



# **Oppilaan matemaattinen minäkäsitys, matematiikan osaaminen ja koettu vanhempien matematiikan arvostus matematiikka-ahdistuksen ennustajina**

Helsingin yliopisto  
Kasvatustieteellinen tiedekunta  
Yleinen ja aikuiskasvatustiede  
Pro gradu -tutkielma  
Kasvatustiede  
Huhtikuu 2018  
Mari Partanen

Ohjaaja: Markku Niemivirta, Merja  
Ikonen-Varila, Heta Tuominen



HELSINGIN YLIOPISTO – HELSINGFORS UNIVERSITET – UNIVERSITY OF HELSINKI

Tiedekunta – Fakultet – Faculty Kasvatustieteellinen tiedekunta	Laitos – Institution – Department Kasvatustieteiden osasto
Tekijä – Författare – Author Mari Partanen	
Työn nimi – Arbetets titel – Title Oppilaan matemaattinen minäkäsitys, matematiikan osaaminen ja koettu vanhempien matematiikan arvostus matematiikka-ahdistuksen ennustajina	
Oppiaine – Läroämne – Subject Yleinen ja aikuiskasvatustiede	
Työn ohjaaja(t) – Arbetets handledare – Supervisor Markku Niemivirta, Merja Ikonen-Varila, Heta Tuominen	Vuosi – År – Year 2018
<p>Tiivistelmä – Abstrakt – Abstract</p> <p><i>Tavoitteet</i> Matemaattiset taidot ovat kiistatta tärkeitä teknistyneessä yhteiskunnassa, mutta matemaattisten tehtävien kohtaaminen arjessa tai koulutuksessa aiheuttaa monille ahdistuneisuutta. Matematiikka-ahdistus saattaa johtaa matemaattisten tilanteiden ja koulutusvalintojen välttämiseen, millä on sekä henkilökohtaisia että yhteiskunnallisia seurauksia. Vanhempien asenteet ja suhtautuminen ennustavat suunnitellun toiminnan teorian ja odotusarvoteorian mukaan lasten minäkäsitystä, asenteita ja koulumenestystä. Näitä yhteyksiä on tutkittu kasvatuspsykologisissa tutkimuksissa vuosikymmenten ajan. Tässä tutkimuksessa selvitettiin miten matemaattinen osaaminen, matemaattinen minäkäsitys ja koettu vanhempien matematiikan arvostus ennustavat matematiikka-ahdistusta. Erityisesti kiinnitettiin huomiota matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikka-ahdistuksen väliseen yhteyteen sekä siihen, mikä on vanhempien matematiikan arvostuksen osuus tässä yhteydessä. Pyrkimyksenä oli lisätä ymmärrystä vanhempien mahdollisuuksia vaikuttaa osaltaan lasten matematiikan osaamisen kehittymiseen ja ahdistuneisuuden helpottamiseen.</p> <p><i>Menetelmät</i> Tutkimuksen aineisto kerättiin kyselylomakkeella OECD:n PISA 2012-tutkimusta varten suomalaisilta 15-vuotiailta peruskoululaisilta. Tutkimuksen aineisto koostui 8829 oppilaan vastauksista. Matemaattista osaamista mitattiin soveltavia taitoja vaativilla tehtävillä, vanhempien arvostus, matemaattinen minäkäsitys ja matematiikka-ahdistus selvitettiin oppilaiden itsearviolla erilaisten väittämäkysymysten avulla. Muuttujien rakennetta tarkasteltiin eksploratiivisen faktorianalyysin avulla ja niiden välisten yhteyksien ja interaktion selvittämiseksi käytettiin korrelaatiotarkastelua ja hierarkkista lineaarista regressioanalyysiä.</p> <p><i>Tulokset ja johtopäätökset</i> Oppilaiden negatiivinen matemaattinen minäkäsitys ennusti voimakkaasti matematiikka-ahdistusta. Ne oppilaat, joilla oli negatiivinen matemaattinen minäkäsitys, kokivat voimakkaampaa matematiikka-ahdistusta vanhempien matematiikan arvostuksen myötä verrattuna niihin oppilaisiin, joilla oli positiivisempi käsitys omasta matemaattisesta kyvykkyydestään. Silti myös positiivisen matemaattisen minäkäsityksen omaavilla oppilailla vanhempien matematiikan arvostus ennusti oppilaiden matematiikka-ahdistusta. Matematiikassa heikosti menestyminen ennusti voimakkaasti matematiikka-ahdistusta, mutta matemaattinen minäkäsitys osoittautui osaamista tärkeämmäksi tekijäksi matematiikka-ahdistuksen ennustajana. Tulokset olivat yhdenmukaisia aiheesta tehtyjen aikaisempien tutkimusten kanssa. Matematiikka-ahdistuksen syntyisessä oppilaiden vanhemmilla on selkeästi ainakin pieni rooli, mutta heillä voi olla myös välillistä vaikutusta esimerkiksi lapsen matemaattisen minäkäsityksen kehittymisen kautta.</p>	
Avainsanat – Nyckelord – Keywords Matematiikka-ahdistus, matemaattinen minäkäsitys, matemaattinen osaaminen, koettu vanhempien arvostus	
Säilytyspaikka – Förvaringsställe – Where deposited Helsingin yliopiston kirjasto – Helda / E-thesis (opinnäytteet) <span style="float: right;"><i>ethesis.helsinki.fi</i></span>	

HELSINGIN YLIOPISTO – HELSINGFORS UNIVERSITET – UNIVERSITY OF HELSINKI

Tiedekunta – Fakultet – Faculty Faculty of Educational Sciences	Laitos – Institution – Department Unit of Educational Sciences
Tekijä – Författare – Author Mari Partanen	
Työn nimi – Arbetets titel – Title Student's mathematical self-concept, mathematical achievement and perceived parental valuation of mathematics as the predictors of math anxiety.	
Oppiaine – Läroämne – Subject General and adult education	
Työn ohjaaja(t) – Arbetets handledare – Supervisor Markku Niemivirta, Merja Ikonen-Varila, Heta Tuominen	Vuosi – År – Year 2018
<p>Tiivistelmä – Abstrakt – Abstract</p> <p><i>Objectives</i> Mathematical skills are important in the age of rapid technological development. Yet some individuals experience anxiety while facing mathematical tasks in school or in their everyday lives. Math anxiety may lead to avoiding mathematical situations and educational choices related to mathematics, which has both personal and societal consequences. According to theory of planned behavior and expectancy-value theory parental attitudes predict students' self-concept, attitudes and achievement. These relations have been studied thoroughly for decades in the field of education psychology. The aim of this study was to examine how mathematical literacy, mathematical self-concept and parents' perceived valuation of math predict the variation in math anxiety. The main objectives were to explore the relation between mathematical self-concept and math anxiety and how parental attitudes towards mathematics affect this relation. The intention was to shed light on how parents might contribute to their child's mathematical skills and how they could relieve the child's math anxiety.</p> <p><i>Method</i> The data were collected by OECD for the PISA 2012 study from 15-year-old Finnish students. The data of the present study consisted of 8829 students. Mathematical skills were measured by the achievement in math tasks. Perceived parental attitudes, mathematical self-concept and math anxiety were assessed by self-report questionnaire including several items concerning each variable. Explorative factor analysis was used to explore the factor structure of the variables, while correlational analyses and hierarchical linear regression analyses were utilized to investigate the relations and interaction between them.</p> <p><i>Results and conclusions</i> Students with negative mathematical self-concept were more likely to be more math anxious. The negative mathematical self-concept predicted a stronger math anxiety when the parents considered mathematics as a valuable and important subject. Students with positive mathematical self-concept experienced anxiety as well if the parents considered math to be valuable and important, but not as strongly as their more negative peers. Low math achievement predicted higher math anxiety, but in the end mathematical self-concept turned out to be a stronger predictor for math-anxiety. The results were consistent with previous literature. In reducing students' math anxiety the parents have at least a small role, but their indirect impact may be stronger for instance through affecting the development of students mathematical self-concept.</p>	
Avainsanat – Nyckelord – Keywords Math anxiety, mathematical self-concept, mathematical literacy, perceived parental valuation	
Säilytyspaikka – Förvaringsställe – Where deposited University of Helsinki Library – Helda / E-thesis (opinnäytteet)	<i>ethesis.helsinki.fi</i>

# SISÄLLYS

1	JOHDANTO .....	2
2	MATEMATIIKAN OSAAMINEN .....	4
3	MATEMATIIKKA-AHDISTUS .....	7
3.1	Matematiikka-ahdistuksen syntyminen .....	9
3.2	Matematiikka-ahdistuksen seuraukset .....	15
4	KÄSITYKSET ITSESTÄ MATEMATIIKAN OPPIJANA .....	16
5	OPPILAIKEN KOKEMA VANHEMPIEN MATEMATIIKAN ARVOSTUS ....	20
6	TUTKIMUKSEN TOTEUTUS .....	25
6.1	Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymys .....	25
6.2	Aineiston keruu ja kuvaus.....	26
6.3	Käytetyt mittarit.....	27
6.4	Analyysimenetelmät ja alustavat analyysit .....	30
7	TUTKIMUSTULOKSET JA NIIDEN TULKINTA .....	34
8	TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDEN TARKASTELU.....	39
9	POHDINTA .....	42
	LÄHTEET .....	47
	LIITTEET.....	58

## TAULUKOT

Taulukko 1 Faktorilataukset ja kommunaliteetit .....	32
Taulukko 2 Muuttujien väliset korrelaatiot, summamuuttujien kuvaavat tiedot.....	35
Taulukko 3 Regressioanalyysin tulokset.....	37

## KUVIOT

Kuvio 1 <i>Matematiikka-ahdistuksen sijoittuminen eri ennustavien, kehityksellisten ja koulutuksellisten tekijöiden viitekehukseen (Ashcraft ym., 2007) .....</i>	10
Kuvio 2 <i>Ecclesin expectancy-value malli muokattu Eccles ym. (1983) ja Simpkins ym. (2014) pohjalta.....</i>	22
Kuvio 3 <i>Tutkimustehtävä kaaviona.....</i>	26
Kuvio 4 <i>Matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien suhtautumisen interaktiokuvaaja .....</i>	39

# 1 Johdanto

Matemaattiset taidot ovat teknistyneessä ja digitalisoituvassa yhteiskunnassa avaintaitoja lukutaidon rinnalla. Silti matematiikan opettelua pidetään toisinaan liian vaikeana ja vaivalloisena ja sitä pyritään välttämään niin arkipäiväisissä laskutehtävissä, kuin koulutukseen liittyvissä valinnoissakin (Feng, Suri, & Bell, 2014; Latiolais & Laurence, 2009). Matemaattisten tehtävien välttämistä saattaa seurata esimerkiksi taloudellisia menetyksiä henkilökohtaisessa elämässä, mikäli hintojen vertailu tai lopullisen hinnan hahmottaminen tuottaa vaikeuksia (Feng ym., 2014). Matematiikkaan liittyvien koulutusvalintojen välttämällä puolestaan on henkilökohtaisten seurausten lisäksi yhteiskunnallisia seurauksia, sillä se saattaa johtaa esimerkiksi tiettyjen kiinnostavien tai muuten potentiaalisten uravaihtoehtojen karsiutumiseen, alisuoriutumiseen tai yhteiskunnallisella tasolla ammattillisten osaajien puutteeseen tietyillä aloilla.

Matemaattisten tehtävien välttämistäipumus liittyy usein matematiikka-ahdistukseen (Ashcraft, 2002; Ashcraft, Krause, & Hopko, 2007; Hembree, 1990), eli matemaattisten tehtävien herättämään hermostuneisuuteen, jännittyneisyyteen, levottomuuteen ja pelkoon. Matematiikka-ahdistus vaikuttaisi olevan yhteydessä heikompaan menestymiseen matemaattisissa tehtävissä, negatiivisempaan matemaattiseen minäkäsitykseen ja kaikenlaisten matemaattisia taitoja vaativien tehtävien tai tilanteiden välttämiseen (Ashcraft, 2002). Matematiikka-ahdistuksen helpottamiseksi on haettu keinoja yleisistä rauhoittavista ja rentouttavista keinoista, kuten esimerkiksi rauhoittavan musiikin soittamisesta (Feng ym., 2014) tai rentoutusharjoituksista. Toisaalta ahdistuneisuutta voidaan yrittää vähentää poistamalla siihen johtavia oletettuja syitä, kuten matemaattisia taitoja kehittämällä tai ympäristön asenteita ja paineita muuttamalla.

Koululaisten vanhemmat mieltävät yleisesti lukutaidon kaikille kuuluvaksi perustaidoksi, ja ymmärtävät lasten lukutaidon kehittymisen vaativan panostusta myös kotona. Monille vanhemmille on itsestään selvää, että kielen ja lukemisen kehittymisen kannalta on tärkeää lukea pienille lapsille ääneen joka päivä. Matemaattisten taitojen opettelu sen sijaan jätetään usein mieluummin koulun vastuulle ja ajatellaan lapsen oppivan tarvittavat taidot ilman vanhempien panostusta, ainoastaan kouluopetuksen piirissä (Cannon & Ginsburg, 2008). Kirjallisuudessa kehoitetaan vanhempia tekemään matematiikasta

miellyttävää ja kiinnostavaa lapsille, jotta nämä oppisivat liittämään positiivisia mielikuvia matematiikkaan, ja säilyttäisivät innostuksen matematiikan opiskeluun (Burns, 1998). Vanhempien on myös esitetty siirtävän omaa matematiikka-ahdistuneisuuttaan lapsiinsa (Maloney, Ramirez, Gunderson, Levine, & Beilock, 2015). Mikä on siis vanhempien rooli oppilaiden matematiikka-ahdistuksen syntymiselle?

Itseen kohdistuvat käsitykset ovat olleet tutkimuksen kohteena psykologian eri osa-alueilla viimeisten vuosikymmenten aikana. Banduran (1997) mukaan käsitykset itsestä vaikuttavat ihmisen toimintaan ja valintoihin, mutta myös siihen, miten paljon he kokevat stressiä ja ahdistusta ympäristön odotusten tai vaatimusten vuoksi. Matemaattisten tehtävien välttäminen ja matematiikka-ahdistus ehkäisevät menestyksestä suoriutumista matemaattisissa tehtävissä, mikä edesauttaa negatiivisempien käsitysten muodostumista omasta kyvykkyydestä selviytyä matematiikan tehtävistä ja omista tulevaisuuden mahdollisuuksista (Ashcraft, 2002). Näin ollen koulutus- ja uravalinnat saattavat jäädä vaatimattommiksi, kuin mitä oppilaan todellinen potentiaali olisi ilman matematiikka-ahdistusta.

Vanhempien lapseensa kohdistamat menestysodotukset ja matematiikan arvostus selittävät Ecclesin (1983) odotusarvomallin (engl. *expectancy-value*) mukaan oppilaan matematiikka-asenteita ja matematiikassa menestymistä (Eccles & Jacobs, 1986). Näiden kaikkien keskenään yhteydessä olevien osatekijöiden yhteisvaikutus on kiinnostava siksi, että vaikka vanhempien positiiviset asenteet matematiikkaa kohtaan voivat siirtyä lapsille, ja edesauttaa menestymistä matematiikassa ja positiivisemmän minäkäsityksen muodostumista, niin heikomman matemaattisen minäkäsityksen omaavilla oppilailla vanhempien koettu arvostus saattaa aiheuttaa oppilaan mielessä paineita menestymiselle ja sen myötä ahdistuneisuutta sekä heikompaa suoriutumista tehtävissä (Lauermann, Eccles, & Pekrun, 2017).

Aiemmassa tutkimuksessa matematiikka-ahdistusta on yhdistetty erilaisiin tekijöihin, erityisesti matemaattiseen minäkäsitykseen ja matematiikan tehtävissä menestymiseen (Lee, 2009; Ramirez, Gunderson, Levine, & Beilock, 2013). Tässä tutkimuksessa tarkastellaan näiden yleensä matematiikka-ahdistuksen liitettyjen tekijöiden lisäksi oppilaan kokemaa vanhempien matematiikan arvostusta ja sitä miten se on yhteydessä



matematiikka-ahdistukseen. Näiden eri tekijöiden välisten aiemmin havaittujen keskinäisten yhteyksien vuoksi on mielekästä tutkia niiden interaktiota, eli miten matematiikka-ahdistuksen kokemukset vaihtelevat matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien suhtautumisen interaktion, ottaen lisäksi huomioon matematiikan osaamistason merkityksen ahdistuneisuudelle.

## 2 Matematiikan osaaminen

Matematiikan opiskelussa vaaditaan loogista ja järjestelmällistä ajattelua ja päättelykykyä, matematiikkaan sisältyy myös paljon abstrakteja käsitteitä, ja se eroaa näiden ominaispiirteiden osalta äidinkielen ja reaaliaineiden opiskelusta. Se on reaaliaineista poikkeava siinäkin mielessä, että kykyä matemaattiseen ajatteluun pidetään synnynnäisenä, samaan tapaan, kuin kielen kehitystä (Sousa, 2008). Synnynnäistä matemaattista hahmotuskykyä kutsutaan lukukäsitteeksi (*number sense*). Lukukäsite määritellään inhimilliseksi kyvyksi hahmottaa ja verrata lukumääriä sekä pitää mielessä havaitsemiansa lukumääriä (Devlin, 2000), sitä voisi luonnehtia eräänlaiseksi numerovaistoksi tai -aistiksi, jota on havaittu myös joillakin eläimillä (ks. esim. Hauser, Carey, & Hauser, 2000; McComb, Packer, & Pusey, 1994). Lukukäsite on inhimillinen kyky, ja sen kehittyminen alkaa jo hyvin pian syntymän jälkeen. Jo ensimmäisinä elinkuukausinaan vauvojen on todettu havaitsevan objektien lukumäärien pysyvyyttä ja huomaavan muutoksia lukumäärissä (Berger, Tzur, & Posner, 2006). Lukukäsitteen on esitetty olevan pohja matemaattiselle osaamiselle ja laskutaidolle samalla tavalla, kuin äänteellistä tietoisuutta pidetään pohjana lukemaan oppimiselle (Gersten & Chard, 1999).

Lukukäsitettä ei kuitenkaan pidetä staattisena kykynä, vaan se kehittyy lapsen kasvaessa. Eri kehitysvaiheissa lapsi pystyy ymmärtämään erilaisia matemaattiseen hahmottamiseen liittyviä käsitteitä, kuten esimerkiksi paljon, vähän, harvempi, useampi sekä yhteen- ja vähennyslaskun periaatteita, numerosanoja ja -merkkejä (Gersten & Chard, 1999). Gurganuksen (Lock & Gurganus, 2004) mukaan lukukäsitteen kehittymistä voi myös edesauttaa opetuksen keinoin esimerkiksi liittämällä numerokäsitteet merkityksellisiin tosielämän asioihin, puhumalla oppilaiden kanssa ympäristössä esiintyvistä lukumääristä ja matemaattisista tapahtumista tai laittamalla oppilaat laskemaan edestakaisin ikätason mukaisella vaikeusasteella esimerkiksi yhdestä kymmeneen ja takaisin tai vastaavasti

vaikka kaksi tai viisi numeroa kerrallaan.

Matematiikan opiskelu koulussa vaatii oppilaalta kehittyneempää hahmottamiskykyä kuin lukumäärien hahmottamista arkielämään liittyvissä tilanteissa. Lapsi voi esimerkiksi tietää, minkä verran rahaa saa takaisin 3 € ostoksesta, kun maksaa 10 € setelillä, mikäli hän on tottunut käyttämään rahaa arkielämässään. Kuitenkin yksinkertaiselta vaikuttava laskulauseke  $10 - 3$  saattaa vaikuttaa samasta lapsesta käsittämättömältä, sillä matematiikan opiskeluun ja matemaattisten lausekkeiden laskemiseen liittyvä abstrakti ajattelu vaatii tietoista opettelua ja harjoitusta, eikä yleensä onnistu luontaisesti. Luontaiseen numeeriseen hahmottamiseen liittyy rajoitteita, lapset esimerkiksi pystyvät hahmottamaan luontaisesti sitä pienempiä muutoksia lukumäärissä, mitä vanhemmaksi tulevat (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004). Aikuisetkin pystyvät hahmottamaan automaattisesti lukumääriä ja niiden muutoksia tiettyjen rajojen puitteissa, Feigensonin ym. (2004) mukaan aikuisetkin pystyvät erikseen laskematta arvioimaan tarkasti vain lukumääriä 1–4, josta suurempia lukumääriä havainnoitaessa joudutaan useammin turvautumaan tietoiseen laskemiseen. Tietoinen laskeminen vaatii numerojärjestelmän tuntemusta ja harjoittelua, mikä saattaa tuntua oppijasta vaikealta (mt).

Koulussa matematiikan opetus perustuu käsitykseen, että matematiikan oppiminen tapahtuu kumulatiivisesti, jolloin edellinen asia on osattava, jotta pystyy ymmärtämään seuraavan (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Entwistle & Alexander, 1990; Sousa, 2008). Tästä johtuen matematiikan oppimisessa myös oppimisen hankaluudet kertaantuvat opetuksen edetessä, mikäli edellinen sisältö on jäänyt opettelematta tai ymmärtämättä, on seuraavaan vaiheeseen mahdotonta päästä mukaan. Matematiikan opetus koulussa on suunniteltu vastaamaan lapsen aivojen kehitysvaiheita ja valmiuksia oppia. Matematiikan osaamista voidaan jakaa osa-alueisiin, kuten numerokäsitteiden hallinta, matemaattisten käsitteiden ymmärtäminen ja aritmeettinen muisti. Esiopetuksessa ja varhaiskasvatuksessa lapsilla on kyky hahmottaa lukumäärien pysyvyyttä (Devlin, 2000), valmius oppia laskemaan pieniä lukumääriä numerokäsittein ja vertailla niitä keskenään sekä luokitella sekä jaotella objekteja (Resnick, 1989; Sousa, 2008). Alakouluiässä oppilaiden aritmeettinen muisti kehittyy harjoituksen myötä, eli kyky tunnistaa tarvittavat laskutoimenpiteet ja vaiheet erilaisissa matemaattisissa

ongelmissa. Aritmeettiset harjoitukset aloitetaan yhteen- ja vähennyslaskuista, joiden osaaminen mahdollistaa siirtymisen vaikeampiin laskutehtäviin ja käsitteisiin, kuten kerto-, jako-, murtoluku- ja prosenttilaskuihin (Resnick, 1989; Sousa, 2008). Nuorilla yläkoulu- ja lukioikäisillä työmuisti ei ole vielä täysin kehittynyt, jolloin nuorilla voi olla vaikeuksia suoriutua liian useita muuttujia sisältävistä tehtävistä (Schweinsburg, Nagel, & Tapert, 2005). Toisaalta nuorilla vielä kehittymässä olevasta etuaivolohkon elastisuudesta on todettu joidenkin tutkimusten mukaan olevan hyötyä algebran opettelussa (Qin ym., 2004), joka sisältyykin opetussuunnitelmaan vasta yläkoulussa ja lukiossa.

Matematiikan osaamisen on todettu olevan yhteydessä matematiikka-ahdistukseen; heikommin suoriutuvat oppilaat kokevat herkemmin ahdistusta matemaattisten tilanteiden ja tehtävien edessä (Lee, 2009). Alakoulun luokanopettajien kokeman matematiikka-ahdistuksen puolestaan on todettu ennustavan oppilaidensa osaamista matematiikassa, ja asenteita matematiikkaa kohtaan (Beilock, Gunderson, Ramirez, & Levine, 2010). Beilockin ym. (2010) mukaan erityisesti naisopettajien ahdistus näyttäisi vaikuttavan tyttöjen osaamiseen matematiikassa negatiivisesti ja lisäävän oppilaidensa stereotyyppistä ajattelua pojista hyvinä laskijoina ja tytöistä hyvinä lukijoina.

Tehtävissä menestyksekkäästi suoriutuminen ja hyvä osaaminen matematiikassa sen sijaan edesauttavat positiivisen matemaattisen minäkäsityksen syntymistä, jonka on todettu olevan negatiivisesti yhteydessä matematiikka-ahdistukseen (Hembree, 1990; Lee, 2009). Matemaattinen minäkäsitys on osittain päällekkäinen matematiikan osaamisen kanssa, ja molempien on ainakin erillisinä todettu olevan yhteydessä myös matematiikka-ahdistukseen. Itseen liittyvät käsitykset, kuten matemaattinen minäkäsitys, muodostuvat peilatesa omia suorituksia muiden suorituksiin, ympäristön välittämiin signaaleihin ja asenteisiin, sekä itselle merkityksellisiin henkilöihin (Shavelson, Hubner, & Stanton, 1976). Ympäristön asenteista opettajan asenteella opetettavaa ainetta kohtaan on siis yhteys oppilaiden osaamistasoon (Beilock ym., 2010). Opettajan suhtautumisen lisäksi motivaatiotutkimuksessa on todettu vanhempien suhtautumisella matematiikkaan olevan yhteys lapsen motivaatioon ja matematiikassa suoriutumiseen (Simpkins, Fredericks, & Eccles, 2014)

### 3 Matematiikka-ahdistus

Ahdistus on yksi ihmisen perustunteista, sitä voidaan kokea ulkoisten uhkaavien tai ahdistavien tekijöiden aiheuttamana tilannekohtaisena tunteena, tai pysyvämpänä yleisenä ahdistuneisuutena (Lee, 2009). Taipumus ahdistuneisuuteen nähdään sisäsyntyisenä luonteenomaisena piirteenä tai tapana suhtautua ympäristöön, joka ei niinkään ole sidonnainen tilanteeseen tai tiettyihin ympäristötekijöihin. Tutkimuksessa tilannekohtaista ahdistusta on tarkasteltu rajatumminkin tiettyyn tilanteeseen tai tehtävään liittyvänä alakohtaisena ahdistuksena, kuten esimerkiksi koeahdistuksena (Bodas & Ollendick, 2005; Hembree, 1988) tai matematiikka-ahdistuksena (Engelhard, 1990; Lee, 2009). Matematiikka-ahdistusta on pidetty toisinaan yhtenä koeahdistuksen ainekohtaisena osa-alueena (Bandalos, Yates, & Thorndike-Christ, 1995), mutta toisaalta sitä on havaittu matemaattisten tehtävien parissa myös koetilanteiden ulkopuolella, jolloin se voidaan nähdä itsenäisenä ahdistuneisuuden muotona (Ashcraft ym., 2007; Lee, 2009).

Matematiikka-ahdistus (engl. *math anxiety*, *mathematical anxiety*, *math phobia*, *fear of math*) määritellään yleensä matemaattiseen toimintaan liittyvänä jännityksenä, levottomuutena tai pelkona, joka haittaa matemaattisten tehtävien ratkaisemista arkielämässä ja akateemisessa ympäristössä (Ashcraft, 2002; Richardson & Suinn, 1972). Kyseessä on siis emotionaalinen reaktio mihin tahansa numeerisiin tehtäviin tai toimintoihin. Matematiikka-ahdistus ilmenee eri tavoilla, lievimmillään siihen liittyviä emotionaalisia reaktioita kuvataan huolena, levottomuutena tai vastenmielisyytenä ja toisessa ääripäässä reaktiot voivat olla todellista pelkoa tai kammoa (Tobias & Weissbrod, 1980). Sen on esitetty täyttävän jopa klassisen määritelmän fobiasta (Ashcraft ym., 2007) siinä mielessä, että se on tiettyyn tapahtumaan liittyvä ahdistuneisuus, joka ilmenee kognitiivisena ja fysiologisena kiihtyneisyytenä, samalla se on opittu pelko, joka kohdistuu spesifisti tiettyyn ärsykkeeseen tai tilanteeseen.

Matematiikka-ahdistuksen tutkimuksen teoreettiset lähtökohdat ja oletukset pohjautuvat suoraan muussa ahdistustutkimuksessa saatuihin tuloksiin, kuten koeahdistukseen ja yleiseen ahdistuneisuustutkimukseen. Koeahdistukselle on luotu tutkimuksessa teoreettista pohjaa 1950-luvulta lähtien (Mandler & Sarason, 1952;

Richardson & Suinn, 1972). Nykykäsityksen mukaan, koeahdistus koostuu teoreettisesti kahdesta komponentista, huolestuneisuudesta (kognitiivinen komponentti) ja emotionaalista autonomisesta reaktiosta (behavioraalinen komponentti). Näistä komponenteista autonomiset reaktiot näyttäisivät laukaisevan huolestuneisuutta ja sitä kautta heikompaa kognitiivista suoriutumista koetilanteessa (Hembree, 1988). Matematiikka-ahdistuksessa on tunnistettu samanlaiset ulottuvuudet, joista kognitiivinen komponentti kuvataan huolestuneisuutena matemaattisissa tehtävissä pärjäämisestä ja behavioraalinen komponentti affektiivisina reaktioina, kuten pelkona, hermostuneisuutena tai epämukavuutena (Wigfield & Meece, 1988). Matematiikka-ahdistuksella ja koeahdistuksella on todettu olevan muitakin yhteneviä ominaisuuksia, molemmat vaikuttaisivat olevan opittuja emotionaalisia tiloja, jotka ovat yhteydessä yleiseen ahdistuneisuustaipumukseen ja jotka vaikuttavat suoriutumiseen samalla tavoin (Hembree, 1990). Vaikuttaisi myös siltä, että molempia ahdistuksia voidaan helpottaa kohdistamalla interventioita emotionaaliseen (behavioraaliseen) puoleen. Niinpä helpottamalla tehtäviin tai kokeeseen liittyvää pelkoa ja hermostuneisuutta esimerkiksi rentoutuksen tai hengitysharjoitusten avulla myös siihen liittyvä huolestuneisuus helpottaa.

Matematiikka-ahdistuksen määrittelystä riippuen ilmiö voidaan nähdä erittäin yleisenä, tai harvinaisempana. Rohkeimpien arvioiden mukaan matematiikka-ahdistusta esiintyy Amerikassa jopa 60 %:lla aikuisväestöstä (Burns, 1998; Sousa, 2008). Ashcraft ryhmineen (2007) arvioi omien tutkimustensa perusteella voimakasta matematiikka-ahdistusta esiintyvän noin kuudesosalla populaatiosta, kun tilastollisen perusteen mukaan rajataan voimakkaasti ahdistuneiksi tietty osa vastaajista. Tällainen puhtaasti tilastollinen rajaus ei kuitenkaan sulje pois mahdollisuutta, että tätä useampi voisi kokea voimakkaitakin ahdistuksen tunteita matemaattisten tehtävien parissa. Matematiikka-ahdistuksen esiintyvyyden mittaaminen on siis riippuvainen siitä, miten ahdistuneisuutta arvioidaan, mikä puolestaan vaihtelee tutkimusten välillä suuresti. Kansainvälisessä vertailussa suomalaisilla ja pohjoismaalaisilla oppilailta yleensä esiintyy keskiarvoa vähemmän matematiikka-ahdistusta (Lee, 2009). Tämä on sinänsä johdonmukaista, että jos oletetaan aiemman tutkimuksen mukaisesti heikon matematiikan osaamisen olevan yhteydessä ahdistukseen, niin suomalaisoppilaiden, kuten muiden pohjoismaidenkin, matematiikan osaaminen on ollut PISA tutkimuksissa toistuvasti maailman kärkitasoa. Toisaalta

samassa tutkimuksessa todettiin muutamissa maissa, kuten Irlanti, Australia, Kanada, Tsekki ja Ranska, esiintyvän keskimääräistä enemmän matematiikka-ahdistusta, vaikka näiden maiden oppilaiden tulokset matematiikan osaamistehtävissä olivat hyviä (Lee, 2009).

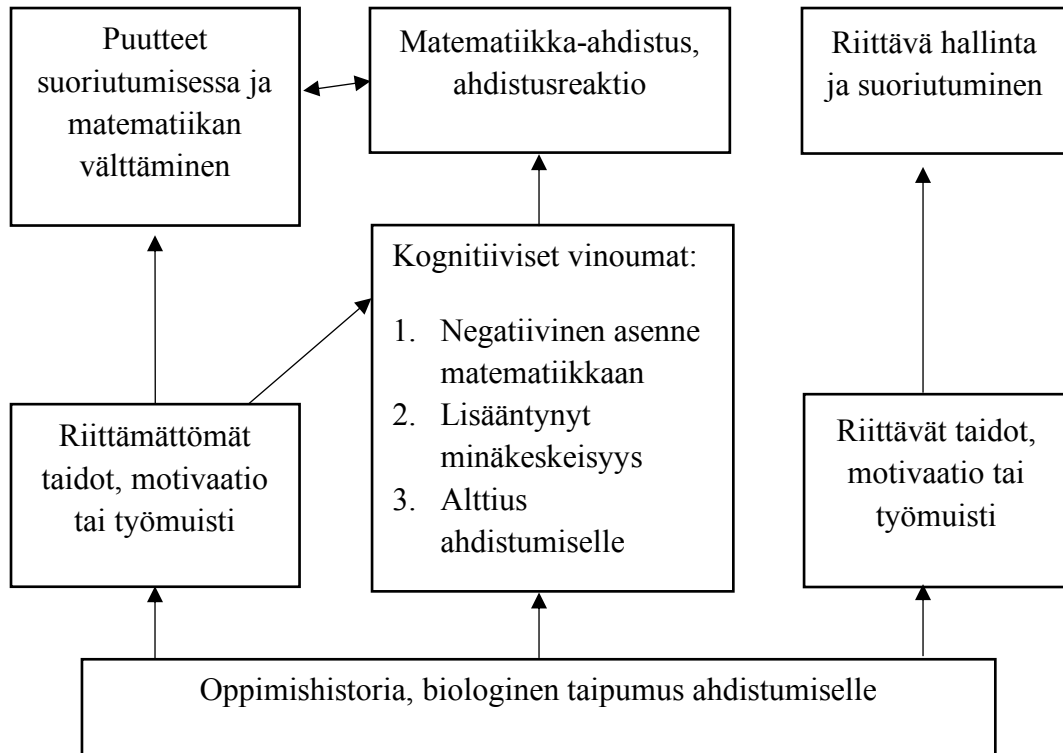
Ahdistuneisuutta voi esiintyä matemaattisten tehtävien yhteydessä koulumaailmassa tai arkielämässä, esimerkiksi hintojen laskemisessa alennusten tai kilohintojen perusteella. Se ei sinänsä siis liity ainoastaan akateemiseen ympäristöön, vaan kaikenlaisiin numeerisiin toimintoihin (Ashcraft ym., 2007). Hembreen (1990) 151 tutkimusta kattavan meta-analyysin perusteella matematiikka-ahdistuksen on aiemmissa tutkimuksissa todettu olevan positiivisesti yhteydessä yleiseen ahdistuneisuustaipumukseen ja voimakkaasti yhteydessä koeahdistukseen (*test anxiety*). Matematiikka-ahdistus ei kuitenkaan selity suoraan koetilanteeseen liittyvällä ahdistuneisuudella, sillä matematiikka-ahdistuksen vaihtelusta voidaan tämän tuloksen mukaan selittää reilu kolmannes koeahdistuksen vaihtelulla (Hembree, 1990). Matematiikka-ahdistus kohdistuuakin matemaattisiin tehtäviin kaikkialla, myös koetilanteen ulkopuolella.

### **3.1 Matematiikka-ahdistuksen syntyminen**

Matematiikka-ahdistuksen syntymistä koskeva tutkimus on hajanaista ja osin ristiriitaista, sitä on tarkasteltu eri tahoilla erilaisista näkökulmista ja ahdistuksen kehittyminen on yhdistetty erilaisiin ympäristö- ja yksilökohtaisiin tekijöihin. Matematiikka-ahdistuksen on esitetty johtuvan esimerkiksi aiempien epäonnistumisten aiheuttamasta epäonnistumisen pelosta (Tobias & Weissbrod, 1980), positiivisen palautteen ja tuen puutteesta (Ashcraft ym., 2007) tai matematiikan oppimisvaikeuksista (Ashcraft ym., 2007; Taipale, 2010). Ottaen huomioon matematiikka-ahdistuksen vaihtelevan voimakkuuden sekä yksilölliset oireet, sille lienee mahdotonta löytääkään yksiselitteistä syntymekanismia.

Ashcraft (2007) kollegoineen on rakentanut aikaisempien tutkimusten pohjalta viitekehystä matematiikka-ahdistuksen syntyyn todennäköisesti vaikuttavista tekijöistä.

Tämän kehyksen puitteissa voidaan muodostaa useita erilaisista tekijöistä muodostuvia polkuja, joita pitkin matematiikka-ahdistuksen oletetaan kehittyvän.



Kuvio 1 Matematiikka-ahdistuksen sijoittuminen eri ennustavien, kehityksellisten ja koulutuksellisten tekijöiden viitekehykseen (Ashcraft ym., 2007)

Kuviossa 1. esiteltyn viitekehykseen perustuen voidaan Ashcraftin ym. (2007) mukaan esittää kuusi olettamusta matematiikka-ahdistukseen johtavista poluista. Tässä kuviossa ei ole suoranaisesti kuvattu esimerkiksi vanhempien tai opettajan asenteiden tai toiminnan merkitystä, tai muita taustalla mahdollisesti vaikuttavia tekijöitä, mutta ne tulevat esiin tutkijoiden pohdinnoissa, joista esitetään seuraavassa pääkohdat.

Ensimmäisenä oletuksena matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan yhteydessä matematiikan osaamiseen useilla tavoilla, näiden välinen suhde on siis monitahoinen. Ensinnäkin ahdistuneisuus saattaa heikentää matemaattisissa tehtävissä suoriutumista negatiivisten kognitiivisten reaktioiden, kuten huolestuneisuuden, käyttäessä kognitiivisia resursseja, joita tällöin jää vähemmän itse tehtävän ratkaisuun (Eysenck & Calvo, 1992; Sarason, 1984). Matematiikan tehtävissä suoriutumisen ja matematiikka-ahdistuksen välisen yhteyden on havaittu riippuvan työmuistista, 1.–2. luokkalaisilla

oppilailla matematiikan osaaminen korreloi negatiivisesti matematiikka-ahdistuksen kanssa vain niillä oppilailla, joilla oli keskimäärin hyvä työmuisti (Ramirez ym., 2013). Työmuistin kuormittuminen ahdistusreaktion vuoksi saattaa ajaa oppilaat vaihtamaan vähemmän työmuistia vaativiin ratkaisumalleihin, jotka eivät välttämättä tuota yhtä menestyksekkäitä tuloksia matematiikan tehtävissä. Lisäksi puutteet osaamisessa voivat lisätä matematiikka-ahdistuneisuutta, tällöin suoritustaso on heikompi, ja matematiikan välttämistäipumus lisääntyy (Tobias, 1985). Matematiikka-ahdistuksesta kärsivillä vaikuttaisi myös olevan keskimäärin heikompi lukukäsite (*number sense*) (Ashcraft, 2002; Dehaene, 1997), kuin oppilailla tavallisesti. Heikompi lukukäsite ilmenee kouluympäristössä esimerkiksi siten, että oppilaalla on vaikeuksia tunnistaa laskematta oikeita ja vääriä vastauksia annetuista valmiista laskutehtävistä. Lukukäsitteen avulla hahmotetaan lukumääriä intuitiivisesti, sen puuttuessa ei huomaa eroa laskutoimituksessa olevan suuren tai pienen virheen välillä. Esimerkiksi  $9 + 7 = 39$  tai  $9 + 7 = 18$  saattavat vaikuttaa yhtä vakuuttavilta laskutoimituksilta, mikäli vastaajan lukukäsite on heikko (Ashcraft, 2002; Ashcraft ym., 2007). Lukukäsite kehittyy tutkimuksen mukaan paljon aikaisemmassa kehitysvaiheessa, kuin missä vaiheessa matematiikka-ahdistusta on havaittu lapsilla (Feigenson ym., 2004), niinpä heikkoa lukukäsitettä voitaneen todennäköisemmin pitää matematiikka-ahdistuksen kehittymisen riskitekijänä, kuin sen seurauksena. Viimeiseksi on otettava huomioon, että puutteet osaamisessa vaikuttavat tehtävissä suoriutumiseen myös ahdistuneisuudesta riippumatta.

Ashcraftin ryhmän (2007) toinen oletamus koskee matematiikka-ahdistuneisuuden kehittymistä koulun kontekstissa, matematiikka-ahdistuksen on havaittu ja pitkään oletettu kehittyvän lapsilla myöhemmin kuin muiden spesifien oppiaineisiin tai muihin objekteihin kohdistuvien pelkojen tai fobioiden. Matematiikka-ahdistusta on Ashcraftin ym. (2007) mukaan havaittu kouluympäristössä noin kuudennesta luokasta lähtien, tätä nuoremmilla sitä oletettavasti esiintyy harvoin. Matematiikka-ahdistuksen alkamisen oletettu ajankohta sijoittuu kouluympäristössä samaan vaiheeseen, jossa matematiikan oppiminen vaikeutuu. Näin ollen yhtenä oletuksena ahdistuksen syntyyn vaikuttavista tekijöistä on esitetty vaikeutuvien opettavien aiheiden tuottamat negatiiviset oppimiskokemukset (Ashcraft ym., 2007). Muut aihekohtaiset spesifit pelot tai fobiat ja sosiaaliset fobiat kehittyvät keskimäärin huomattavasti aikaisemmin, noin koulun aloittamisen vaiheessa (Costello, Egger, & Angold, 2004). Sittemmin Yhdysvalloissa on



kuitenkin tutkittu matematiikka-ahdistuksen esiintymistä koulun vasta aloittavilla lapsilla, ja todettu että matematiikka-ahdistusta esiintyy lapsilla jo heti ensimmäisistä kouluvuosista lähtien (Ramirez ym., 2013). Tämä ei kuitenkaan automaattisesti sulje pois selitystä epäonnistumisen kokemuksista ahdistuksen yhtenä riskitekijänä, sillä nuoret oppilaat voivat kokea yksinkertaisetkin tehtävät vaikeiksi. Hembreen (1990) analyysin mukaan matematiikka-ahdistus on amerikkalaisilla oppilailla yleisimmillään 9.-10. luokalla. Ahdistuksen lisääntymisen syitä tietyssä vaiheessa tai iässä on vaikea osoittaa, sen voidaan ajatella olevan tyypillistä ikäkaudelle, mutta ahdistusta saattaa yhtä lailla lisätä uusien sisältöjen opettelu tietyillä luokilla. Amerikassa esimerkiksi algebran opetus aloitetaan usein juuri yläkoulun loppuvaiheessa, jolloin matematiikka-ahdistusta vaikuttaisi olevan eniten (Ashcraft ym., 2007).

Kouluympäristössä matematiikan erityislaatuisuus kumulatiivisena oppiaineena (Aunola ym., 2004; Entwistle & Alexander, 1990) voi osaltaan edesauttaa ahdistuksen syntymistä. Mikäli yksi asia jää oppimatta, niin seuraavassa vaiheessa on vaikeampi pysyä mukana, jolloin epäonnistumiset lisääntyvät, mikä puolestaan voi tuottaa ahdistuneisuutta ja sen myötä herkemmin epäonnistumista seuraavissa tehtävissä. Toisaalta luokkahuonetilanteessa saattaa olla myös sosiaalisia tekijöitä, jotka selittävät ahdistuksen lisääntymistä, kuten luokan edessä matematiikan tehtävien esittäminen, jolloin pelko naurunalaiseksi joutumisesta tai opettajan julkisesta arvostelusta saattaa selittää osaltaan lisääntyntä ahdistusta matematiikan tehtäviin liittyen (Ashcraft ym., 2007).

Kolmas olettaus matematiikka-ahdistuksen synnystä liittyy oppimisvaikeuksiin. Oppilaat, joilla on esimerkiksi heikompi työmuisti, kokevat enemmän ahdistusta matemaattisten tehtävien parissa (Ashcraft ym., 2007).

Neljäs olettaus liittyy opettaja-oppilas suhteeseen ja opetustapaan. Mikäli opettaja pitää tärkeimpänä oikeiden vastausten löytymistä, eikä tue oppilaiden motivaation syntymistä, tai tarjoa kognitiivista tukea oppimiseen, päätyvät oppilaat todennäköisesti välttämään matematiikkaa (Turner ym., 2002), mikä on yksi matematiikka-ahdistuksen oireista. Matematiikan välttämistäipumus saattaa osaltaan olla vaikuttamassa matematiikka-ahdistukseen liittyvään heikompaan suoriutumiseen (Hembree, 1990; Krinzinger, Kaufmann, & Willmes, 2009). Matematiikan tehtävien välttämisen johdosta oppilas ei

saa harjoitusta tehtävien tekemisessä, jolloin laskutaidot eivät pääse kehittymään, eikä hänelle pääse kehittymään laskurutiinia. Matematiikan välttäminen saattaa toisaalta olla yhteydessä myös oppilaan negatiivisempiin odotuksiin omasta suoriutumisestaan ja matematiikan arvostuksen vähenemiseen (Eccles, 1983; Wigfield & Meece, 1988), joiden voidaan osaltaan olettaa heikentävän tehtävissä suoriutumista.

Viidenneksi Ashcraft (2007) ryhmineen esittää olettamuksen, että ympäristön ja yhteiskunnan negatiivinen suhtautuminen matematiikkaa ja oppilaan matemaattista osaamista kohtaan välittää oppilaille viestiä, että matematiikan välttäminen on hyväksyttävää käyttäytymistä. Matematiikan välttäminen puolestaan tekee onnistuneiden matematiikan oppimiskokemusten syntymisen mahdottomaksi, ja näin ollen luo ja ylläpitää matematiikka-ahdistusta (mt). Ympäristön asenteita voidaan tarkastella useilta eri tahoilta, yleisen ilmapiirin lisäksi tärkeinä on pidetty esimerkiksi opettajan, vertaisten ja vanhempien suhtautumista oppilaaseen, oppimiseen ja oppiaineeseen (Hembree, 1990). Vanhempien negatiivinen suhtautuminen matematiikkaan on Hembreen (1990) meta-analyysin mukaan yhteydessä voimakkaampaan matematiikka-ahdistukseen, tämä yhteys heikkenee lukion jälkeen. Opettajan suhtautumisella matematiikkaa kohtaan on havaittu samassa meta-analyysissä hieman voimakkaampi saman suuntainen korrelaatio kuin vanhempien suhtautumisella (Hembree, 1990). Vanhempien on esitetty siirtävän omaa matematiikka-ahdistustaan lapsiinsa, etenkin mikäli he auttavat lapsiaan kotitehtävien tekemisessä (Maloney ym., 2015). Maloney ym. (2015) tutkimuksessa kotitehtävien tekemiseen osallistuvien matematiikka-ahdistuksesta kärsivien vanhempien lapset suoriutuivat heikommin matematiikassa. Vanhempien oletettiin välittävän lapsilleen tiedostamattaan negatiivista asennetta matematiikkaa kohtaan, mikä vähensi lasten matematiikan arvostusta ja matematiikan opiskeluun käytettävää ponnistelua.

Lauermann, Eccles ja Pekrun (2017) ovat tutkineet vanhempien havaitun matematiikan arvostuksen ja oppilaan matemaattisen minäkäsityksen yhteyttä matematiikka-ahdistuksen huolestuneisuuskomponenttiin 3.–6. luokkalaisilla. Vanhempien positiivista suhtautumista matematiikkaa kohtaan on pidetty myönteisenä tekijänä oppilaiden menestyksen ja matematiikka-asenteiden kannalta. Vanhempien matematiikan arvostus voi kuitenkin epäsuorasti lisätä sellaisten oppilaiden huolestuneisuutta, joilla on matala matemaattinen minäkäsitys ja heikot odotukset omasta suoriutumisestaan matematiikan

tehtävissä (Lauermann ym., 2017). Tutkijat esittävät vanhempien havaitun arvostuksen lisäävän oppilaan arvostusta matematiikassa pärjäämistä kohtaan, oppilaan matematiikkaan liittyvä huolestuneisuus lisääntyy silloin, jos oppilas ei oleta suoriutuvansa tehtävistä menestyksekkäästi ja kuitenkin pitää niissä menestymistä tärkeänä ja arvokkaana (mt).

Kuudentena ahdistusreaktion oletetaan Ashcraftin ym. (2007) mukaan olevan riippuvainen matemaattisten tehtävien monimutkaisuudesta siten, että helpompien tehtävien edessä puutteet osaamisessa eivät lisää ahdistuneisuutta voimakkaasti, sillä oppilaat arvioivat tulevan suoriutumisensa tehtävässä positiivisemmin. Monimutkaisempien ja vaikeaselkoisten tehtävien parissa sen sijaan oppilaan arvio pystyvyydestään on negatiivisempi ja johtaa voimakkaampaan ahdistusreaktioon, joka puolestaan aiheuttaa esimerkiksi työmuistin kuormittumisen vuoksi alisuoriutumista tehtävässä (Eysenck & Calvo, 1992). Sosiaalisen ahdistuneisuuden tutkimuksessa on puolestaan esitetty, että ahdistuksesta kärsivät kiinnittävät enemmän huomiota ahdistuksen kannalta uhkaaviin tai pelottaviin seikkoihin (Kuckertz & Amir, 2014), mikä olisi linjassa myös Ashcraftin ym. (2007) oletuksen kanssa, jossa huomion keskittyminen vaikeisiin ja monimutkaisiin tehtäviin johtaa voimakkaamman ahdistusreaktion syntymiseen sekä heikompaan suoriutumiseen.

Matematiikka-ahdistuksen on Hembreen (1990) meta-analyysissä todettu olevan yhteydessä yksilön omiin asenteisiin ja käsityksiin itsestä. Negatiivisempi asenne matemaattista ongelmaratkaisua kohtaan ( $r = -.37$ ), matematiikan hyödyllisyyttä kohtaan (matematiikan arvostus) ( $r = -.58$ ) ja negatiivisempi käsitys itsestä matematiikan oppijana (matemaattinen minäkäsitys) ( $r = -.70$ ) ovat yhteydessä kohonneeseen matematiikka-ahdistukseen. Matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikka-ahdistuksen välinen voimakas korrelaatio viittaisi siihen, että ilmiöt ovat osittain päällekkäisiä. Niitä ei kuitenkaan voida pitää saman ilmiön eri ääripäinä, sillä ne eivät ole toisiaan poissulkevia tai suoranaisesti vastakkaisia. Matematiikka-ahdistus voi olla voimakasta, heikkoa tai sitä ei esiinny lainkaan yksilöllä, matemaattinen minäkäsitys puolestaan on kaikilla olemassa, se voi olla yksilöllä tiedostetumpi tai tiedostamattomampi ja jotain positiivisen ja negatiivisen ääripään väliltä.

Sukupuolten välillä ei ole aiemmissa tutkimuksissa havaittu johdonmukaisesti eroa matematiikka-ahdistuksessa. Naisilla on todettu jossain määrin miehiä negatiivisempaa asennetta matematiikkaa kohtaan, mutta sukupuolten välillä ei yleisesti ole kovin merkittäviä eroja (Else-Quest, Hyde, & Linn, 2010). Kansallisesti tarkasteltuna eroja on kuitenkin havaittu sukupuolten välillä, mutta Else-Questin ym. (2010) mukaan ne vaikuttaisivat liittyvän kulttuurisidonnaisesti naisten asemaan ja hyvinvointiin.

### **3.2 Matematiikka-ahdistuksen seuraukset**

Matematiikka-ahdistuksesta kärsivät opiskelijat suoriutuvat heikommin matemaattisissa tehtävissä (Ma & Kishor, 1997). Heikompa suoriutumista on selitetty esimerkiksi sillä, että ahdistuneisuuden tunteella on työmuistia heikentävä vaikutus, joka vaikuttaa matemaattisissa tehtävissä suoriutumiseen, kuten myös muissa muistia vaativissa tehtävissä suoriutumiseen (Ashcraft & Kirk, 2001). Toisin sanoen ahdistuneisuus kuormittaa aivojen kapasiteettia, jolloin sitä ei riitä vaativille tehtäville, ja suoritukset heikkenevät. Tästä syystä vaikuttaa loogiselta, että matematiikan tehtäviin liittyvän ahdistuksen on todettu olevan yhteydessä matematiikan välttämiseen, eli matematiikassa koettu ahdistus korreloi negatiivisesti matematiikan kurssien valintojen ja koulutusvalinta-aikomusten kanssa (Eccles & Jacobs, 1986; Hembree, 1990). Toisaalta ahdistukseen liittyvä matematiikan opiskelun välttäminen voi myös toimia suoriutumista heikentävänä tekijänä. Ahdistuneisuuteen ja matematiikan tehtävien välttämiseen saattaa liittyä myös motivationaalisia tekijöitä, kuten matematiikan arvostus, opiskelijan kiinnostus ja tavoiteorientaatio (Pekrun, Elliot, & Maier, 2006; Sideridis, 2005).

Matematiikan välttämällä puolestaan on yksilöllisiä ja yhteiskunnallisia seurauksia, yksilöt saattavat matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan välttämisen seurauksena päätyä kykyjään vaatimattomammille aloille, tai jättää valitsematta itselleen mieluisimman urapolun välttääkseen siihen liittyvää matemaattista ponnistelua (Hembree, 1990). Yhteiskunta ja työelämä on teknologian yleistymisen myötä yhä vahvemmin matemaattisesti orientoitunutta, jolloin matematiikan välttäminen sulkee pois useita uravaihtoehtoja. Yhteiskunnallisesta näkökulmasta matemaattista osaamista vaativien alojen välttely saattaa aiheuttaa koulutettujen ammattilaisten puutetta yhä useammilla aloilla.

Ahdistuneisuuden ja suorituksen yhteyttä on tutkittu tehtävien tärkeyteen liittyen (Calvo, 1985), vähän ahdistuneilla espanjalaisoppilailta luvattu palkkio paransi suoriutumista tehtävissä, sen sijaan paljon ahdistuneet eivät suoriutuneet tehtävistä aiempaa paremmin, molemmat ryhmät suoriutuivat saman tasoisesti tehtävissä, joista ei ollut luvassa palkkiota. Ahdistuneisuus ei siis suinkaan ole aina suoriutumistasoon vaikuttava tekijä, ja myös tehtävien merkityksellisyyden lisäksi on varmasti paljon muitakin tekijöitä. Matematiikka-ahdistuksen on kuitenkin yleisesti todettu aiheuttavan heikompaa suoriutumista matemaattisissa tehtävissä, mutta toisaalta heikon menestymisen matemaattisissa tehtävissä on esitetty aiheuttavan ahdistuneisuutta (Ashcraft ym., 2007; Tobias & Weissbrod, 1980). Näin ollen aikaisemman tutkimuksen valossa voidaan matematiikka-ahdistuksen kehittymistä luonnehtia itseään ruokkivaksi kehäksi ja matematiikka-ahdistuksen syntymisellä voidaan todeta olevan selkeä yhteys matematiikan tehtävissä suoriutumiseen.

#### **4 Käsitteet itsestä matematiikan oppijana**

Itsestä ja itseen liittyvistä käsityksistä on muodostettu teorioita psykologian tieteenalan kehittymisestä lähtien. Minäkäsityksen muotoutumisen on nähty johtuvan erilaisista sisäisistä ja ulkoisista tekijöistä. Moniin itseen liittyviin teorioihin ovat vaikuttaneet William Jamesin 1890-luvulla julkaisemat käsitykset minän eri osa-alueista, hänen mukaansa minä koostuu fyysisestä, sosiaalisesta ja henkisestä minästä sekä puhtaasta egosta, joka nykykäsittein voidaan mieltää ajatteluksi (William James, 2008) Psykoanalyttisen teorian mukaan minäkäsityksen muodostumiseen vaikuttavat synnynnäiset tekijät ja lapsuuden kokemukset (Nolen-Hoeksema, Fredrickson, Loftus, & Lutz, 2014). Sosiaalipsykologisissa teorioissa korostuu itsearviointin merkitys ja minäkäsityksen nähdään heijastelevan ympäröivän yhteiskunnan sisältöä ja järjestystä (Gecas, 1982). Kognitiivisissa teorioissa minäkäsityksen nähdään muodostuvan yksilön itsestään muodostamien käsitysten ja häneen kohdistuvien odotusten perusteella (Dweck, 1999), joiden pohjalta hän muodostaa käsityksen siitä, minkälainen hänen tulisi olla ja minkälainen hän haluaisi olla. Eri alojen tutkimuksessa vaikuttaisi kuitenkin olevan painotuseroista huolimatta yhtäläistä käsitys siitä, että minäkäsityksen muotoutumiseen vaikuttavat käsitys itsestä ja havainnot omasta käyttäytymisestään, elämäkokemus, sosiaaliset suhteet sekä ympäröivä arvomaailma ja kulttuuri.

Kognitiivisten teorioiden myötä itseen liittyvien uskomusten tutkimus on varsinaisesti käynnistynyt laajemmin ja niihin onkin otettu useita erilaisia näkökulmia (Gecas, 1982). Minäkäsityksen lisäksi tutkimuskirjallisuudessa esiintyy erilaisia rinnakkaiskäsitteitä ja teorioita itsestä sekä itseen liittyvistä käsityksistä, kuten esimerkiksi minäkuva, itsetietoisuus, itsetunto, minäpystyvyys, attribuutioteoria ja kognitiivinen dissonanssi. Erilaisista itseen liittyvistä käsityksistä minäpystyvyyttä (engl. *efficacy*) (Bandura, 1997) ja minäkäsitystä on tutkittu ehkä yleisimmin motivaatioon ja koulumenestykseen liittyvinä tekijöinä (Marsh, Byrne, & Shavelson, 1988; Marsh & Hau, 2004). Minäkäsitystä pidetään yleisenä käsityksenä itsestä, joka muodostuu yksilölle erilaisten kokemusten ja ympäristön reaktioiden kautta (Bong & Skaalvik, 2003; Shavelson ym., 1976). Yksilöllä voi olla erilaisia alakohtaisia minäkäsityksiä, jotka ovat näin ollen yleisiä suhteellisen pysyviä käsityksiä itsestä esimerkiksi tietyn oppiaineen osaajana tai tietyssä roolissa. Minäpystyvyys sen sijaan on alkuperäisen määritelmänsä mukaan tehtäväkohtainen käsitys omista kyvyistään suoriutua käsillä olevasta tehtävästä (Bandura, 1997), joskin sitä on toisinaan saatettu käyttää myös enemmän minäkäsitystä vastaavana yleisemmän tason uskomuksena omista kyvyistään.

Minäkäsitys on yksilön käsitys itsestään, määritelmän mukaan yksilö muodostaa käsitykseen itsestä ympäristön avulla, omaa suoriutumista peilataan ympäristöön ja syntyvää käsitystä lujittavat ympäristön antamat signaalit sekä ympärillä olevat läheiset tai muuten merkitykselliset henkilöt (Shavelson ym., 1976). Koulun kontekstissa käsitykset itsestä tietyn oppiaineen osaajana ovat oppilaiden subjektiivisia uskomuksia omasta pystyvyydestään ja taidoistaan. Tässä tutkimuksessa tarkastellaan erityisesti matemaattista minäkäsitystä, jota käsitellään tarkemmin seuraavassa alaluvussa.

### ***Matemaattinen minäkäsitys***

Minäkäsitystä voidaan tarkastella koulun kontekstissa eriteltynä eri oppiaineita koskeviksi ainekohtaisiksi minäkäsityksiksi (Eccles, Wigfield, Harold, & Blumenfeld, 1993). Matemaattinen minäkäsitys kuvaa sitä, miten varma ja luottavainen oppilas on omasta kyvystään oppia uusia sisältöjä matematiikassa ja selviytyä matematiikan tunneilla sekä kokeissa annettavista tehtävistä (Reyes, 1984). Matematiikan opiskelussa käsitysten itsestä oppiaineen osaamisen suhteen on todettu olevan yhteydessä taitojen

kehitykseen, käsitykset muodostuvat osaamisen sekä asianhallinnan kokemusten kautta (Bandura, 1997). Toisaalta nämä käsitykset itsessään, osaamistasosta huolimatta vaikuttavat siihen, miten oppilas toimii kohdatessaan matemaattisia tehtäviä ja minkälaisia valintoja hän tekee opiskelun ja työuran osalta matematiikan suhteen (Bong & Skaalvik, 2003; Wang, Eccles, & Kenny, 2013).

Matematiikka-asenteet ovat tutkimuksen mukaan merkittävä tekijä matematiikan oppimisen suhteen (Eccles & Jacobs, 1986; Else-Quest ym., 2010), myönteisemmän asenteen omaavat oppilaat suoriutuvat muita paremmin matematiikan tehtävissä. Vandecandelaere kumppaneineen määrittelee matematiikka-asenteisiin sisältyväksi matemaattisen minäkäsityksen, matematiikasta pitämisen ja matematiikan hyödylliseksi kokemisen (Vandecandelaere, Speybroeck, Vanlaar, Fraine, & Damme, 2012), kahta jälkimmäistä voitaisiin kutsua myös sisäiseksi ja ulkoiseksi motivaatioksi. Matematiikasta pitämiseen sisältyy sekä matematiikan tunneilla viihtyminen, että oppiaineen sisällöistä innostuminen, hyödyllisyys puolestaan sisältää oppilaan käsitykset siitä, miten arvokasta ja hyödyllistä hän kokee matematiikan osaamisen olevan oppilaan arjessa ja elämässä nyt ja tulevaisuudessa (mt).

Akateemisessa ympäristössä pärjääminen akateemisissa tehtävissä on tutkijoiden mukaan vahvemmin yhteydessä akateemisen minäkuvan muodostumiseen, kuin opiskelijan yleiseen minäkäsitykseen (Marsh ym., 1988). Akateeminen, oppimiseen ja kouluun liittyvä minäkäsitys sisältää käsityksiä itsestä oppijana eri aloilla, eli sen voidaan nähdä eriytyvän ainekohtaisiksi minäkäsityksiksi, joiden muodostumiseen vaikuttaa menestyminen tietyn aineen tehtävissä (Marsh ym., 1988). Matemaattinen minäkuva on Marshin ja kumppaneiden mukaan koulutuksen tulosta ja liittyy vahvasti onnistuneeseen oppimiseen, parempi matemaattinen minäkuva puolestaan mahdollistaa paremmat oppimistulokset (Marsh & O'Mara, 2008). Näin ollen tutkijoiden mukaan matemaattinen minäkuva muodostaa osaamisen kanssa samanlaisen itseään ruokkivan kehän, kuin matematiikka-ahdistus.

Matemaattinen minäkäsitys on siis yhteydessä matematiikan tehtävissä suoriutumiseen siten (Arens ym., 2017; Chiu & Klassen, 2010), että ne oppilaat, jotka ajattelevat olevansa hyviä matematiikassa, pärjäävät tehtävissä paremmin kuin heikon matemaattisen

minäkäsityksen omaavat oppilaat. Matemaattisessa minäkäsityksessä on esitetty olevan eroja sosioekonomisen taustan mukaan, eli vähempiosaisilla oppilailla olisi keskimäärin heikompi matemaattinen minäkäsitys kuin parempiosaisilla, joskaan saadut tulokset eivät ole olleet tilastollisesti merkitseviä (Abid, Misbah, Ghulam, & Uzma, 2017). Aikaisempi tutkimus ei tue tätä näkemystä (Atherley, 1990; Raju & Asfaw, 2009), mutta sen sijaan vanhempien kiinnostus ja aktiivisempi osallistuminen lapsen koulunkäyntiin vaikuttaisi olevan yhteydessä positiivisempaan akateemiseen minäkäsitykseen ja tehokkaampien opiskelukäytäntöjen kehittymiseen (Raju & Asfaw, 2009).

Hiljattain Kiinassa toteutetun tutkimuksen mukaan ainekohtainen minäkäsitys liittyy myös vanhempien odotuksiin oppilaan saavutuksista erityisesti matematiikassa ja englannissa (Phillipson & Phillipson, 2017). Kiinalaisten vanhempien lapsiinsa kohdistamat odotukset oppiaineessa menestymisen suhteen olivat yhteydessä oppilaan suoriutumistason ja ainekohtaisen minäkäsityksen väliseen yhteyteen. Näin ollen tutkijat esittivät, että vanhempien lapseensa kohdistamat menestysodotukset vaikuttavat merkittävästi lapsen ainekohtaisen minäkäsityksen muodostumiseen ja ilmenemiseen ja sitä kautta myös matematiikassa menestymiseen (Eccles & Jacobs, 1986; Phillipson & Phillipson, 2017).

Maailmanlaajuisessa 41 maata kattavassa vertailussa aasialaisten oppilaiden on todettu omaavan keskimäärin heikomman minäkäsityksen sekä akateemisesti, että yleisesti, verrattuna muiden maanosien oppilaisiin (Lee, 2009), siitä huolimatta, että matematiikan tehtävissä suoriutuminen on näissä maissa yleensä huipputasoa. Muutkin tutkimustulokset ovat olleet pääsääntöisesti saman suuntaisia (Wilkins, 2004). Eräässä vertailututkimuksessa japanilaisilla oppilailla tosin todettiin yleisesti heikompi minäkäsitys kuin ruotsalaisilla oppilailla, mutta eriteltyinä eri osa-alueisiin japanilaisten matemaattinen minäkäsitys ja fyysinen minäkäsitys olivat ruotsalaisia parempia (Nishikawa, Norlander, Fransson, & Sundbom, 2007). Leen (2009) kansainvälisessä vertailussa suomalaisten oppilaiden osaaminen oli todella hyvällä tasolla, mutta silti matemaattinen minäkäsitys oli keskimääräistä heikompi, saman suuntainen aikaisempien tutkimustulosten vastainen tulos oli havaittavissa myös muutamalla Aasian ja läntisen Euroopan maalla.



## 5 Oppilaiden kokema vanhempien matematiikan arvostus

Ympäristön luomaa koettua painetta tietynlaiseen käyttäytymiseen voidaan kokea itselle merkityksellisten ihmisten taholta, usein tällainen viiteryhmä ovat esimerkiksi ystävät, vertaiset, vanhemmat, opettajat tai yhdistelmä näitä. Normit voivat olla myös yhteiskunnassa yleisesti suotavia tapoja toimia, mutta yksilön elämässä ne kuitenkin konkretisoituvat ympärillä olevien merkityksellisten ihmisten asenteiden kautta (Fine, 2001; Mead, 1934). Koulumaailmassa normit muodostuvat ja selkeytyvät oppilaille kanssakäymisessä opettajien, henkilökunnan ja ikätovereiden kanssa, kotona ja vapaa-ajalla vanhemmat tai muut huoltajat, valmentajat/ohjaajat sekä ystävät ja sukulaiset vaikuttavat lasten toimintaan ja yhteisön normien omaksumiseen.

Koulua ei kuitenkaan voida erottaa muusta elämästä, sillä molemmissa ympäristöissä vaikuttavat tekijät muokkaavat lasten suhteellisen pysyviä käsityksiä ja asenteita, jotka vaikuttavat lasten valintoihin ja toimintaan ympäristöstä huolimatta (Eccles & Jacobs, 1986). Vanhempien lapseensa kohdistamalla menestysodotuksilla on todettu olevan vaikutusta lasten koulumenestykseen (Davis-Kean & Sexton, 2009). Niin ikään vanhempien suhtautumisen tiettyä oppiainetta kohtaan on todettu selittävän lasten menestymistä kyseisessä aineessa (Archer ym., 2012). Erityisesti matematiikan osalta Eccles ja Jacobs (1986) toteavat lasten kokeman vanhempien matematiikan arvostuksen selittävän lapsensa matemaattista minäkuvaa ja lapsen kokemusta matematiikan tärkeydestä. Kyseisessä tutkimuksessa erityisesti äidin käsitys lapsensa matemaattisista taidoista ennusti lapsen kokemuksia matematiikka-ahdistuksesta, matematiikan hyödyllisyydestä ja matematiikan tehtävien vaikeudesta.

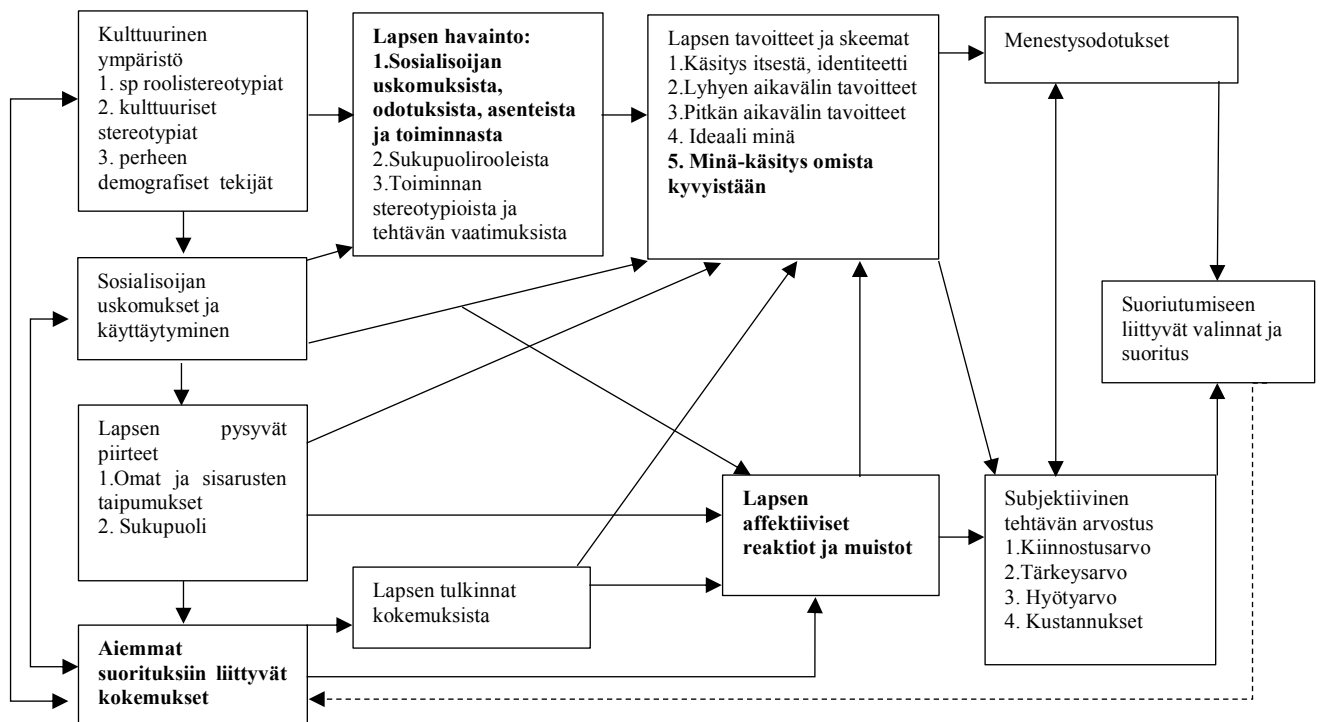
Erilaisten odotusarvoteorioiden mukaan uskomukset omasta kyvystä selviytyä tulevasta tehtävästä sekä kyseiseen toimintaan tai aiheeseen liittyvä arvostus ovat keskeisiä toimintaa ja toiminta-aikomuksia selittäviä tekijöitä. Yksi odotuksia ja arvostusta soveltava teoria on Ajzenin (1991) suunnitellun toiminnan teoria (*theory of planned behavior*, TPB). Sen mukaan oma asenne ja merkityksellisten muiden (esim. vanhemmat tai läheiset) koettu arvostus (arvo-komponentti) sekä havaittu kontrolli (odotukset-komponentti) vaikuttavat käyttäytymisintention muodostumiseen, josta seuraa toiminta tai tietynlainen käyttäytyminen (Ajzen, 1991). Näitä tekijöitä manipuloimalla voidaan siis

teorian mukaan vaikuttaa toivotun käyttäytymisintention syntymiseen ja lopulta halutun toiminnan toteutumisen todennäköisyyteen. Koulun ja erityisesti matematiikan opiskelun kontekstiin sovellettuna asenteet, läheisten matematiikan arvostus ja havaittu kontrolli voivat ennustaa esimerkiksi oppilaiden halukkuutta käyttää aikaa matematiikan opiskeluun, osallistua keskusteluun opetuksen aikana tai osallistua palauttavaan toimintaan matematiikka-ahdistuksen välttämiseksi ja sitä kautta parempia arvosanoja tai koetuloksia (Burrus & Moore, 2016).

Ajzen (1991) kutsuu sosiaalista painetta tietynlaiselle käyttäytymiselle subjektiiviseksi normeiksi, niitä voidaan luonnehtia deskriptiiviseksi (engl. *descriptive*) tai injuktiiviseksi (engl. *injunctive*). Deskriptiiviset normit perustuvat havaintoon siitä, mitä ympärillä olevat ihmiset tekevät, kun injuktiiviset normit ovat käsityksiä siitä, minkälaista käyttäytymistä muut odottavat itseltä (Cialdini, Kallgren & Reno, 1991). Deskriptiiviset normit ovat ikään kuin informaatiota käyttäytymisestä, ja muiden esimerkin seuraaminen onkin usein arkielämässä toimiva strategia selviytyä uudesta tai itselle vieraasta tilanteesta. Injuktiiviset normit ovat vastaavasti vaatimus käyttäytymisestä, jotka perustuvat yhteisön moraalisiin sääntöihin. Näiden normien noudattaminen tai noudattamatta jättäminen johtaa usein sosiaaliseen palkitsemiseen tai sanktioon muiden hyväksynnän tai paheksunnan muodossa. (Cialdini ym., 1991) Subjektiiviset normit vaikuttavat Ajzenin (1991) mukaan yksilön muodostamiin käyttäytymisintentioneihin yhtenä tekijänä asenteiden ja havaitun kontrollin lisäksi. Ympäristön asenteilla ja arvostuksella on todettu kuitenkin olevan yhteyttä myös muihin yksilön sisäisiin prosesseihin, kuten minäkäsityksen muodostumiseen (Dweck, 1999).

Ecclesin kollegoineen kehittämän (1983) odotusarvoteorian (engl. *expectancy-value theory*) mukaan yksilön käyttäytymistä tietyssä tehtävässä ennustavat odotukset menestymisestä kyseisessä tehtävässä sekä tehtävän koettu arvo tai hyöty. Menestysodotukset muodostuvat lapsen minäkuvan, minäkäsityksen, tavoitteiden ja tavoiteltavan minäkuvan pohjalta, joihin puolestaan vaikuttavat teorian mukaan lapsen käsitykset vanhempien asenteista ja uskomuksista, sukupuolirooleista ja tehtävän vaativuudesta. Lisäksi lapsen tavoitteisiin ja käsityksiin itsestä vaikuttavat erilaiset taustatekijät, kuten aikaisemmat onnistumiset tai epäonnistumiset, sukupuoli, syntymäjärjestys perheessä ja vanhempien todelliset asenteet ja uskomukset, jotka

ohjaavat heidän kasvatustalintojaan sekä lapsen kannustamista ja tukemista eri toiminnoissa. Kuvassa 2. on esitetty Ecclesin kollegoineen (1983) kehittämän mallin pääkohdat.



Kuvio 2 Ecclesin expectancy-value malli muokattu Eccles ym. (1983) ja Simpkins ym. (2014) pohjalta

Odotusarvoteoriassa arvolla tarkoitetaan subjektiivista tehtäväkohtaista arvoa (engl. *subjective task value*), joka muodostuu kolmesta osatekijästä. Tehtäväkohtaisen arvon osatekijät ovat kiinnostusarvo (engl. *intrinsic value / interest-enjoyment value*), tärkeysarvo (engl. *attainment value*) ja hyötyarvo (engl. *utility value*). Tehtävän arvon lisäksi siihen sitoutumiseen vaikuttavat koetut kustannukset (engl. *cost*) (Wigfield & Eccles, 2000). Kiinnostusarvo vastaa jossain määrin sisäisen motivaation käsitettä (Ryan & Deci, 2000), eli tehtävä itsessään on mielekäs ja tuottaa mielihyvää tekijälleen, oppilas voi esimerkiksi pitää laskutehtävien ratkaisemisesta mielekkäänä ajanvietteenä ja saada tyydytystä vaikean pulman ratkaisemisesta. Tärkeysarvo merkitsee itselle tärkeän asian saavuttamista tehtävän kautta. Se kuvaa sitä, miten tärkeänä tekijä pitää tehtävässä suoriutumista oman minäkuvansa kannalta. Koulussa menestymistä tärkeänä pitävä oppilas voi esimerkiksi nähdä matematiikan kokeessa menestymisen itselleen erityisen

tärkeänä, ja pyrkii hyvään arvosanaan, sillä asia on hänelle tärkeä. Hyötyarvo kuvaa sitä, miten tärkeänä yksilö pitää tietyn taidon osaamista tai tehtävässä pärjäämistä tulevaisuuden suunnitelmien kannalta, tehtävän tekemiseen siis motivoi jokin ulkoinen palkkio, käsitteen voi rinnastaa jossain määrin myös ulkoisen motivaation käsitteeseen (Ryan & Deci, 2000). Laskutehtävän hyötyarvo voisi olla esimerkiksi tietyn arvosanan tavoittelu jatko-opintopaikan saamiseksi, jolloin tehtävän voi tehdä tästä syystä, vaikka sen tekeminen olisi tylsää tai vastenmielistä. Kustannuksilla tarkoitetaan niitä asioita, joista joudutaan luopumaan tehtävässä onnistumiseksi tai esimerkiksi opiskeluun käytettyä aikaa ja vaivaa (Wigfield & Eccles, 2000).

Sisäistä arvostusta pidetään merkittävänä oppiaineessa menestymisen ennustajana (Lee, 2014), eli kiinnostavaksi koetuissa ja mielekkäissä tehtävissä pärjätään hyvin ja toisaalta tehtävät, joissa menestytään hyvin, koetaan helpommin mielekkäiksi ja kiinnostaviksi. Australialaistutkimuksen mukaan sisäiseen tehtäväkohtaiseen arvostukseen voidaan vaikuttaa vanhempien ja opettajien arvioinneilla (Gniewosz & Watt, 2017). Pitkittäistutkimuksessa 7.–11. vuosiluokilla tarkasteltujen oppilaiden sisäinen tehtäväkohtainen arvostus lisääntyi, mikäli he havaitsivat vanhempien ja opettajien yliarvioivan oppilaiden matemaattisen kyvykkyyden heidän omaan matemaattiseen minäkäsitykseensä verrattuna (mt.)

Matematiikan opiskelun kontekstissa oppilaan menestysodotukset vaikuttaisivat tutkimusten mukaan selittävän enemmän (matematiikan) tehtävissä suoriutumista, kun tehtäväkohtainen arvostus ennustaa matematiikan suhteen tehtäviä valintoja esimerkiksi kurssien tai suuntautumisen suhteen (Wigfield & Cambria, 2010). Englantilaisessa tutkimuksessa perheen sosioekonominen asema ja sitä kautta vanhempien asenne tiettyjä oppiaineita kohtaan ennusti 10–11-vuotiaiden lasten suhtautumista kyseisiin aineisiin (Archer ym., 2012), joka Wigfieldin ja Cambrian (2010) mukaan ennustaa samoissa aineissa suoriutumista ja niihin liittyviä valintoja. Sosioekonomisen aseman lisäksi perheiden ja vanhempien asenteisiin vaikuttavat muut demografiset tekijät, kuten etnisuus, siirtolaisuus ja kulttuuri (Quintana ym., 2006). Vanhempien on esitetty siirtävän matematiikkaan liittyviä asenteitaan ja odotuksiaan lapsilleen (Maloney ym., 2015), toisaalta on todettu, että lapset ja nuoret saattavat tietoisesti toimia vastoin perheessä vallitsevaa ilmapiiriä ja perheen arvostamia valintoja (Reay, Crozier, & Clayton, 2010).

Vanhemmat voivat vaikuttaa jonkin verran asenteiden ja arvostusten siirtymiseen lapsilleen kasvatustyyllillä ja -valinnoilla, sillä lämmin ja välittävä kasvatustyyli lisää mahdollisuutta lasten toimintaan ja valintoihin perheen ja vanhempien arvostusten mukaisesti (Simpkins ym., 2014).

Vanhempien suhtautumista ja odotuksia on tutkittu myös suhteessa lapsen matematiikan taitoihin. Amerikkalaistutkimuksessa on tarkasteltu vanhempien odotuksia lastensa matemaattisista taidoista suhteessa sosioekonomiseen asemaan ja esikoulua aloittavien lasten osaamiseen matematiikassa (DeFlorio & Beliakoff, 2014). Tutkijat totesivat sosioekonomisen taustan suhteen eroja vanhempien odotuksissa ja lasten matematiikan taidoissa, sen sijaan kotona annettu tuki ja vanhempien osallistuminen ei selittänyt osaamista eikä vaihdellut sosioekonomisen aseman mukaan. Korkeamman sosioekonomisen aseman omaavat vanhemmat odottivat lapsiltaan parempia suorituksia ja odotukset vastasivat paremmin todellisuutta, kuin matalammassa sosioekonomisessa asemassa olevat vanhemmat. Aikaisemmassa tutkimuksessa eri etnisen taustan omaavia amerikkalaisperheitä vertailtaessa, on niin ikään havaittu perheen taustasta riippumatta yhteys vanhempien odotusten ja uskomusten sekä oppilaiden matematiikan osaamisen kehityksen välillä (Sy & Schulenberg, 2005).

Oppilaiden kehittyminen matematiikassa ei varmasti riipu ainoastaan vanhempien aktiivisuudesta ja käsityksistä. Oppimiseen vaikuttavat muun muassa monet vertaisiin, kouluun ja opettajaan liittyvät tekijät, mutta edellä mainittujen ja lukuisten muiden tutkimusten perusteella voidaan sanoa, että vanhempien käsityksillä, asenteilla ja odotuksilla on roolinsa lasten matemaattisten taitojen ja motivaation kehittämisessä. Matemaattisten taitojen perusta kehittyy jo varhaislapsuudessa, jolloin vanhempien merkitys korostuu. Kouluikässä perheessä vallitsevat asenteet saattavat joko lisätä vai vähentää oppilaan kiinnostusta ja panostusta matematiikan opiskeluun.

## 6 Tutkimuksen toteutus

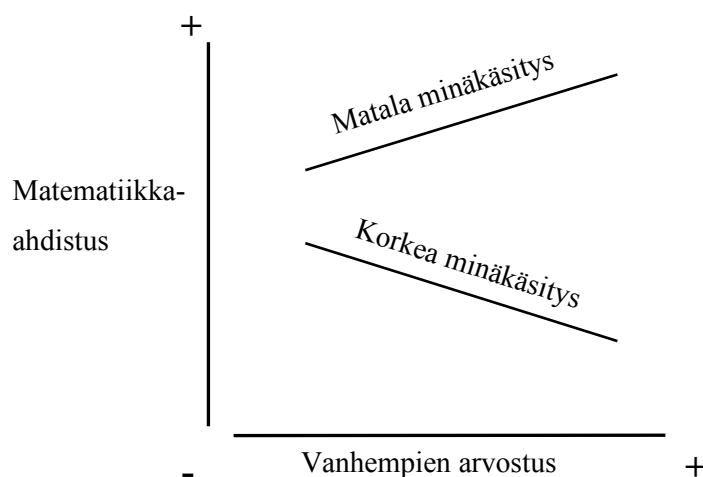
### 6.1 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymys

Matematiikka-ahdistuksen syntyä ei voida yksiselitteisesti todeta, mutta erilaisten tekijöiden on todettu olevan yhteydessä sen kehittymiseen. Matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen välillä on todettu yhteys, samoin heikon matemaattisen suoriutumisen ja matematiikka-ahdistuksen. Matematiikka-ahdistuksen ja matemaattisen minäkäsityksen välillä on todettu vahva negatiivinen korrelaatio (Hembree, 1990), vaikka kielteinen käsitys itsestä matematiikan oppijana onkin voimakkaasti yhteydessä matematiikka-ahdistukseen, niin ne voidaan kuitenkin selkeästi erottaa omiksi ilmiöikseen. Vanhempien arvostuksella on yhteys käyttäytymisintention syntyyn, esimerkiksi matematiikan opiskeluun sitoutumiseen tai tietoiseen ahdistuksen purkamiseen (Ajzen, 1991; Sy & Schulenberg, 2005). Tässä tutkimuksessa tarkastellaan miten vanhempien koettu matematiikan arvostus on yhteydessä matematiikka-ahdistukseen, ja onko tämä yhteys erilainen mikäli oppilaalla on myönteinen tai kielteinen käsitys itsestään matematiikan oppijana. Matematiikan osaamistaso on todettu tärkeäksi matematiikka-ahdistuksen kehittymisen selittäjäksi (Ashcraft ym., 2007; Hembree, 1990), joten sen merkitys on otettava huomioon.

Edellä mainittujen tutkimustulosten valossa voidaan olettaa, että positiivisen minäkäsityksen omaavat oppilaat kokevat vähemmän matematiikka-ahdistusta, ja että vanhempien koettu arvostus lisää omien onnistumisten kautta positiivisia kokemuksia matematiikasta ja näin ollen vähentää koettua matematiikka-ahdistusta. Toisaalta mikäli oppilaalla on negatiivisempi kuva itsestään matematiikan oppijana, niin voidaan olettaa hänen olevan lähtökohtaisesti ahdistuneempi matematiikan tehtäviä kohdatessaan ja mikäli hän vielä kokee matematiikan vanhempiensa arvostamaksi oppiaineeksi, niin tehtävissä epäonnistuminen ja negatiivinen käsitys omista kyvystään saattaa vielä enemmän lisätä matematiikka-ahdistuksen kokemuksia.

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan vanhempien matematiikan arvostusta oppilaan kokemuksen kautta, oppilaan kokemaa matematiikka-ahdistusta, matemaattista minäkäsitystä ja matematiikan osaamista. Interaktiomallin avulla selvitetään näiden

tekijöiden välisiä suhteita tarkastelemalla miten vanhempien suhtautuminen matematiikkaan selittää oppilaan matematiikka-ahdistusta ja miten matemaattinen minäkäsitys selittää tätä yhteyttä, kun matematiikan osaamisen merkitys on kontrolloitu. Tutkimuksen asetelma ja oletukset on kuvattu graafisena kuviossa 3. Tutkimuksessa haetaan vastausta siihen 1) minkälainen yhteys on matemaattisella minäkäsityksellä ja matematiikka-ahdistuksella ja 2) minkälainen yhteys matematiikan tehtävissä suoriutumisen kanssa on matematiikka-ahdistuksen kehittymiseen. Varsinainen tutkimustehtävä on selvittää edellä mainitut tekijät huomioon ottaen 3) miten oppilaan matemaattinen minäkäsitys ja vanhempien suhtautuminen matematiikkaan ennustavat matematiikka-ahdistusta.



Kuvio 3 Tutkimustehtävä kaaviona

## 6.2 Aineiston keruu ja kuvaus

Tässä tutkimuksessa on käytetty OECD:n keräämää PISA 2012 (*Programme for International Student Assessment*) tutkimuksen Suomessa kerättyä aineistoa. PISA on kansainvälinen osaamisen arvioinnin vertailututkimus, jossa tutkitaan 15-vuotiaiden oppilaiden kielellistä, matemaattista ja luonnontieteellistä osaamista 41 maasta eri puolilta maailmaa. Aineisto kerättiin kyselylomakkeilla satunnaisesti valituista kouluista kussakin osallistujamaassa, valinnan suoritti kansainvälinen suunnittelija yhteistyössä kansallisen projektipäällikön kanssa (OECD, 2014a). Suomesta valittiin OECD:n

määrittämien kriteerien mukaan 310 koulua, joista valittiin satunnaisesti *KeyQuest* tietokoneohjelman avulla kansallisesti määritelty määrä 15-vuotiaita oppilaita (noin 30 / koulu). Suomessa mukaan valittiin yhteensä 9789 oppilasta, joista vastasi kyselyyn 90,19 % eli vastaajia oli yhteensä 8829.

Itseä koskevia käsityksiä mitattiin vain noin kahdelta kolmasosalta vastaajista, sillä taustamuuttujia on kaikkiaan PISA tutkimuksessa niin paljon, että osaan niistä käytetään samankaltaista kiertomenettelyä, kuin oppiainesisältöjen testeissä. Taustakysymysten osalta vastaamatta jääneitä osioita ei kuitenkaan täytetä todennäköisin arvoin. Kiertomenettelyssä olevista kysymyksistä muodostuu kolme erilaista kysymyspatteristoa, jotka jaetaan vastaajien kesken. Yhdessä patteristossa on kaksi kolmasosaa kiertomenettelyssä olevista kysymyksistä, eli kysymysosiot jaetaan kolmeen nippuun. Näistä sisältönipuista muodostetaan patteristot yhdistämällä 1 & 3, 1 & 2 ja 2 & 3. Näin ollen itseä koskeviin käsityksiin ja subjektiivisia normeja mittaaviin kysymyksiin vastaajamäärä ( $N = 5729$ ) on pienempi kuin kokonaiskyselyn vastaajamäärä. Matematiikan osaamisen osalta vastaajia saatiin 8829, sillä nämä tehtävät olivat yhteisiä kaikille PISA tutkimukseen vastanneille oppilaille.

### 6.3 Käytetyt mittarit

Tässä tutkimuksessa käytetään OECD:n PISA 2012 aineistoa, joten kaikki mittarit on valittu OECD:n asiantuntijoiden toimesta ja todettu valideiksi testitutkimuksiin, aiemmissa muissa tutkimuksissa tai aiemmissa PISA tutkimuksissa.

**Matematiikan osaaminen** Tutkimuksessa matematiikan osaamista tarkastellaan laskutaidon tai kouluarvosanan sijaan PISA tutkimuksessa mitattavan matemaattisen osaamisen (engl. *mathematics literacy*) kautta. Tässä lähestymistavassa korostetaan matematiikan merkityksen ymmärtämistä maailmassa ja taitojen soveltamista käytäntöön, tehtävät ovat arjessa tai työelämässä esiintyviä tilanteita, joihin oppilaiden pitää tunnistaa ja soveltaa oikeita laskumenetelmiä (OECD, 2004). PISA aineistossa matematiikan osaamista jäsentävät matemaattiset sisällöt, tehtävänratkaisussa käytetyt prosessit ja tehtävän konteksti (Törnroos, 2005). Kysymyslomakkeella mitattavat matemaattiset sisältökategoriat olivat tila ja muoto, todennäköisyys ja tilastot, lukumäärät sekä muutos ja suhteellisuus. Nämä kategoriat sisältävät lukuisan määrän tarkempia



matemaattisia sisältöjä, kuten esimerkiksi yhtälöt, geometrinen objektien suhteet, mittaaminen, algebra, laskuperiaatteet, aritmeettiset operaatiot, todennäköisyys ja sattumanvaraisuus, arviointi, numerot ja yksiköt. Tehtävänratkaisuun käytettävistä prosesseista mitattiin matemaattisten tehtävien *muotoilua*, matemaattisten menetelmien, tietojen, periaatteiden ja ajattelun *käyttämistä* sekä matemaattisten tulosten *tulkittamista*.

Lomakkeelle tehtävät valittiin matematiikan asiantuntijoiden toimesta, niitä testattiin ensin testitutkimuksessa, jonka jälkeen valikoitui 110 matematiikan tehtävää, nämä jaettiin seitsemään matematiikan tehtävänippuun, joihin vastaaminen kestää arviolta noin 30 minuuttia. Tehtävänipuista muodostettiin yhdessä lukemisen ja tieteellisten aineiden tehtävien kanssa 13 erilaista kyselylehtistä, joihin kuhunkin otettiin niin kutsutun kiertomenettelyn mukaisesti neljä tehtävänippua. Kukin osallistuja vastasi yhteen kyselylehtiseen, jossa oli vain osa matematiikan, lukemisen, tieteen ja taloustieteen kysymyksistä. Vastausten perusteella ennustettiin oppilaan suoriutuminen myös niissä tehtävissä, jotka eivät sisällyneet kyselylehtiseen, näin laskettiin jokaiselle oppilaalle viisi todennäköistä arvoa (engl. *plausible value*), jotka kuvaavat matemaattista osaamista. Oppilaan matemaattista osaamista kuvaava arvo ei siis ole tehtävistä kerätyt pisteet, vaan suhteutettu ja skaalattu tilastollisesti laskettu todennäköinen arvo. Analyysit on tehty yhdellä sattumanvaraisesti valitulla matemaattisen osaamisen todennäköisellä arvolla. Luotettavuuden varmistamiseksi analyysit kuitenkin ajettiin läpi muillakin todennäköisillä arvoilla, joilla saatiin samanlaiset tulokset, joten tuloksia voidaan pitää tähän työhön riittävän luotettavina tälläkin menettelytavalla analysoituna.

**Matematiikka-ahdistus** Matematiikka-ahdistuksen mittari pohjautui PISA 2003 tutkimuksessa käytettyihin väittämiin, mutta niitä muutettiin PISA 2012 tutkimukseen hieman monikulttuurisen luotettavuuden ja selitysvoinman parantamiseksi (Lee, 2009; OECD, 2005). Matematiikka-ahdistuksen lopullisessa mittarissa oli mukana huolestuneisuutta (kognitiivinen komponentti) ja emotionaalisia reaktioita (behavioraalinen komponentti), kuten pelkoa, jännitystä ja hermostuneisuutta kuvaavia väittämiä. Viisi mukaan valikoitunutta väittämää olivat 1) ”Olen usein huolissani, että minulle tulee vaikeuksia matematiikassa”, 2) ”Jännitän, kun minun pitää tehdä matematiikan kotitehtävät”, 3) ”Hermostun kovasti tehdessäni matematiikan tehtäviä”, 4) ”Tunnen itseni avuttomaksi ratkaistessani matematiikan tehtäviä” ja 5) ”Pelkään, että

saan huonoja arvosanoja matematiikassa”. Väittämiin vastattiin neliportaisella Likert-tyyppisellä asteikolla jolla 1 = täysin samaa mieltä, 2 = samaa mieltä, 3 = erimieltä ja 4 = täysin erimieltä. Muuttujat muutettiin käänteisiksi varten tulosten tulkitsemisen selkeyttämiseksi, jotta tuloksissa suurempi arvo ahdistuneisuudessa kuvaisi enemmän koettua ahdistuneisuutta.

**Matemaattinen minäkäsitys** Matemaattisen minäkäsityksen mittarina käytettiin OECD:n PISA 2003 tutkimuksessa validoituja muuttujia (OECD, 2005). Matemaattisen minäkäsityksen osalta testattiin kansainvälisessä pilottitutkimuksessa kahdeksaa väittämää, joista viisi otettiin käyttöön varsinaiseen tutkimukseen. Yksi väittämistä oli käänteisesti muotoiltu 1) ”En yksinkertaisesti ole hyvä matematiikassa”, ja loput neljä samansuuntaisesti muotoiltuna 2) ”Saan hyviä arvosanoja matematiikassa”, 3) ”Opin matematiikkaa nopeasti”, 4) ”Olen aina uskonut, että matematiikka on yksi parhaita aineitani” sekä 5) ”Matematiikan tunneilla ymmärrän vaikeimmatkin asiat”. Väittämät oli lomakkeella sijoitettu matematiikka-ahdistusta mittaavien väittämien kanssa sekaisin. Minäkäsitystä mittaaviin väittämiin vastattiin neliportaisella Likert-tyyppisellä asteikolla, jossa 1 = täysin samaa mieltä, 2 = samaa mieltä, 3 = erimieltä ja 4 = täysin erimieltä. Näistä muuttujista käännettiin neljä viimeistä ennen analyysyä, joten tuloksissa suurempi arvo kuvaa positiivisempaa minäkäsitystä ja kaikki väittämät ovat samansuuntaisia.

**Vanhempien matematiikan arvostus** Vanhempien matematiikan arvostusta lähestyttiin subjektiivisten normien käsitteen kautta. Sitä kysyttiin oppilailta kolmella subjektiivisellä normella mittaavalla väittämällä Ajzenin suunnitellun käyttäytymisen teorian mukaisesti (Ajzen, 2013). Kaksi väittämää kohdistui injuktiivisiin normeihin, eli mitä odotuksia vanhemmilla koetaan olevan: 1) ”Vanhempieni mielestä on tärkeää, että opiskelen matematiikkaa.” ja 2) ”Vanhempieni mielestä matematiikka on tulevan urani kannalta tärkeää.” Kolmas väittämä mittasi deskriptiivisiä normeja, eli kokemusta vanhempien omasta suhtautumisesta matematiikkaan 3) ”Vanhempani pitävät matematiikasta.” Väittämiin vastattiin neliportaisella Likert-tyyppisellä asteikolla vastausvaihtoehdoin 1 = täysin samaa mieltä, 2 = samaa mieltä, 3 = eri mieltä ja 4 = täysin erimieltä. Nämäkin väittämät käännettiin ennen analyysyä, jotta suurempi arvo kuvaisi tuloksissa vanhempien positiivisempaa suhtautumista matematiikkaa kohtaan.

## 6.4 Analyysimenetelmät ja alustavat analyysit

Matematiikka-ahdistuksen, matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien suhtautumisen väittämöosioista muodostettiin summamuuttujat, joiden avulla saatiin luotettavammin havainnoitua ja mitattua kyseisiä ilmiöitä (Nummenmaa, 2011). Matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikka-ahdistuksen välistä yhteyttä tarkasteltiin näiden summamuuttujien välisen korrelaation avulla. Matemaattisen osaamisen yhteyttä matematiikka-ahdistukseen tarkasteltiin hierarkkisella regressioanalyysillä, samalla analyysillä saatiin myös interaktiokuvaajan avulla tarkasteltua matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien odotusten yhteisvaihtelua matematiikka-ahdistuksen kanssa, kun matemaattisen osaamisen vaikutus oli otettu huomioon.

***Summamuuttujien muodostus ja faktorointi*** Ennen summamuuttujien muodostusta tarkasteltiin muuttujien jakaumien normaaliutta, sillä summamuuttujien muodostamista varten siihen käytettävien osioiden tulisi olla normaaleja. Keskeisen raja-arvolauseen mukaan yli 5000 havainnon aineistossa otoskeskiarvot noudattavat normaalijakaumaa aina, joten muuttujia voidaan tämän perusteella käyttää normaalisti jakautuneina (Nummenmaa, 2011). Lisäksi kuitenkin tarkasteltiin jakaumien vinous- ja huipukkuuslukuja normaaliuden toteamiseksi. Kaikkien jakaumien vinous- ja huipukkuusluvut jäivät raja-arvolauseen olettamuksen mukaisesti  $-.894$  ja  $.930$  välille, kun jakaumaa voidaan pitää riittävän normaalina kyseessä olevien lukujen sijoituessa välille  $-1.96$ – $1.96$  (Hair, Black, Babin, & Anderson, 2010). Summamuuttujien osioiden jakaumat on esitetty kaaviona liitteessä 1.

Tilastollisesti perustellun rakenteen vahvistamiseksi matemaattisen minäkäsityksen, matematiikka-ahdistuksen ja havaitun vanhempien suhtautumisen muuttujille suoritettiin eksploratiivinen faktorianalyysi käyttäen suurimman uskottavuuden ekstraktointimenetelmää (*maximum likelihood*) ja vinorotaatiota (*promax*). Kyseistä ekstraktointimenetelmää voidaan käyttää, kun aineisto on suuri ja kaikki muuttujat riittävän normaalisti jakautuneita ja vinorotaatio on syytä valita kun muuttujien voidaan olettaa korreloivan keskenään (Metsämuuronen, 2011; Nummenmaa, 2011), kuten tässä aineistossa itseä koskevien käsitysten voidaan aiemman tutkimuksen perusteella olettaa olevan yhteydessä toisiinsa ja jossain määrin myös vanhempien koettuihin asenteisiin.

Korrelaatiomatriisi todettiin faktorianalyysiin soveltuvaksi Kaiserin testillä (K-M-O = .908), jonka arvon tulisi olla yli .6 ja Bartlettin sväärisyystestillä ( $p < .001$ ), jossa soveltuvana voidaan pitää arvoa  $p < .05$  (Metsämuuronen, 2011).

Oletuksen mukaan saatiin ekstraktoitua kolme faktoria, joiden ominaisarvot olivat 5.73 (faktori 1), 2.10 (faktori 2) ja 1.09 (faktori 3). Malli ei Goodness-of-fit -testin mukaan sopinut aineistoon hyvin ( $\chi^2(42) = 531.51, p < .001$ ), eli kolmen faktorin malli ei olisi sen mukaan riittävä selittämään muuttujissa tapahtuvaa vaihtelua. Tämän Khiin neliöön perustuvan testin on kuitenkin todettu hylkäävän nollahypoteesin turhan herkästi yli 500 havainnon aineistoissa, jolloin kyseessä voi olla otoskoosta johtuva virhe (Metsämuuronen, 2011). Tässä aineistossa muut havainnot kuitenkin tukevat kolmen faktorin ratkaisua, kuten Cattellin Scree-testi, jonka mukaan kolmannen faktorin jälkeen uudet faktorit eivät lisää mallin selitysosuutta merkittävästi ja faktorien ominaisarvot, jotka putoavat neljännen faktorin kohdalla jo .70:een. Lisäksi muuttujien sisällöllinen tarkastelu osoittaa niiden koostuvan kolmesta eri teemaisesta sisällöstä, eri sisällöt latautuivat saadussa kolmen faktorin ratkaisussa omille faktoreilleen, mikä osaltaan tukee kyseistä ratkaisua.

Näiden perusteluiden pohjalta päädyttiin kolmen faktorin ratkaisuun. Ensimmäinen faktori koostui matemaattista minäkäsitystä, toinen matematiikka-ahdistusta ja kolmas vanhempien koettua matematiikan arvostusta mittaavista väittämistä. Faktorit nimettiin tutkittavia ilmiöitä kuvaavasti matematiikka-ahdistukseksi, matemaattiseksi minäkäsitykseksi ja vanhempien suhtautumiseksi. Taulukossa 1 on esitetty kaikkien muuttujien kommunaliteetit ja faktorilataukset.

Matematiikka-ahdistuksen muuttujista kaksi matematiikka-ahdistuksen huolestuneisuus-komponenttia mittaavaa väittämää latautui negatiivisesti ristiin minäkäsitysfaktorille. Ristiinlatauksessa näkyi aiemmassa tutkimuksessa todettu matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikka-ahdistuksen välinen vahva korrelaatio, ilmiöt ovat siis selkeästi tietyiltä osin päällekkäiset. Huolestuneisuus-muuttujien lataus ahdistusfaktorille oli kuitenkin vahvempi, joten oli perusteltua pitää ne sisällön mukaisesti ahdistusta kuvaavalla faktorilla. Yksi käänteinen väittämä, ”en yksinkertaisesti ole hyvä matematiikassa” on tässä vaiheessa käännetty saman suuntaiseksi muiden väittämien

kanssa, joten se näyttäytyy latauksissa samansuuntaisena muiden kanssa, eikä sitä tarvitse enää kääntää muodostettaessa summamuuttujia.

Taulukko 1 Faktorilataukset ja kommunaliteetit

Väittämä	Kommunalit.	Faktori		
		Minäkäs	Mat-ahd.	Vanh. suht.
Olen aina uskonut, että matematiikka on yksi parhaita aineitani.	.687	.907		
Opin matematiikkaa nopeasti.	.736	.863		
Matematiikan tunneilla ymmärrän vaikeimmatkin asiat.	.680	.859		
Saan hyviä arvosanoja matematiikassa.	.656	.769		
En yksinkertaisesti ole hyvä matematiikassa. - käännetty	.738	.670		
Jännitän, kun minun pitää tehdä matematiikan kotitehtävät.	.503		.792	
Hermostun kovasti tehdessäni matematiikan tehtäviä.	.538		.788	
Tunnen itseni avuttomaksi ratkaistessani matematiikan tehtäviä.	.578	-.366	.467	
Olen usein huolissani siitä, että minulle tulee vaikeuksia matematiikassa.	.561	-.394	.436	
Pelkään, että saan huonoja arvosanoja matematiikassa.	.399		.424	
Vanhempieni mielestä on tärkeää, että opiskelen matematiikkaa.	.682			.851
Vanhempieni mielestä matematiikka on tulevan urani kannalta tärkeää.	.560			.731
Vanhempani pitävät matematiikasta.	.365			.518

Eksploraatiivisen faktorianalyysin perusteella muodostettujen summamuuttujien reliabiliteettia tarkasteltiin sisäisen konsistenssin estimaatin avulla. Yleisesti muuttujien yhtenäisyyttä pidetään hyvänä, mikäli Cronbachin  $\alpha$ :n arvo ylittää .60 (Metsämuuronen, 2010). Vanhempien suhtautumisen osalta  $\alpha$ :n arvoksi saatiin .75 kun kaikki kolme muuttujaa sisällytettiin summamuuttujaan, mikäli osioista olisi poistettu väittämä ”vanhempani pitävät matematiikasta” sen arvo olisi noussut yhdellä sadasosalla (.76). Pienen osiomäärän (3) ja yhden väittämän poistamisen merkityksen vähäisyyden vuoksi summamuuttujassa oli perusteltua pitää mukana kaikki kolme väittämää. Muiden muuttujien  $\alpha$ :n arvot olivat niin ikään hyvällä tasolla, eikä minkään muuttujan poistaminen olisi nostanut sisäistä konsistenssia. Kaikkien summamuuttujien saamat arvot on esitetty taulukossa 2.

***Hierarkkinen lineaarinen regressioanalyysi*** Vanhempien suhtautumista ja matemaattista minäkäsitystä matematiikka-ahdistuksen ennustajana tarkasteltiin hierarkkisen lineaarisen regressioanalyysin avulla. Lineaarisen regressioanalyysin avulla voidaan tarkastella riippuvan muuttujan vaihtelua yhden tai useamman riippumattoman muuttujan ennustamana (Nummenmaa, 2011), eli matemaattista minäkäsitystä ja havaittua vanhempien matematiikan arvostusta matematiikka-ahdistuksen ennustajana. Analyysi mahdollistaa myös riippumattomien muuttujien interaktion tarkastelun niin kutsutun interaktiomuuttujan avulla, jolla saadaan selvitettyä, minkälainen on näiden muuttujien yhteisvaikutus matematiikka-ahdistuksen vaihtelulle. Matemaattisen osaamisen selitysosuus haluttiin ottaa huomioon, joten analyysimenetelmäksi valikoitui hierarkkinen lineaarinen regressioanalyysi, jolloin pystytään tarkastelemaan ensin matemaattisen osaamisen selitysosuutta, ja sen jälkeen muiden muuttujien selitysosuutta, kun matemaattinen osaaminen on otettu huomioon.

Matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien suhtautumisen interaktion selvittämiseksi regressioanalyysiin luotiin keskitettyjen muuttujien tulosta muodostuva interaktiomuuttuja. Sen muodostamiseksi matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien arvostuksen summamuuttujat keskitettiin siten, että niille saatiin yhteinen nollapiste ja samalla vertaileminen saatiin mielekkäämmäksi (Enders & Tofghi, 2007), regressioanalyysissä muuttujien keskittämisellä saadaan myös vähennettyä multikollineaarisuutta erityisesti interaktiotermejä käytettäessä. Keskittämisen jälkeen

keskitetty summamuuttujat kerrottiin keskenään (matemaattinen minäkäsitys x vanhempien matematiikan arvostus), josta muodostui keskitetty interaktiomuuttuja. Näin saatiin tarkasteltua sitä, onko matemaattisen minäkäsityksen ennustavuus matematiikka-ahdistukselle erilainen subjektiivisten normien eri luokissa, joita muodostuu kummallekin muuttujalle kaksi. Toisin sanoen eroaako matematiikka-ahdistuksen kokeminen positiivisen tai negatiivisen matemaattisen minäkäsityksen omaavilla nuorilla jos vanhempien koetaan arvostavan vähän tai paljon matematiikkaa.

Regressioanalyysissä muuttujien oletetaan olevan normaalisti jakautuneita. Keskeisen raja-arvolauseen mukaisesti aineistossa on riittävän suuri määrä havaintoja ( $N = 2812$ ), joten normaalioletus täyttyy jo sen perusteella (Metsämuuronen, 2011). Lisäksi havaintojen määrän noustessa riittävän korkeaksi ( $N > 200$ ), normaalijakaumaoletuksen täyttymistä ei pidetä välttämättömänä luotettavan tuloksen saamiseksi (Gravetter & Wallnau, 2015). Tämän lisäksi kaikkien muuttujien vinous- ja huipukkuusarvot jäivät välille  $-.721$ – $.209$ . Havaintojen voidaan yleensä katsoa olevan riittävän normaalisti jakautuneita vinous- ja huipukkuuslukujen sijoituessa  $-1.96$  ja  $1.96$  välille (Hair ym., 2010). Näin ollen voidaan käyttää parametrisiä testejä, sillä muuttujat ovat näiden tarkasteluiden perusteella normaalisti jakautuneita.

## 7 Tutkimustulokset ja niiden tulkinta

***Matemaattinen minäkäsitys ja matematiikka-ahdistus*** Matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikka-ahdistuksen välinen voimakas negatiivinen korrelaatio ( $r = -.66$ ,  $p < .01$ ) oli aikaisempia tutkimuksia (Hembree, 1990) mukaillen havaittavissa tässäkin aineistossa. Tuloksen perusteella voidaan nähdä voimakkaampaa matematiikka-ahdistusta mitä negatiivisempi matemaattinen minäkuva oppilaalla on tai toisin sanottuna voimakkaammasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivät näkevät itsensä negatiivisemmassa valossa matematiikan oppijoina. Korrelaatiota tarkastelemalla ei voida vetää kausaalisia johtopäätöksiä, eli ei voida sanoa aiheuttaako jommankumman muuttujan muutos jotain vaihtelua toisessa muuttujassa, mutta niiden välillä voidaan todeta selkeästi yhteisvaihtelua. Kaikkien muuttujien väliset korrelaatiot on esitetty taulukossa 2.

Matemaattinen minäkäsitys ja matematiikka-ahdistus limittyvät ilmiöinä toisiinsa

tietyiltä osin, sillä molemmat ovat yksilön käsityksiä itsestä. Matematiikka-ahdistuksessa erityisesti huolestuneisuus matemaattisia tehtäviä kohdattaessa on hyvin lähellä minäkäsitykseen liittyviä kognitiivisia osatekijöitä, kuten käsitys itsestä nopeana oppijana tai omista kyvyistä ymmärtää matemaattisia tehtäviä.

	Vanh.arvost.	Minäkäsitys	Ahdistus	PV matem.	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>sd</i>	skew	kurt	$\alpha$
Vanh.arvost.	1				5748	2.94	.58	-.18	.11	.75
Minäkäsitys	.31**	1			5689	2.48	.79	.03	-.72	.92
Ahdistus	-.06**	-.66**	1		5688	2.18	.64	.21	-.14	.82
PV matem.	.10**	.52**	-.44**	1	8829	508.53	89.86	-.16	-.13	

\*\* $.p < .01$

Taulukko 2 Muuttujien väliset korrelaatiot, summamuuttujien kuvaavat tiedot

**Matematiikan osaaminen ja matematiikka-ahdistus** Matematiikka-ahdistuksen ja matemaattisen osaamisen välistä yhteyttä kuvaava negatiivinen korrelaatio oli suhteellisen voimakas ( $r = -.44, p < .01$ ). Tuloksen mukaan heikommin pärjäävät oppilaat olivat ahdistuneempia matemaattisten tehtävien parissa, kuin matematiikassa paremmin menestyvät oppilaat. Tulos oli aikaisempien tutkimusten mukainen, sillä matematiikka-ahdistuksen merkittävänä ennustajana ja toisaalta myös seurauksena on pidetty matemaattista osaamista (Ashcraft, 2002; Ashcraft & Kirk, 2001; Hembree, 1990).



***Vanhempien arvostus ja matemaattinen minäkäsitys matematiikka-ahdistuksen ennustajina*** Riippumattomien muuttujien (matemaattinen osaaminen, matemaattinen minäkäsitys ja vanhempien matematiikan arvostus) väliset korrelaatiot olivat kohtuullisella tasolla, joten multikollineaarisuus ei ollut esteenä regressioanalyysin suorittamiselle (Holopainen & Pulkkinen, 2012). Multikollineaarisuutta tarkasteltiin myös tilasto-ohjelman multikollineaarisuusdiagnoosin avulla, joka ei niin ikään antanut viitteitä liian vahvoista korrelaatioista ( $VIF < 2$ , Condition index  $< 1.96$ ). Jäännöstermit olivat hajontapisteiden jakauman visuaalisen tarkastelun perusteella normaalisti jakautuneita ja homoskedastisia, joten malli kuvaa havaintoaineistoa hyvin (Nummenmaa, 2011). Muuttujien väliset yhteydet olivat saman hajontakuvion tarkastelun mukaan lineaarisia, joten regressioanalyysi voitiin suorittaa aineistolle luotettavasti. Jäännöstermien ja ennustepisteiden jakaumaa kuvaavat kaaviot ovat liitteessä 2.

Regressioanalyysi suoritettiin keskitetyillä riippumattomilla muuttujilla, sillä se helpottaa muuttujien vertailua ja on erityisesti suositeltavaa kun analyysiin sisältyy interaktiotermin (Hox, 2002). Ensimmäisessä mallissa tarkasteltiin vain matematiikan tehtävissä suoriutumista (M1) matematiikka-ahdistuksen selittäjänä, toisessa mallissa lisättiin malliin selittäjiksi minäkäsitys sekä koettu vanhempien matematiikan arvostus (M2). Mallit sopivat hyvin aineistoon ( $F_{M1} = 657.29, p < .001, F_{M2} = 632.98, p < .001$ ), ja vaikka pelkkä matematiikan tehtävissä suoriutuminen selitti matematiikka-ahdistuksen vaihtelusta vain 19% ( $R^2 = .19$ ), niin minäkäsityksen, subjektiivisten normien ja interaktiotermin lisääminen malliin lisäsi selityssastetta 28.5% :lla ( $p < .001$ ) jolloin kaikki muuttujat yhdessä selittivät 47.4% matematiikka-ahdistuksen vaihtelusta.

Taulukko 3 Regressioanalyysin tulokset

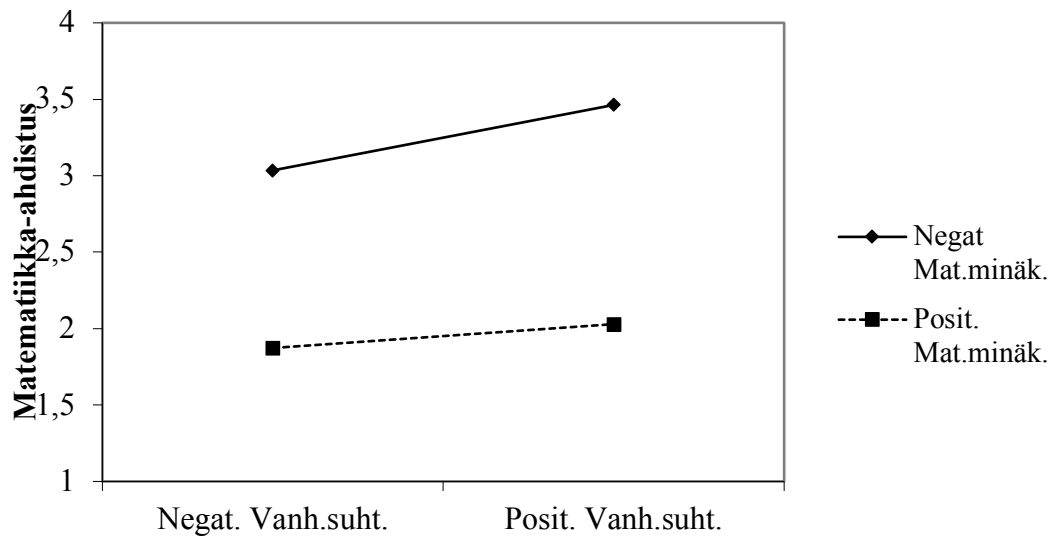
	Malli 1			Malli 2		
	$\beta$	$t$	$p$	$\beta$	$t$	$p$
Matemaattinen osaaminen	.44	25.64	< .001	.11	-6.97	< .001
Matemaattinen minäkäsitys				-.65	-36.56	< .001
Vanhempien arvostus				.15	10.30	< .001
Minäkäsitys * vanh.arvostus				-.07	-4.91	< .001

Matematiikan tehtävissä suoriutumisen ennusti 1. mallissa ainoana riippumattomana muuttujana vahvasti matematiikka-ahdistuksen kokemusta ( $\beta = .44$ ) siten, että heikommin menestyneet oppilaat olivat ahdistuneempia matemaattisia tehtäviä kohdatessaan, tulos oli tilastollisesti merkitsevä. Matematiikka-ahdistuksen ja matemaattisen osaamisen välillä oli siis havaittavissa vahva yhteys tässäkin analyysissä. Kuitenkin muiden muuttujien, eli matemaattisen minäkäsityksen, vanhempien arvostuksen sekä näistä muuttujista muodostetun interaktiotermin lisääminen malliin heikensi matematiikan tehtävissä suoriutumisen selitysosuutta huomattavasti ( $\beta = .11$ ). Matematiikka-ahdistusta selitti 2. mallissa selkeästi voimakkaimmin matemaattinen minäkäsitys, joka vähensi matemaattisen osaamisen selitysvoimaa. Positiivisemmän matemaattisen minäkäsityksen omaavat oppilaat kokivat vähemmän ahdistuneisuutta. Vanhempien matematiikan arvostus selitti matematiikka-ahdistuksen vaihtelusta jonkin verran siten, että matematiikkaa enemmän arvostavien vanhempien lapset kokivat enemmän matematiikka-ahdistusta. Tulos ei vastaa korrelaatiomatriisissa havaittua muuttujien välisen pienen yhteyden suuntaa, joka oli päinvastainen ( $r = -.06$ ,  $p < .01$ ), mutta toisaalta korrelaatio on niin heikko, että siitä ei voida tehdä luotettavaa tulkintaa suuntaan tai toiseen. Interaktiotermin selitysosuus jäi kaikkein heikoimmaksi, joskin tämä pienikin yhteys oli tilastollisesti merkitsevä.

Tuloksista voidaan todeta, että vaikka matematiikan tehtävissä suoriutuminen selittää

itsessään matematiikka-ahdistuksen vaihtelua, niin matemaattisella minäkäsityksellä ja vanhempien suhtautumisella on matemaattisesta osaamisesta riippumatonta selitysvoimaa. Matematiikka-ahdistusta ennustaa siis tämän tuloksen mukaan voimakkaimmin matemaattinen minäkäsitys, reilusti pienemmällä osuudella vanhempien suhtautuminen matematiikkaan ja vielä pienemmällä selitysoosuudella matemaattinen osaaminen. Interaktiotermin vaatimaton, joskin tilastollisesti merkitsevä selitysoosuus kuvaa sitä, miten vanhempien suhtautuminen selittää vaihtelua positiivisen ja negatiivisen matemaattisen minäkäsityksen regressiokertoimissa matematiikka-ahdistuksen suhteen. Toisin sanoen koettu vanhempien matematiikan arvostus ennustaa eroja siinä, miten positiivinen ja negatiivinen matemaattinen minäkäsitys selittävät matematiikka-ahdistusta.

Matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien arvostuksen interaktion efektiä pystytään tarkastelemaan interaktiotermin graafisen kuvaajan avulla (Ajken & West, 1991) kuvassa 4, josta nähdään myös interaktion suunta. Sekä positiivisemmän, että negatiivisemmän minäkäsityksen omaavilla oppilailta vanhempien voimakkaampi matematiikan arvostus oli yhteydessä voimakkaampiin matematiikka-ahdistuksen kokemuksiin. Tämä ilmiö voisi selittyä sillä, että mikäli oppilaat kokevat vanhempien arvostavan matematiikkaa paljon, niin he saattavat kokea enemmän paineita matematiikassa onnistumiseen, mikä saattaa lisätä ahdistuneisuuden kokemuksia. Negatiivisemmän matemaattisen minäkäsityksen omaavien oppilaiden osalta regressiokäyrä oli kuitenkin jyrkempi, kuin positiivisemmän minäkäsityksen omaavilla oppilailta, eli negatiivisemmän matemaattisen minäkäsityksen omaavilla oppilailta vanhempien koettu matematiikan arvostus lisäsi enemmän matematiikka-ahdistusta, kuin positiivisemmän minäkäsityksen omaavilla oppilailta, joilla ero matematiikka-ahdistuksessa ei ollut yhtä merkittävä vanhempien positiivisemmän tai negatiivisemmän suhtautumisen suhteen.



Kuvio 4 Matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien suhtautumisen interaktiokuvaaja

## 8 Tutkimuksen luotettavuuden tarkastelu

Tutkimuksen luotettavuutta tarkastellaan tässä luvussa varmistamalla käytettyjen analyysimenetelmien luotettavuutta kirjallisuudessa määritellyin kriteerein. Lisäksi pohditaan valitun mallin soveltuvuutta ja mittauksen luotettavuutta. Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin matematiikka-ahdistuksen suhdetta vanhempien matematiikan arvostukseen, oppilaan matemaattiseen minäkäsitykseen sekä matemaattiseen osaamiseen. Aineistona käytettiin PISA-tutkimukseen Suomessa kerättyä aineistoa, joka käsittää kattavan otoksen suomalaisista 15-vuotiaista peruskoululaisista eri puolilta maata. Näin ollen osa tutkimuksen luotettavuuteen vaikuttavista tekijöistä on aineiston keränneen OECD:n toiminnan seurausta, erityisesti siis mittarien muodostuksen ja aineistonkeruun osalta.

PISA-aineistosta suljetaan pois oppilaat, joilla on puutteellinen kielitaito, vakavia oppimisvaikeuksia tai vakava fyysinen vamma, samoin tällaisia oppilaita sisältävät koulut jätetään valintojen ulkopuolelle aineistonkeruuvaiheessa. Aineistoa voidaan pitää vielä kattavana, mikäli poissuljettujen koulujen määrä on alle 5% (Rutkowski & Rutkowski, 2016). Tässä tutkimuksessa käytetyssä suomalaisessa aineistossa poissulkujen määrä oli 1,91% (OECD, 2014b), joten näytettä voidaan sen perusteella

pitää hyväksyttävän kattavana. PISA-tutkimusta on myös arvosteltu siitä, että se kattaa vain koulua käyvät 15-vuotiaat, joten sen tuloksia ei voida yleistää kaikkiin 15-vuotiaisiin (Rutkowski & Rutkowski, 2016). Suomessa on kuitenkin yleinen oppivelvollisuus, joten peruskoulua käy käytännössä koko ikäluokka (Opetushallitus, 2014), joten tulokset voidaan yleistää suhteellisen luotettavasti kaikkiin suomalaisiin 15-vuotiaisiin.

PISA-aineistossa matematiikan osaamista mitataan niin kutsutun matemaattisen lukutaidon muodossa, eli tehtävissä painottuu ongelmanratkaisu ja matematiikan taitojen soveltaminen. Useissa aikaisemmissa tutkimuksissa matematiikan osaamisen indikaattorina on käytetty matematiikan kouluarvosanaa, joka muodostuu yleensä oppilaan laskutaidon ja tuntiaktiivisuuden mukaan, tai matemaattisten laskutehtävien ratkaisutaitoa aineiston keruutilanteessa. Matemaattinen osaaminen (”lukutaito”) ei välttämättä ole suoraan rinnastettavissa laskutaitoon, joten tämä seikka on syytä huomioida tuloksia tulkittaessa tai käytettäessä. Siitä huolimatta tässä tutkimuksessa matemaattiseen osaamiseen liittyvät tulokset kuitenkin vaikuttivat saman suuntaisilta kuin aikaisemmissa tutkimuksissa (Ashcraft, 2002; Hembree, 1990; Ramirez ym., 2013).

Matemaattista osaamista kuvattiin aineistossa estimoidulla todennäköisellä arvolla (*plausible value, PV*), joita laskettiin jokaiselle vastaajalle viisi. Analyysijä ei suositella tehtäväksi vain yhdellä PV arvolla, sillä se ei kuvaa oppilaan saamaa todellista pistemäärää, vaan hänen antamisensa vastausten perusteella laskettua tilastollisesti todennäköistä pistemäärää (Mislevy, 1991). Tällä tavoin laskettu arvo on vielä skaalattu vertailukelpoiseksi muiden aikaisempien PISA tutkimusten kanssa (OECD, 2014a). Tässä tutkimuksessa käytettiin analyysissä vain yhtä PV arvoa, sillä kyseessä on opinnäytetyö, jota varten viiden erillisen analyysin suorittaminen ja niiden tulosten pohjalta keskiarvojen laskeminen olisi ollut työn laajuuteen nähden liian vaativa ja laaja suoritus. Analyysit kuitenkin ajettiin tilasto-ohjelmassa varmuuden vuoksi useammalla PV arvolla ja niiden antamat tulokset olivat yhteneväisiä, joten valittua menettelytapaa voitiin pitää riittävän luotettavana tämän laatuiseen työhön.

Matematiikka-ahdistus ei ole ainoa suoriutumistasoon vaikuttava tekijä, vaan siihen vaikuttavat varmasti myös monet muut kouluun, opetukseen ja oppilaaseen liittyvät tekijät. Yksi tähän tutkimukseen liittyvä tekijä on tehtävien merkityksellisyys tai tärkeys.

Pisa tutkimukseen osallistuminen on oppilaille nk. low-stakes tehtävä, josta ei seuraa heille sanktiota epäonnistuessaan. Minäkäsitys ja ahdistuneisuus saattavat näyttäytyä erilaisena (Putwain & Symes, 2014), mikäli tehtävää ei koeta itselle tärkeäksi tulevaisuuden kannalta. Samoin tehtävien tekemiseen saatetaan panostaa vähemmän, sillä opiskeluun käytettävä energia suunnataan ”tärkeämpiin” tehtäviin (Winters, Trivitt, & Greene, 2010), joissa onnistuminen on tärkeää esimerkiksi tulevaisuuden koulutusvalintojen kannalta ja joista saa ”palkkion”, kuten hyvän arvosanan tai muuta menestystä. Toisaalta tutkijat ovat havainneet, että panostus matematiikan ja lukemisen standardoituihin nk. high-stakes testeihin on parantanut suoriutumista myös luonnontieteen low-stakes kokeessa (Winters ym., 2010), josta ei seuraa koululle tai oppilaille palkkioita tai sanktioita menestymisen mukaan. Mainitut tulokset eivät silti poissulje sitä mahdollisuutta, että menestyminen luonnontieteen testeissä saatetaan saavuttaa jonkin muun oppiaineen tai kokeiden kustannuksella.

Matemaattisen minäkäsityksen, vanhempien matematiikan arvostuksen ja matematiikka-ahdistuksen mittareina käytettiin asiantuntijaryhmän valikoimia kansainvälisessä aiemmassa PISA tutkimuksessa ja validoituja mittareita. Niitä testattiin ensin testitutkimuksessa, johon kerättiin jokaisesta osallistujamaasta noin 200 oppilaan vastaukset kustakin, testivastausten perusteella valikoitiin lopulliseen kyselyyn soveltuvimmat osiot. Vanhempien matematiikan arvostusta tarkasteltiin tässä tutkimuksessa niin kutsuttujen subjektiivisten normien kysymyksistä muodostetun summamuuttujan avulla, joiden nähdään suunnitellun toiminnan teoriassa (Ajzen, 1991) vaikuttavan käyttäytymisintentioiden syntymiseen. Tässä tutkimuksessa käytetyssä odotusarvoteorian viitekehyksessä vanhempien asenteiden ja suhtautumisen nähdään vaikuttavan lapsen asettamiin tavoitteisiin ja itseen liittyviin käsityksiin, kuten minäkuvaan (Jacquelyne Eccles, 1983; Wigfield & Eccles, 2000). PISA tutkimuksen kyselylomaketta ei ole suunniteltu juuri tämän tutkimuksen tutkimuskysymyksiä varten, joten esimerkiksi vanhempien asenteita ja suhtautumista matematiikkaan voitaisiin mitata laajemmin tai monipuolisemminkin, tässä tutkimuksessa käytetyt kolme osiota mittasivat lähinnä oppilaan havaintoa vanhempien matematiikan arvostuksesta ja heidän käsitystä sen tärkeydestä.

Tutkimuksessa käytettyjen analyysimenetelmien osalta luotettavuus pyrittiin

varmistamaan jokaisessa vaiheessa yleisen hyvän tieteellisen tavan mukaisesti. Matematiikka-ahdistuksen, matemaattisen minäkäsityksen ja vanhempien matematiikan arvostuksen summamuuttujien sisäinen konsistenssi oli hyvä, joten niitä voitiin luotettavasti käyttää muuttujien välisten korrelaatioiden ja regressioiden tarkastelussa. Regressioanalyysissä käytettävien muuttujien tarkastelu ei antanut viitteitä multikollinearisuudesta tai heteroskedastisuudesta muuttujien väliset yhteydet olivat lineaarisia ja jäännöstermien jakaumat tasaisia, joten ennusteen luotettavuus ja mallin rakenne olivat näiden tarkastelujen mukaan hyviä.

## 9 Pohdinta

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää oppilaiden kokeman vanhempien matematiikan arvostuksen yhteyttä oppilaan matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikka-ahdistuksen välisiin yhteyksiin, sekä matemaattisen osaamisen suhdetta matematiikka-ahdistukseen suomalaisilla 15-vuotiailla oppilaille. Aikaisemman tutkimuksen perusteella voitiin olettaa matemaattisen menestyksen ennustavan vähäisempää matematiikka-ahdistusta ja positiivisempaa matemaattista minäkäsitystä (Ashcraft, 2002; Hembree, 1990). Negatiivisen matemaattisen minäkäsityksen on aikaisemmassa tutkimuksessa todettu olevan yhteydessä voimakkaampaan matematiikka-ahdistukseen. Vanhempien positiivisen suhtautumisen oli aiemmissa tutkimuksissa todettu olevan yhteydessä positiivisempaan minäkäsitykseen, ja siirtävän negatiivisia asenteita lapsiinsa (Maloney ym., 2015), joten tässä tutkimuksessa oletettiin vanhempien matematiikan korkean arvostuksen ennustavan vähäistä ahdistuneisuutta niillä oppilaille, jotka pitivät itseään kyvykkäänä matematiikan opiskelijana, ja mahdollisesti voimakkaampaa ahdistuneisuutta negatiivisemmän minäkäsityksen omaavilla oppilaille.

Oppilaiden positiivinen matemaattinen minäkäsitys ennusti vähäisempää matematiikka-ahdistuksen kokemista ja negatiivisempi minäkäsitys enemmän matematiikka-ahdistusta, nämä tulokset olivat aikaisempien tutkimusten mukaisia (Hembree, 1990). Matemaattisissa tehtävissä menestyminen ennusti positiivisempaa minäkäsitystä ja vähäisempää ahdistuneisuutta, kuten aikaisempienkin tutkimusten tulokset ovat osoittaneet (Chiu & Klassen, 2010; Ma & Kishor, 1997).

Vanhempien arvostuksen suhteen tulokset olivat tämän tutkimuksen muihin tuloksiin ja ennako-oletuksiin nähden jossain määrin ristiriitaisia, sillä vanhempien korkeampi matematiikan arvostus ennusti kyllä positiivisempaa minäkäsitystä, mutta toisaalta voimakkaampaa matematiikka-ahdistusta sekä positiivisen, että negatiivisen minäkäsityksen omaavilla oppilailla. Aikaisemmissa tutkimuksissa vanhempien positiivisemmat asenteet ovat yleensä ennustaneet parempaa menestystä ja ylipäättään positiivisempaa asennetta myös oppilaalla kyseistä oppiainetta kohtaan (Archer ym., 2012). Tässä tutkimuksessa ei kuitenkaan tarkasteltu vanhempien asenteita muuten kuin sen perusteella, kuinka paljon he oppilaan käsityksen mukaan arvostivat ja pitivät tärkeänä matematiikkaa ja sen opiskelua. Aikaisemman tutkimuksen perusteella perheessä vallitseva tai vanhempien asenne tiettyä oppiainetta kohtaan saattaa siirtyä tai tarttua lapseen (Maloney ym., 2015), mutta kasvatustyylistä riippuen nuori saattaa tietoisesti toimia vastoin perheessä arvostettuja asioita (Reay ym., 2010). Näitä tuloksia tarkasteltaessa on huomionarvoista se, että tutkimuksessa ei mitattu oppilaiden suhtautumista matematiikkaa kohtaan tai matematiikan arvostusta, vaan matematiikka-ahdistusta. Tuloksista ei siis voida päätellä onko oppilaiden asenne matematiikkaa kohtaan samanlainen kuin vanhemmillään, sillä oppilaan oma korkea matematiikan arvostus voi yhtäläillä lisätä oppilaan itselleen asettamia onnistumispaineita ja samalla ahdistuneisuuden tuntemuksia matematiikan opiskelussa (Lauermann ym., 2017). Matematiikka-ahdistuksen tutkimuksen kannalta on kuitenkin relevantti havainto, että vanhempien yleensä positiivisena asiana pidetty oppiaineen arvostus saattaakin olla yhteydessä oppilaan voimakkaampaan ahdistuneisuuteen myös positiivisen matemaattisen minäkuvan omaavilla oppilailla, siitä huolimatta, että vanhempien arvostus edesauttaa oppilaan positiivisempaa näkemystä omista kyvyistään ja parempaa menestymistä tehtävissä.

Tutkimuksen varsinaisena tehtävänä oli etsiä vastausta siihen, miten vanhempien suhtautuminen matematiikkaan on yhteydessä oppilaan käsityksiin itsestä ja matematiikka-ahdistukseen. Saatu tulos vastasi Lauermannin ym. (2017) tutkimuksen tuloksia siinä mielessä, että negatiivisemmin oman matemaattisen kyvykkyytensä näkeville oppilailla matematiikka-ahdistus oli positiivisemmän minäkäsityksen omaavia oppilaita voimakkaampaa vanhempien matematiikan arvostuksen vaihtelun myötä. Koettu vanhempien matematiikan arvostus siis saattaa näiden tulosten valossa tietyissä



tapauksissa ennustaa voimakkaampaa ahdistuneisuutta oppilailla. Tässä tutkimuksessa ei kuitenkaan saada selville, minkälainen on linkki vanhempien arvostuksen ja oppilaan matematiikka-ahdistuksen välillä, sen selvittämiseksi pitäisi tutkia perheiden arjessa tapahtuvaa vuorovaikutusta ja käytänteitä suhteessa vanhempien asenteisiin ja oppilaiden asenteisiin sekä ahdistuneisuuteen. Vanhemmat saattavat tuoda omia matematiikka-asenteitaan esiin tiedostamattaan tai tietoisesti puheissaan ja käyttäytymisessään ja vaikuttaa näin oppilaan asenteisiin, uskomuksiin, sitoutumiseen ja menestymiseen matematiikassa.

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin suomalaisten peruskoululaisten matematiikka-ahdistusta, matemaattista osaamista, käsityksiä itsestä ja vanhempiensa matematiikan arvostuksesta. Valtaosa odotusarvoteorioihin pohjautuvasta aikaisemmasta tutkimuksesta on kuitenkin tehty Englannissa tai Yhdysvalloissa. Saman aineiston pohjalta voidaankin jatkossa tarkastella vastaavaa asetelmaa myös muiden PISA-tutkimukseen osallistuneiden maiden osalta. Tulokset saattavat olla eri maissa erilaisia, sillä vanhempien suhtautumisella ja odotuksilla voidaan olettaa olevan erilainen vaikutus oppilaisiin eri kulttuureissa (Sy & Schulenberg, 2005), riippuen esimerkiksi siitä, miten tiiviinä yksikkönä perhettä pidetään tai miten kulttuurissa on totuttu arvostamaan vanhempien asemaa ja viisautta. Minäkäsityksen ja osaamisen välisen yhteyden on niin ikään todettu olevan erilainen eri kulttuureissa (Chiu & Klassen, 2010; Lee, 2014; Marsh & Hau, 2004) riippuen esimerkiksi siitä vaalitaanko kulttuurissa kollektiivista vai individualistista maailmankuvaa.

Aiheen tarkempaa tutkimusta ajatellen, voidaan tarkastella vanhempien asenteiden, arvostusten tai suhtautumisen taustalla vaikuttavia tekijöitä, kuten kulttuurisia eroja. Vanhempien odotusten ja matemaattisen osaamisen välisessä yhteydessä saattaa olla eroja perheen etnisen taustan tai siirtolaisperheiden sukupolven suhteen. Yhdysvalloissa vanhempien odotusten on havaittu ennustavan lasten koulumenestystä voimakkaasti eurooppalaistaustaisissa perheissä, mutta ei latinalaistaustaisissa (Davis-Kean & Sexton, 2009). Lasten matemaattisten taitojen kehitys alkaa jo ennen muodolliseen koulutukseen siirtymistä, joten koulun alkaessa lasten matemaattinen osaamistaso on jokseenkin riippuvainen vanhempien panostuksesta ennen kouluikää. Entwislen ja Alexanderin (1990) mukaan afroamerikkalaisilla ja angloamerikkalaisilla koulunsa aloittavilla lapsilla

on havaittavissa selkeä ero matemaattisten käsitteiden hallinnassa kouluun tullessaan. Toisaalta tänä päivänä näiden etnisten ryhmien heterogeenisyys hankaloittaa tämän tyyppisen suoran johtopäätöksen vetämistä, sillä myös perheiden sosioekonominen asema, erityisesti vanhempien koulutustaso vaikuttaisi olevan yhteydessä oppilaiden menestykseen koulussa, samoin vanhempien odotukset oppilaan menestyksestä (Entwistle & Alexander, 1990). Niin ikään Yhdysvalloissa on tutkittu vanhempien suhtautumista koulunkäyntiin ja sitä, miten vanhempien kiinnostus ja osallistuminen ovat yhteydessä oppilaiden menestykseen matematiikassa. Tutkimuksessa on havaittu eroja näissä yhteyksissä eri etnisistä taustoista tulleiden perheiden ja siirtolaissukupolvien välillä (Liu & White, 2017). Maahanmuuttajien määrän lisääntyessä myös Suomessa, kouluihin tulee kasvava määrä ensimmäisen ja toisen sukupolven maahanmuuttajataustaisia oppilaita (Opetushallitus, 2014). Tällainen tieto eri alakulttuurien tai vähemmistöryhmien vanhempien asenteiden erilaisesta merkityksestä nuorten koulumenestykselle on olennaista, kun suunnitellaan opetusta ja tukitoimia monikulttuurisille koululuokille.

Tässä tutkimuksessa ei ole kiinnitetty huomiota sukupuolieroihin minkään tarkasteltujen ilmiöiden osalta. Lisää tutkimusta siis tarvittaisiin mahdollisten sukupuolierojen selvittämiseksi. Kansainvälisessä vertailussa joissain maissa tai kulttuureissa esiintyy sukupuolieroja matemaattisessa osaamisessa yleensä erityisesti poikien hyväksi (Else-Quest ym., 2010; Entwistle & Alexander, 1990). Lisäksi niissäkin maissa, joissa sukupuolten osaamistasoissa ei ole havaittu merkittävää eroa, kokevat pojat tyttöjä vähemmän matematiikka-ahdistusta ja ovat tyttöjä varmempia omasta matemaattisesta kyvykkyydestään (Else-Quest ym., 2010) Sekä kulttuurieroja, että sukupuolten välisiä eroja on havaittu thaimaalaisilla oppilailta verrattuna amerikkalaisiin liittyen matematiikka-ahdistukseen, matematiikan suoritustasoon ja vanhempien koulutustasoon (Engelhard, 1990). Thaimaassa matematiikka-ahdistuksen, äidin koulutustason ja sukupuolen välillä on todettu olevan yhteys. Engelhardin (1990) mukaan thaimaalaisten äitien koulutustaso on yhteydessä tyttöjen matemaattiseen osaamiseen, muttei poikien. Samanlaista efektiä ei ollut havaittavissa amerikkalaisaineistossa. Tämän oletettiin johtuvan kulttuurisista eroista, sillä thaimaalaiset pojat eivät oletuksen mukaan pidä äitiään roolimallina toisin kuin tytöt. Korkeammin koulutetun äidin puolestaan oletettiin arvostavan enemmän matematiikkaa, ja opiskelua yleensä sekä kannustavan tästä syystä

tyttäriään matematiikan opiskelussa. Näiden tulosten valossa olisi mielekästä tarkastella mahdollisten sukupuolierojen esiintymistä suomalaisessakin aineistossa.

Vanhempien asenteiden ja toiminnan merkitystä oppilaiden menestyksen ja asennoitumisen suhteen on tarkasteltu tämän tutkimuksen lisäksi aiemmassakin kirjallisuudessa. Tämän tutkimuksen osallistajat olivat 15-vuotiaita, joten heidän kehitysvaiheessaan ystävät koetaan entistä tärkeämpinä, ja joiden rooli nuoren asenteiden ja toiminnan suhteen muuttuu vanhempien mielipiteitä ratkaisevammaksi (Brechtwald & Prinstein, 2011). Ehkä nimenomaan tässä iässä ja kehitysvaiheessa vanhempien merkitys saattaa olla pienempi, kuin sitä aiemmin tai myöhemmin.

Lopputuloksena voitaneen todeta, että tämän ja aikaisempien tutkimuksen tulosten valossa vanhemmat voivat arvostuksellaan, asenteillaan ja toiminnallaan vaikuttaa monin tavoin oppilaiden menestykseen oppiaineissa, asenteisiin, käsityksiin itsestä sekä ahdistuneisuuteen. Tärkeää on kuitenkin tämän lisäksi tunnistaa monia muita ahdistuneisuuden ja minäkäsitykseen liittyviä oppilaan sisäisiä ja ympäristötekijöitä. Vanhempien suhtautuminen ja asenteet eivät sinänsä välttämättä ole suorassa yhteydessä oppilaan menestykseen, ahdistuneisuuteen tai minäkäsitykseen, vaan kasvatustavoilla ja toimintatavoilla on roolinsa siinä, miten vanhempien asenteet ja uskomukset siirtyvät oppilaan ajatteluun.

## Lähteet

- Abid, H. C., Misbah, M., Ghulam, F., & Uzma, A. (2017). Secondary School Students' Socio Economic Status, Mathematics Self-concept and Achievement Goal Orientations: A Correlational Investigation. *Bulletin of Education and Research*.
- Ajzen, I. (1991). The Theory of Planned Behavior. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*.
- Ajzen, I. (2013). Theory of Planned Behaviour Questionnaire. Measurement Instrument Database for the Social Science.
- Archer, L., DeWitt, J., Osborne, J., Dillon, J., Willis, B., & Wong, B. (2012). Science Aspirations, Capital, and Family Habitus: How Families Shape Children's Engagement and Identification With Science. *American Educational Research Journal*, 49, 881–908. doi: 10.3102/0002831211433290
- Arens, A. K., Marsh, H. W., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., Murayama, K., & Hofe, R. vom. (2017). Math self-concept, grades, and achievement test scores: Long-term reciprocal effects across five waves and three achievement tracks. *Journal of Educational Psychology*, 109, 621–634. doi:10.1037/edu0000163
- Ashcraft, M. H. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11, 181–185. doi:10.1111/1467-8721.00196
- Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 224–237. doi:10.1037/0096-3445.130.2.224
- Ashcraft, M. H., Krause, J. A., & Hopko, D. R. (2007). Is Math Anxiety a Mathematical Learning Disability? In D. B. Berch & M. M. . Mazzocco (Toim.), *Why Is Math So Hard For Some Children? The Nature and Origins of Mathematical*

*Learning Difficulties and Disabilities*. Baltimore, Paul H. Brookes Pub.

Atherley, C. A. (1990). The effects of academic achievement and socio-economic status upon the self-concept in the middle years of school: a case study. *Educational Research*, 32, 224–229. doi:10.1080/0013188900320310

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, 699–713. doi:10.1037/0022-0663.96.4.699

Bandalos, D. L., Yates, K., & Thorndike-Christ, T. (1995). Effects of math self-concept, perceived self-efficacy, and attributions for failure and success on test anxiety. *Journal of Educational Psychology*, 87, 611–623. doi:10.1037/0022-0663.87.4.611

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. Worth Publishers.

Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107, 1860–1863.

Berger, A., Tzur, G., & Posner, M. I. (2006). Infant brains detect arithmetic errors. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103, 12649–12653. doi:10.1073/pnas.0605350103

Bodas, J., & Ollendick, T. H. (2005). Test Anxiety: A Cross-Cultural Perspective. *Clinical Child and Family Psychology Review*, 8, 65–88. doi:10.1007/s10567-005-2342-x

Bong, M., & Skaalvik, E. M. (2003). Academic Self-Concept and Self-Efficacy: How Different Are They Really? *Educational Psychology Review*, 15, 1–40. doi:10.1023/a:1021302408382

Burns, M. (1998). *Math, Facing an American Phobia*. Sausalito: Math Solution Publications.

- Burrus, J., & Moore, R. (2016). The incremental validity of beliefs and attitudes for predicting mathematics achievement. *Learning and Individual Differences, 50*, 246–251. doi:10.1016/j.lindif.2016.08.019
- Calvo, M. G. (1985). Effort, aversive representations and performance in test anxiety. *Personality and Individual Differences, 6*, 563–571. doi:10.1016/0191-8869(85)90005-4
- Chiu, M. M., & Klassen, R. M. (2010). Relations of mathematics self-concept and its calibration with mathematics achievement: Cultural differences among fifteen-year-olds in 34 countries. *Learning and Instruction, 20*, 2–17. doi:10.1016/j.learninstruc.2008.11.002
- Cialdini, R. B., Kallgren, C. A., & Reno Raymond R. (1991). A Focus Theory of Normative Conduct: A Theoretical Refinement and Reevaluation of the Role of Norms in Human Behavior. *Advances in Experimental Social Psychology*. San Diego (California): Academic Press.
- Costello, J. E., Egger, H. L., & Angold, A. (2004). Developmental Epidemiology of Anxiety Disorders. Teoksessa T. H. Ollendick & J. S. March (Toim.), *Phobic and Anxiety Disorders in Children and Adolescents: A Clinician's Guide to Effective Psychosocial and Pharmacological Interventions*. Oxford University Press.
- Davis-Kean, P. E., & Sexton, H. R. (2009). Race Differences in Parental Influences on Child Achievement: Multiple Pathways to Success. *Merrill-Palmer Quarterly, 55*, 285–318. doi:10.1353/mpq.0.0023
- DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2014). Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. *Early Education and Development, 26*, 319–341. doi:10.1080/10409289.2015.968239
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense*. New York: Oxford University Press.
- Devlin, K. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why*

*numbers are like gossip*. New York: Basic Books.

- Dweck, C. S. (1999). *Self-theories: Their role in motivation, personality, and development*. Philadelphia: Psychology Press.
- Eccles, J., & Jacobs, J. E. (1986). Social Forces Shape Math Attitudes and Performance. *Signs: Journal of Women in Culture and Society*, *11*, 367–380. doi:10.1086/494229
- Eccles, J., Wigfield, A., Harold, R. D., & Blumenfeld, P. (1993). Age and Gender Differences in Children's Self- and Task Perceptions during Elementary School. *Child Development*, *64*, 830–847. doi:10.1111/j.1467-8624.1993.tb02946.x
- Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-National Patterns of Gender Differences in Mathematics: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*.
- Engelhard, G. (1990). Math Anxiety, Mother's Education, and the Mathematics Performance of Adolescent Boys and Girls: Evidence from the United States and Thailand. *The Journal of Psychology*, *124*, 289–298. doi:10.1080/00223980.1990.10543224
- Entwistle, D. R., & Alexander, K. L. (1990). Beginning School Math Competence: Minority and Majority Comparisons. *Child Development*. doi:10.1111/1467-8624.ep5878995
- Eysenck, M. W., & Calvo, M. G. (1992). Anxiety and Performance: The Processing Efficiency Theory. *Cognition & Emotion*, *6*, 409–434. doi:10.1080/02699939208409696
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*, 307–314. doi:10.1016/j.tics.2004.05.002
- Fine, G. A. (2001). Enacting norms: Mushrooming and the culture of expectations and explanations. Teoksessa K.-D. Opp & M. Hechter (Toim.), *Social Norms*. New York: Russell Sage Foundation.

- Gecas, V. (1982). The Self-Concept. *Annual Review of Sociology*, 8, 1–33. doi:10.1146/annurev.so.08.080182.000245
- Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number Sense: Rethinking Arithmetic Instruction for Students with Mathematical Disabilities. *The Journal of Special Education*, 33, 18–28. doi:10.1177/002246699903300102
- Gniewosz, B., & Watt, H. M. G. (2017). Adolescent-perceived parent and teacher overestimation of mathematics ability: Developmental implications for students' mathematics task values. *Developmental Psychology*, 53, 1371–1383. doi:10.1037/dev0000332
- Gravetter, F. J., & Wallnau, L. B. (2015). *Statistics for the behavioral sciences*. Boston: Cengage Learning.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2010). *Multivariate Data Analysis (7th)*. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall.
- Hauser, M. D., Carey, S., & Hauser, L. B. (2000). Spontaneous number representation in semi-free-ranging rhesus monkeys. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 267, 829–833. doi:10.1098/rspb.2000.1078
- Hembree, R. (1988). Correlates, Causes, Effect and Treatment of Test Anxiety. *Review of Educational Research*.
- Hembree, R. (1990). The Nature, Effects, and Relief of Mathematics Anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 33. doi:10.230/749455
- Hox, J. (2002). *Multilevel Analysis Techniques and Applications*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Krinzinger, H., Kaufmann, L., & Willmes, K. (2009). Math Anxiety and Math Ability in Early Primary School Years. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 206–225. doi:10.1177/0734282908330583
- Kuckertz, J. M., & Amir, N. (2014). Cognitive Biases in Social Anxiety Disorder.



*Social Anxiety*. Elsevier. doi:10.1016/b978-0-12-394427-6.00016-9

- Lauermann, F., Eccles, J. S., & Pekrun, R. (2017). Why do children worry about their academic achievement? An expectancy-value perspective on elementary students' worries about their mathematics and reading performance. *ZDM*, *49*(3). doi:10.1007/s11858-017-0832-1
- Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, *19*, 355–365. doi:10.1016/j.lindif.2008.10.009
- Lee, J. (2014). Universal factors of student achievement in high-performing Eastern and Western countries. *Journal of Educational Psychology*, *106*, 364–374. doi:10.1037/a0035609
- Lock, R. H., & Gurganus, S. (2004). Promote Number Sense. *Intervention in School and Clinic*, *40*, 55–58. doi:10.1177/10534512040400010501
- Ma, X., & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*. doi:10.2307/749662
- Maloney, E. A., Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Intergenerational Effects of Parents' Math Anxiety on Children's Math Achievement and Anxiety. *Psychological Science*, *26*, 1480–1488. doi:10.1177/0956797615592630
- Mandler, G., & Sarason, S. B. (1952). A study of anxiety and learning. *Journal of Abnormal Psychology*.
- Marsh, H. W., Byrne, B. M., & Shavelson, R. J. (1988). A multifaceted academic self-concept: Its hierarchical structure and its relation to academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, *80*(3). doi:10.1037/0022-0663.80.3.366
- Marsh, H. W., & Hau, K.-T. (2004). Explaining Paradoxical Relations Between Academic Self-Concepts and Achievements: Cross-Cultural Generalizability of

- the Internal/External Frame of Reference Predictions Across 26 Countries. *Journal of Educational Psychology*, 96, 56–67. doi:10.1037/0022-0663.96.1.56
- Marsh, H. W., & O'Mara, A. (2008). Reciprocal Effects Between Academic Self-Concept, Self-Esteem, Achievement, and Attainment Over Seven Adolescent Years: Unidimensional and Multidimensional Perspectives of Self-Concept. *Personality and Social Psychology Bulletin*, 34, 542–552. doi:10.1177/0146167207312313
- McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*. *Animal Behaviour*, 47, 379–387. doi:10.1006/anbe.1994.1052
- Mead, G. H. (1934). *Mind, Self and Society*. (C. W. Morris, Ed.). Chicago: University of Chicago Press.
- Metsämuuronen, J. (2011). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä*. Helsinki: International Methelp Oy.
- Nishikawa, S., Norlander, T., Fransson, P., & Sundbom, E. (2007). A Cross-cultural validation of adolescent self-concept in two cultures: Japan and Sweden. *Social Behavior and Personality: An International Journal*, 35, 269–286. doi:10.2224/sbp.2007.35.2.269
- Nolen-Hoeksema, S., Fredrickson, B. L., Loftus, G. R., & Lutz, C. (2014). *Atkinson & Hildgard's Introduction to psychology* (16th ed.). Hamshire: Cengage Learning EMEA.
- Nummenmaa, L. (2009). *Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät*. Helsinki: Tammi.
- OECD. (2004). *Learning for Tomorrow's World -First Results from PISA 2003*. OECD.
- OECD. (2005). *PISA 2003 Technical Report*. OECD Publications.
- OECD. (2014). *PISA 2012 Technical Report*. OECD Publishing.

- Phillipson, S., & Phillipson, S. N. (2017). Generalizability in the Mediation Effects of Parental Expectations on Children's Cognitive Ability and Self-concept. *Journal of Child and Family Studies*, *26*, 3388–3400. doi:10.1007/s10826-017-0836-z
- Putwain, D. W., & Symes, W. (2014). The perceived value of maths and academic self-efficacy in the appraisal of fear appeals used prior to a high-stakes test as threatening or challenging. *Social Psychology of Education*, *17*, 229–248. doi:10.1007/s11218-014-9249-7
- Qin, Y., Carter, C. S., Silk, E. M., Stenger, V. A., Fissell, K., Goode, A., & Anderson, J. R. (2004). The change of the brain activation patterns as children learn algebra equation solving. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *101*, 5686–5691. Doi:10.1073/pnas.0401227101
- Quintana, S. M., Aboud, F. E., Chao, R. K., Contreras-Grau, J., Cross, W. E., Hudley, C., ... Vietze, D. L. (2006). Race, Ethnicity, and Culture in Child Development: Contemporary Research and Future Directions. *Child Development*, *77*, 1129–1141. doi:10.1111/j.1467-8624.2006.00951.x
- Raju, P. M., & Asfaw, A. (2009). Recalled test anxiety in relation to achievement, in the context of general academic self-concept, study habits, parental involvement and socio-economic status among Grade 6 Ethiopian students. *Education 3-13*, *37*(3), 269–285. doi:10.1080/03004270902734085
- Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math Anxiety, Working Memory, and Math Achievement in Early Elementary School. *Journal of Cognition and Development*, *14*, 187–202. doi:10.1080/15248372.2012.664593
- Reay, D., Crozier, G., & Clayton, J. (2010). 'Fitting in' or 'standing out': working-class students in UK higher education. *British Educational Research Journal*, *36*, 107–124. doi:10.1080/01411920902878925
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*,

44, 162–169. doi:10.1037/0003-066x.44.2.162

Reyes, L. H. (1984). Affective Variables and Mathematics Education. *The Elementary School Journal*, 84, 558–581. doi:10.1086/461384

Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19, 551–554. doi:10.1037/h0033456

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55, 68–78. doi:10.1037/0003-066x.55.1.68

Sarason, I. G. (1984). Stress, anxiety, and cognitive interference: Reactions to tests. *Journal of Personality and Social Psychology*, 46, 929–938. doi:10.1037/0022-3514.46.4.929

Schweinsburg, A. D., Nagel, B. J., & Tapert, S. F. (2005). fMRI reveals alteration of spatial working memory networks across adolescence. *Journal of the International Neuropsychological Society*, 11.

Shavelson, R. J., Hubner, J. J., & Stanton, G. C. (1976). Self-Concept: Validation of Construct Interpretations. *Review of Educational Research*, 46(3). doi:10.3102/00346543046003407

Simpkins, S. D., Fredericks, J. A., & Eccles, J. S. (2014). Families, schools, and developing achievement-related motivations and engagement. Teoksessa J. E. Grusec & P. D. Hastings (Toim.), *Handbook of Socialization* (Second edition). Guilford Publications.

Sousa, D. A. (2008). *How the Brain Learns Mathematics*. Thousand Oaks: Corwin Press.

Sy, S., & Schulenberg, J. (2005). Parent beliefs and children's achievement trajectories during the transition to school in Asian American and European American families. *International Journal of Behavioral Development*, 29, 505–515.

doi:10.1080/01650250500147329

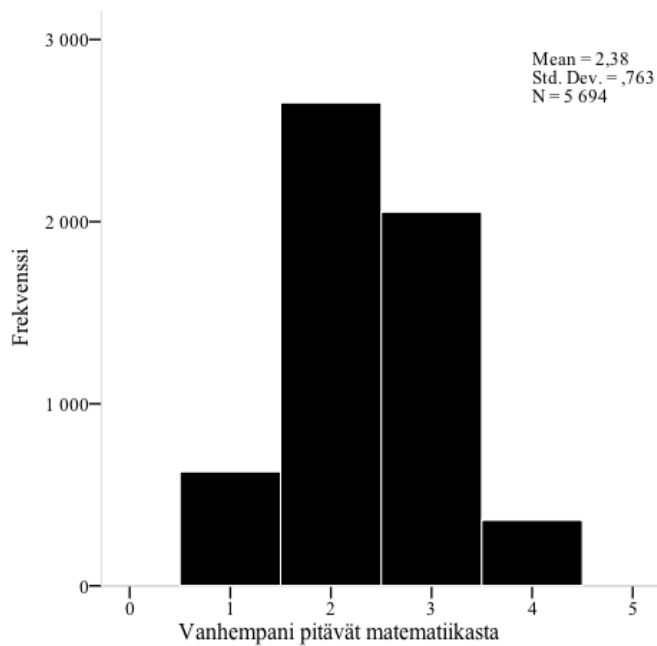
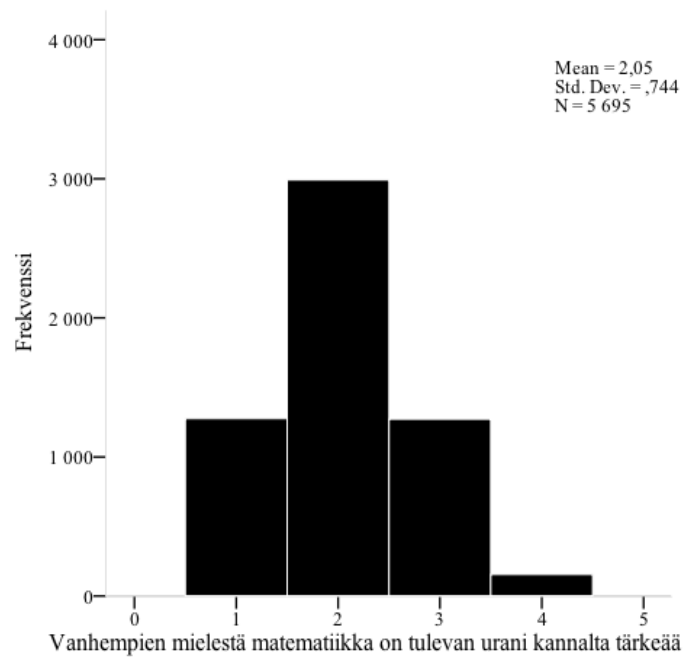
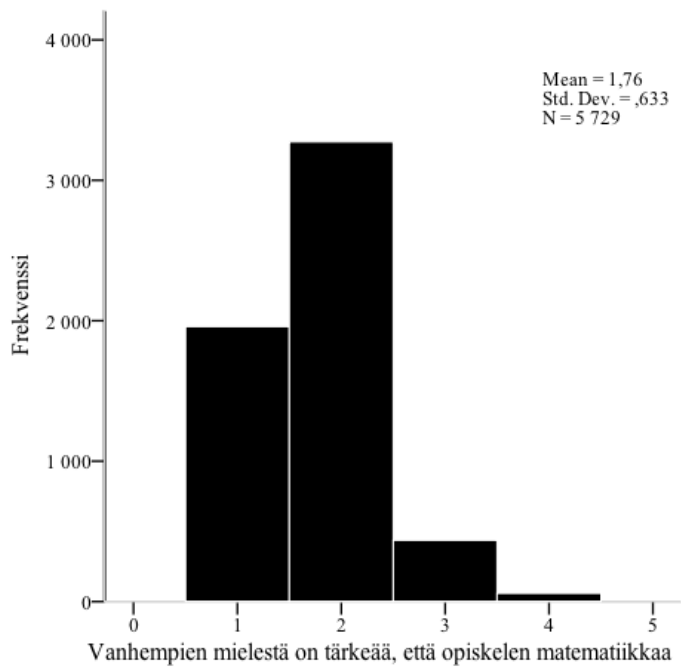
- Taipale, A. (2010). *Väitöskirja: Matematiikan, lukemisen ja kirjoittamisen vaikeuksien päällekkäistyminen nuoruusiässä*. University of Joensuu.
- Tobias, S. (1985). Test Anxiety: Interference, Defective Skills, and Cognitive Capacity. *Educational Psychologist*, 20, 135–142. doi:10.1207/s15326985ep2003\_3
- Tobias, S., & Weissbrod, C. (1980). Anxiety and Mathematics: An Update. *Harvard Educational Review*, 50, 63–70. doi:10.17763/haer.50.1.xw483257j6035084
- Törnroos, J. (2005). *Väitöskirja: Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset – seitsemännien luokan matematiikan osaaminen arvioitavana*. Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Turner, J. C., Midgley, C., Meyer, D. K., Gheen, M., Anderman, E. M., Kang, Y., & Patrick, H. (2002). The classroom environment and students' reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study. *Journal of Educational Psychology*, 94(1). doi:10.1037//0022-0663.94.1.88
- Vandecandelaere, M., Speybroeck, S., Vanlaar, G., Fraine, B. D., & Damme, J. V. (2012). Learning environment and students' mathematics attitude. *Studies in Educational Evaluation*, 38, 107–120. doi:10.1016/j.stueduc.2012.09.001
- Wang, M.-T., Eccles, J. S., & Kenny, S. (2013). Not Lack of Ability but More Choice: Individual and Gender Differences in Choice of Careers in Science, Technology, Engineering, and Mathematics. *Psychological Science*. doi:10.1177/0956797612458937
- Wigfield, A., & Cambria, J. (2010). Students' achievement values, goal orientations, and interest: Definitions, development, and relations to achievement outcomes. *Developmental Review*, 30, 1–35. doi:10.1016/j.dr.2009.12.001
- Wigfield, A., & Eccles, J. S. (2000). Expectancy-Value Theory of Achievement Motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 68–81. doi:10.1006/ceps.1999.1015

- Wigfield, A., & Meece, J. L. (1988). Math anxiety in elementary and secondary school students. *Journal of Educational Psychology*, *80*, 210–216. doi:10.1037/0022-0663.80.2.210
- Wilkins, J. L. M. (2004). Mathematics and Science Self-Concept: An International Investigation. *The Journal of Experimental Education*, *72*, 331–346. doi:10.3200/jexe.72.4.331-346
- William James. (2008). *Principles of Psychology, Volume I*. Teoksessa F. H. Burkhardt, F. Bowers, & I. K. Skrupskelis (Toim.), *The Works of William James*. (Electronic edition). Charlottesville: InteLex Corporation.
- Winters, M. A., Trivitt, J. R., & Greene, J. P. (2010). The impact of high-stakes testing on student proficiency in low-stakes subjects: Evidence from Florida's elementary science exam. *Economics of Education Review*, *29*, 138–146. doi:10.1016/j.econedurev.2009.07.004

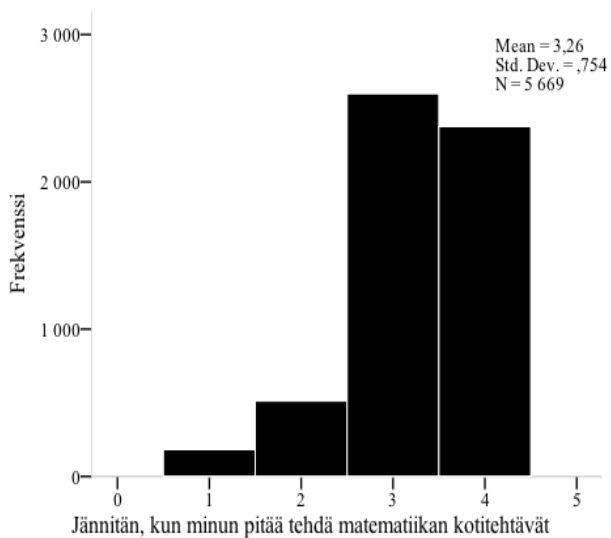
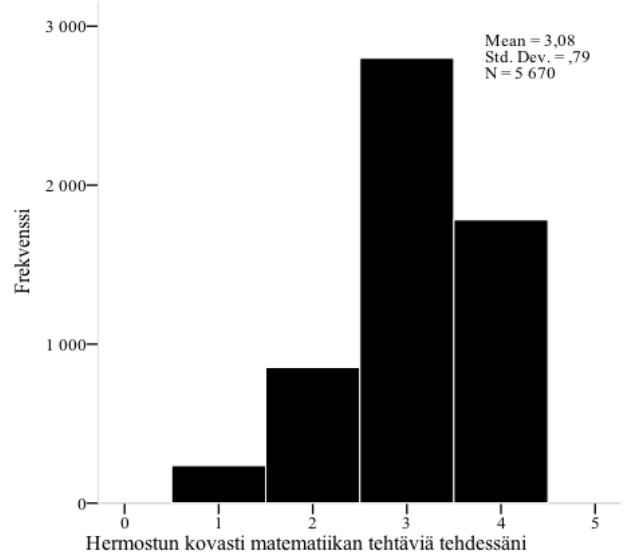
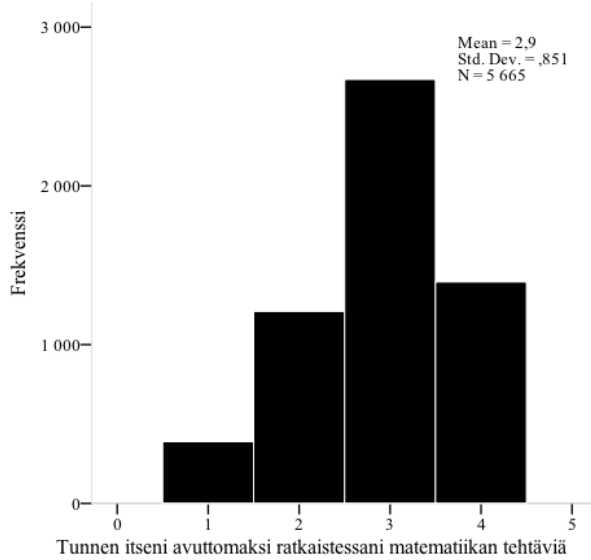
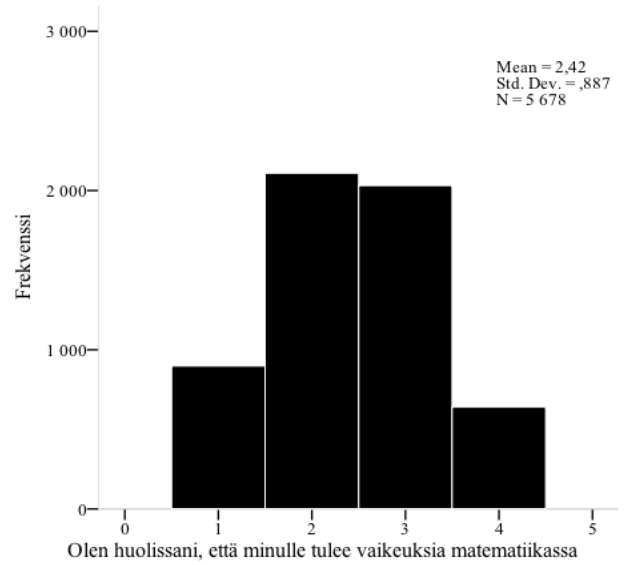
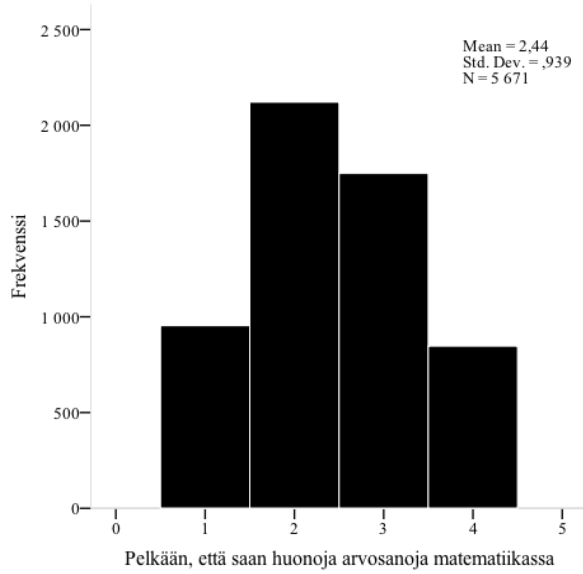
## Liitteet

### Liite 1 Muuttuijen suorat jakaumat

#### Vanhempien arvostus

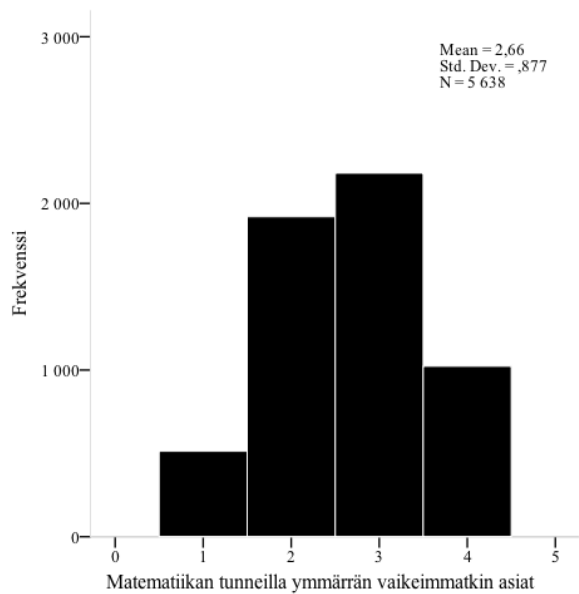
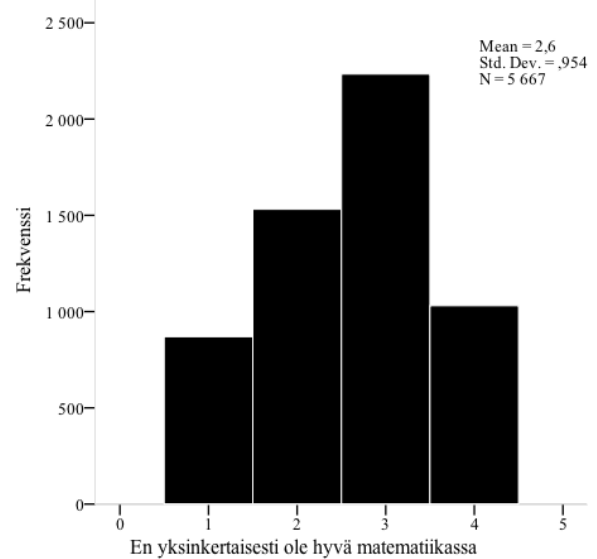
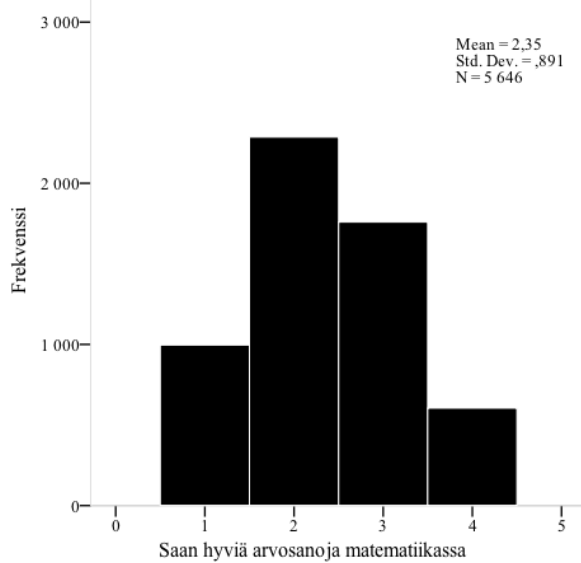
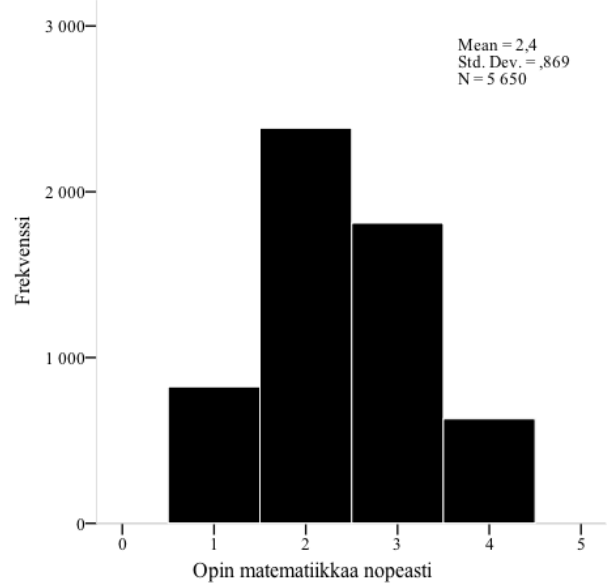
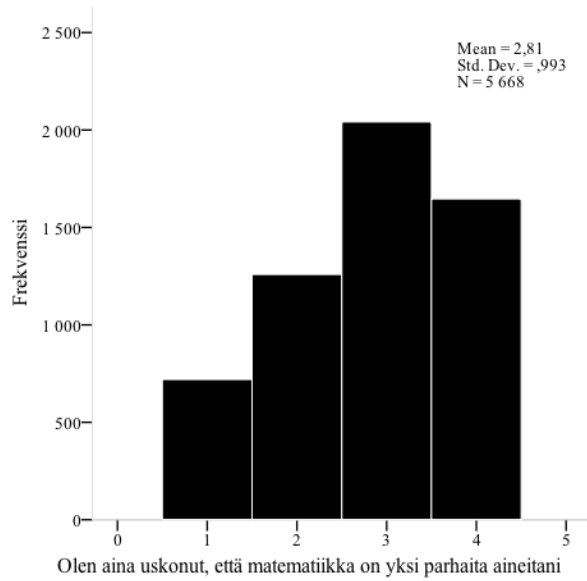


## Matematiikka-ahdistus

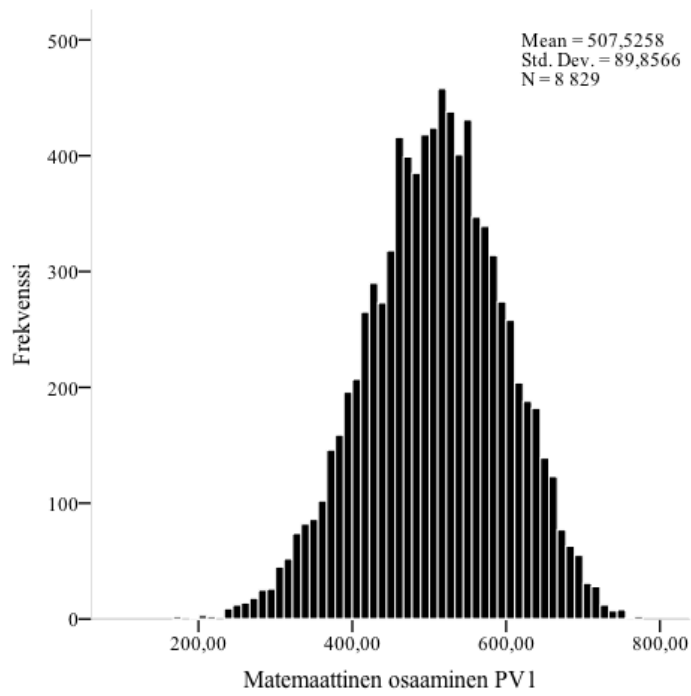




## Matemaattinen minäkäsitys



## Matemaattinen osaaminen



## Liite 2 Jäännöstermien ja ennustepisteiden jakauma

