiston opettajankoulutuslaitoksella. Teoksessa S. Kaartinen (toim.), matemaattisten aineiden opetus ja oppiminen. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät 1996 (s. 135-138). Oulun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan opetusmonisteita ja selosteita 78/1999. [T23]