

Kognitiivisten kykyjen ja kotikielen yhteys matemaattisiin taitoihin alakouluikäisillä lapsilla

Julia Katariina Kainulainen

Pro gradu -tutkielma

Psykologian ja logopedian osasto

Lääketieteellinen tiedekunta

Toukokuu 2019

Ohjaajat: Tanja Linnavalli ja Mari Tervaniemi

Abstrakti

Kognitiivisten kykyjen ja kotikielen yhteys matemaattisiin taitoihin alakouluikäisillä lapsilla

Tavoitteet

Matemaattiset taidot ovat tärkeitä yksilön tulevaisuuden kannalta, sillä niillä on yhteys esimerkiksi koulutukseen, työllistymiseen ja syrjäytymiseen. Aiempi tutkimustieto on osoittanut kognitiivisten kykyjen ja matemaattisten taitojen olevan yhteydessä toisiinsa, vaikkakin tuloksissa on ristiriitaisuuksia. Aiemman tutkimuksen perusteella visuaalisella ja kielellisellä päättelykyvyllä on itsenäiset vaikutukset erilaisiin matematiikan osa-alueisiin. Lisäksi työmuistilla on suuri vaikutus matemaattisiin taitoihin. Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin visuaalisen sekä kielellisen päättelykyvyn ja työmuistin yhteyksiä matemaattisiin taitoihin. Lisäksi oltiin kiinnostuneita lasten matemaattisten taitojen kehityksestä läpi kahden lukuvuoden seuranta-ajan, sekä erityisopetusstatuksen, kotikielen ja sukupuolen vaikutuksista matemaattisiin taitoihin.

Menetelmät

Tähän seurantatutkimukseen osallistui yhteensä 73 oppilasta, jotka olivat tutkimuksen alkaessa 3. luokalla. Tyttöjä heistä oli 34. Tutkimuksen aineisto on osa Arts@School -projektia. Oppilaiden kognitiivisia kykyjä arvioitiin WISC-IV -testipatteriston kuutio-, sanapäättely- ja numerosarjatehtävillä. Matemaattisia taitoja arvioitiin sanallisia tehtäviä sisältävällä MATTE-testillä ja peruslaskutaitoa mittaavalla RMAT-testillä. Analyyseissa käytettiin kaikista tehtävistä kolmea mittauskertaa. Tilastollisina analyyseina käytettiin lineaarisia sekamalleja.

Tulokset ja johtopäätökset

Kognitiivisten kykyjen havaittiin olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Visuaalinen ja kielellinen päättelykyky ennustivat sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumista työmuistin ennustaessa peruslaskutaitoa. Erityisopetusstatus oli kaikissa analyyseissa yhteydessä heikompaan suoriutumiseen matemaattisissa tehtävissä. Sukupuolieroja ei tässä aineistossa havaittu. Kielellä ei ollut itsenäistä vaikutusta matemaattisiin taitoihin, mutta kieli vaikutti matematiikan taitojen kehitykseen puolentoista vuoden seurannan aikana.

Äidinkieleltään suomenkieliset kehittyivät läpi seurannan tasaisesti, mutta vieraskielisten lasten kehitys hidastui toisen ja kolmannen mittauskerran välillä. Vieraskielisten ja suomenkielisten lasten erot sanallisissa tehtävissä olivat tilastollisesti merkitseviä viimeisellä mittauskerralla. Tulokset ovat samansuuntaisia aiempien tutkimusten kanssa, sillä erolla, että tässä tutkimuksessa työmuisti ennusti ainoastaan peruslaskutaitoa, eikä monimutkaisemmissa, sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumista.

Abstract

Cognitive abilities, native language and mathematical skills in primary school children: is there a relationship?

Introduction

Mathematical abilities are important for the future of the individual, as they are related to for example education, employment and exclusion. Previous research has shown that cognitive abilities are related to mathematical skills, although the results are contradictory. According to literature, visual and verbal reasoning skills have independent effects on different areas in mathematics. In addition, working memory seems to play a major role in mathematical abilities. This study examines the relationship between visual and verbal reasoning skills, working memory and mathematical skills. In addition, we were interested in how the mathematical abilities of the children developed during this two-schoolyear-long follow-up period, as well as the impact of special education, home language and gender on mathematical abilities.

Methods

A total of 73 students, of whom 34 were girls, participated in this follow-up study. At the beginning of the study they were in the third grade of primary school. The data is part of the Arts@School project. The children's cognitive abilities were assessed with the block design, comprehension and digit span subtests of the WISC-IV -test battery. Mathematical abilities were assessed using the MATTE test which includes verbal mathematical problems and the RMAT test which consist of basic arithmetic tasks. Three measurement points of the tests were used in the analyses. Linear mixed models were used in the statistical analyses.

Results and conclusions

Cognitive abilities were found to be related to mathematical skills. Visual and verbal reasoning skills predicted performance in verbal mathematical problems, while working memory predicted performance in the basic arithmetic test. Special education status was associated with poorer performance in the mathematical tasks. No gender differences were found in this data. Language had no independent effect on mathematical skills, but language influenced the development of mathematical skills. Finnish-speakers developed steadily throughout the study, while the development of foreign language-speakers subsided between the second and third measurements. The difference between Finnish-speakers and foreign language-speakers was statistically significant at the last measurement point. The results are in line with previous studies, with the difference that in this study, working memory predicted only performance in the basic arithmetic test and not in the more complicated word problems.

Esipuhe

Tämä pro gradu- tutkielma on osa Suomen Akatemian Strategisen tutkimusneuvoston rahoittamaa ArtsEqual -hanketta ja sen Arts@School -projektia. Arts@School -projektin Musiikki, liike ja oppiminen -tutkimuksessa kartoitetaan musiikki ja liikeinterventioiden vaikutuksia alakouluikäisten lasten kognitiivisiin, akateemisiin ja sosiaalisiin taitoihin sekä koulunkäyntimotivaatioon. Haluan kiittää kaikkia tutkimuksessa mukana olleita. Kiitokset tutkimusassistenteille mittauksien suorittamisesta ja vaivannäöstä, jonka ansiosta sain aineiston valmiina käyttööni. Arvokkaasta metodiavusta haluan kiittää Jari Lipsasta. Kiitokset näkökulmaa avartavista kommentteista Minna Törmäselle. Kiitos kommentteista myös graduseminaarin osallistujille, erityisesti Outi Lahdelle ja Maaria Seppälälle. Suuri kiitos laadukkaasta ohjauksesta sekä tuesta ohjaajilleni Tanja Linnavallille ja Mari Tervaniemelle.

Toukokuu 2019

Julia Kainulainen

SISÄLLYSLUETTELO

1 JOHDANTO	1
1.1. Matemaattiset taidot	1
1.2. Kognitiiviset kyvyt	2
1.2.1. Kielellinen päättelykyky	3
1.2.2. Visuaalinen päättelykyky	4
1.2.3. Työmuisti	4
1.3. Kognitiivisten kykyjen yhteys matemaattisiin taitoihin lapsilla	6
1.3.1. Kielellinen päättelykyky	6
1.3.2. Visuaalinen päättelykyky	7
1.3.3. Työmuisti	7
1.4. Erityisopetusstatuksen, sukupuolen ja kotikielen yhteydet matemaattisiin taitoihin.....	10
1.5. Tutkimuskysymykset ja hypoteesit	12
2 MENETELMÄT	13
2.1. Koehenkilöt.....	13
2.2. Arviointimenetelmät.....	14
2.2.1 WISC-IV	14
2.2.2 MATTE.....	15
2.2.3 RMAT	16
2.3. Tutkimuksen kulku.....	16
2.4. Tilastolliset menetelmät.....	17
3 TULOKSET	18
3.1. Perustunnusluvut ja vertailu normeihin.....	18
3.2. Kognitiivisten kykyjen yhteydet matematiikan tehtäviin	19
3.3. Taustamuuttujien yhteydet matematiikan tehtäviin	20
3.4. Kehitys matematiikan tehtävissä.....	21
4 POHDINTA	23
4.1. Kognitiiviset kyvyt matemaattisten taitojen ennustajina.....	23
4.2. Taustamuuttujien vaikutukset matemaattisiin taitoihin.....	24
4.3. Matemaattisten taitojen kehitys	25
4.4. Tutkimuksen rajoitukset ja vahvuudet	26
4.5. Lopuksi.....	27
LÄHTEET.....	29

1 JOHDANTO

Matemaattiset taidot ovat tärkeitä yksilölle, sillä niillä on merkittävä yhteys esimerkiksi sosioekonomiseen asemaan aikuisena (Richie & Bates, 2013). Lisäksi paremmat matemaattiset taidot ennustavat korkeampaa koulutustasoa ja tämä vaikutus on suurempi kuin esimerkiksi lukutaidolla (Hakkarainen, Holopainen & Savolainen, 2016). Lisäksi matemaattisilla taidoilla on yhteys työllistymiseen (Dowker, 2005). Paremmat matemaattiset taidot voivat myös suojata syrjäytymiseltä (Hakkarainen ym., 2016). Suomalaisten lasten matemaattiset taidot ovat PISA-tutkimuksen mukaan kuitenkin huolestuttavassa laskussa (Kupari ym., 2013).

Matemaattiset taidot ovat osittain älykkyydestä riippumattomia, mutta esimerkiksi visuaalisen ja kielellisen päättelykyvyn sekä työmuistin on todettu olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin (Alloway & Alloway, 2010; Kleemans, Segers & Verhoeven, 2017; Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007; Pina, Fuentes, Castillo & Diamantopoulou, 2014). Tässä tutkimuksessa tarkastellaan näitä yhteyksiä, sekä sitä miten lasten matemaattiset taidot kehittyvät seurantatutkimuksen aikana. Lisäksi tarkastellaan lasten kotikielen, erityisopetusstatuksen sekä sukupuolen vaikutuksia matemaattisiin taitoihin.

1.1. Matemaattiset taidot

Matematiikka on laaja ala, jossa käsitellään määrien ja näitä vastaavien symboleiden suhteita, ominaisuuksia ja mittaamista (Fuchs ym., 2006). Matemaattiset taidot on määritelty esimerkiksi abstraktien asioiden väliseksi abstrakteiksi suhteiksi (Landy, Brookes & Smout, 2014). Matemaattisten taitojen kartuttaminen alkaa jo ennen varsinaista matematiikan opetusta (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004). Esimerkiksi varhaisten numeeristen taitojen yhteyttä myöhempään matemaattiseen kyvykkyyteen on tutkittu pitkittäistutkimuksessa, jossa arvioitiin laskemista, numerovertailua ja kykyä suorittaa laskutoimituksia (Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009). Lapsuuden matemaattiset taidot päiväkotikäytössä ennustivat tilastollisesti merkitsevästi kolmannen luokan matemaattisia taitoja. Matemaattisten taitojen kehitys on kuitenkin riippuvainen useista eri tekijöistä, kuten kulttuurista ja biologisista tekijöistä (Geary, 1995).

Matemaattiset taidot ovat hierarkkisia, eli tietyt taidot tulee oppia ennen kuin voi oppia vaativampia taitoja (Kleemans ym., 2018). Näin ollen vaativimpien taitojen oppiminen on

hyvin hankalaa, jos ei ole oppinut alemman tason matemaattisia taitoja. Tämä voi näkyä myös matematiikan oppimisvaikeuksien kasaantumisena (Gersten, Jordan & Flojo, 2005). Perustaidot matematiikassa luovat pohjan vaativamman tason oppimiselle (Wagner, Newman, Cameto & Levine, 2006). Matematiikan keskeiset taidot voidaan jakaa esimerkiksi laskemisen taitoihin, aritmeettisiin perustaitoihin, lukumääräisyyden tajuun sekä matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen (Aunio, 2008). Esimerkiksi aritmeettisten perustaitojen on osoitettu olevan yhteydessä vaativampiin matemaattisiin taitoihin, kuten geometrian ja osamäärien ratkaisukykyyn (Kleemans ym., 2018). Samoin laskutaito on yhteydessä muihin matemaattisiin taitoihin ja lisäksi se ennustaa matemaattisten taitojen kehitystä (Aunola ym., 2004; Calhoon, Emerson, Flores & Houchins, 2007). Nämä tukevat hypoteesia siitä, että ylempien tason matemaattisten taitojen oppiminen riippuu aiempien taitojen hallinnasta. Toisaalta matemaattisten taitojen hierarkkisuudesta on ristiriitaisia tuloksia, sillä tutkimuksen mukaan jotkut lapset voivat suoriutua paremmin haastavammista tehtävistä ja heikommin taas yksinkertaisemmista tehtävistä (Dowker, 2005).

1.2. Kognitiiviset kyvyt

Kognitiivisilla kyvyillä tarkoitetaan erilaisia tiedonkäsittelyyn liittyviä prosesseja, kuten muistia, tarkkaavaisuutta, oppimista, havaitsemista ja kielellisiä toimintoja. Yksilöiden kognitiivisissa kyvyissä on eroja. Tämä ilmenee muun muassa yksilöiden erilaisina taitoina ymmärtää monimutkaisia asioita, mukautua ympäristöihin, oppia kokemuksesta sekä onnistua ratkaisemaan ongelmia.

Yleisesti ajatellaan, että kaikkien kognitiivisten kykyjen taustalla on yhteinen tekijä, niin kutsuttu yleisen älykkyyden g-faktori. Tämä faktori voidaan löytää kaikkien kognitiivisten kykytestien, kuten esimerkiksi älykkyystestien taustalta (Jensen, 1996). Erilaiset kognitiivisten kykyjen ja älykkyyden testit korreloivat vahvasti toistensa kanssa, joten näiden taustalla on selkeästi jokin yhteinen elementti (Neisser ym., 1996). Älykkyyden käsitettä ei vielä ole tyhjentävästi pystytty määrittelemään ja tutkijat ovat hyvinkin erimielisiä sen sisällöstä (Legg & Hutter, 2007; Neisser ym., 1996). Esimerkiksi Wechsler määrittelee älykkyyden ihmisen kyvyksi toimia tarkoituksenmukaisella, tehokkaalla ja hyödyllisellä tavalla (Wechsler, 1975). Useimmiten älykkyys kuitenkin määritellään psykometrisen testauksen avulla, eli älykkyydellä tarkoitetaan sitä, mitä älykkyystestit testaavat (Neisser ym., 1996). Kognitiivisia kykyjä voidaan mitata erilaisilla arviointimenetelmillä, jotka

arvioivat laaja-alaisesti yksilön kykyjä vastaanottaa, käsitellä, säilyttää ja käyttää tietoa. Tällaisia ovat esimerkiksi Wechslerin älykkyystestit, joista lapsille tarkoitettu uusin versio Suomessa on WISC-IV (Wechsler's Intelligence Scale for Children, Fourth Edition) (Wechsler, 2010).

Kognitiivisten kykyjen kehityksen ajatellaan liittyvän aivoissa tapahtuvaan kehitykseen, joka jatkuu aina varhaiseen aikuisuuteen saakka (Nagy, Westerberg & Klingberg, 2004). Korkeamman tason päättelykykyjen kehitys liittyy erityisesti aivojen etuotsalohkon aivokuoren kehitykseen (Diamond, 2002). On havaittu, että toiminnot, jotka vaativat korkean tason toiminnanohjausta ja kapasiteettia, kehittyvät myöhemmin ja pidempään (Luciana, Conklin, Hooper & Yarger, 2005). Varsinkin prosessointinopeus, erilaisten strategioiden käyttö, jonkin asian mielessä pitäminen ja sen samanaikainen manipulointi sekä inhibitio, eli kyky olla välittämättä väliintulevista tai epäolennaisista ärsykkeistä, kehittyvät 7-vuotiaasta eteenpäin (Diamond, 2002). Toisaalta tehtävät, jotka eivät vaadi korkeamman tason päättelykykyä, kuten esimerkiksi pelkät työmuistia vaativat tehtävät, kehittyvät lapsuudessa nopeasti (Luciana ym., 2005). Tällaiset alemman tason päättelykyvyt, jotka eivät liity etuotsalohkon aivokuoren kehitykseen, kehittyvät varhain ja saavuttavat lähes aikuisen tason esikouluikässä, eikä niissä tämän jälkeen nähdä suurta kehitystä iän myötä (Diamond, 2002).

1.2.1. Kielellinen päättelykyky

Kielellisellä päättelykyvyllä tarkoitetaan kielellistä ymmärtämistä, kuten puhumista, kuullun ymmärtämistä, kirjoittamista ja lukemista (Sattler, 2001). Lisäksi kielellinen päättely vaatii muun muassa kielellisten taitojen ja informaation sovellusta uusien ongelmien ratkaisuun, kykyä prosessoida kielellistä informaatiota sekä taitoa ajatella kielellisesti (Hali, 2017). Kielellisellä päättelykyvyllä tarkoitetaan myös taitoa käsitellä säännönmukaisuuksia, tehdä päätelmiä ja huomioida vaihtoehtoisia ratkaisuja (Khemlani & Johnson-Laird, 2012). Kielellisiin perustaitoihin kuuluvat muun muassa fonologiset ja kieliopilliset taidot (Kleemans ym., 2018). Edistyneempiin kielellisiin taitoihin sisältyy esimerkiksi laaja sanavarasto sekä kyky tehdä päätelmiä kielellisen informaation avulla (Kleemans ym., 2018). Kielelliset kyvyt ovat ihmisten tärkeimpiä kognitiivisia taitoja, sillä kaikenlainen kommunikointi ja toimiminen yhteiskunnassa perustuu niiden varaan (Hali, 2017). Lisäksi kielitaito mahdollistaa kouluttautumisen (Halonen, 2007).

Nippoldin (2006) mukaan pitkään ajateltiin, että lasten kielellinen kehitys oli valmis lapsen siirtyessä kouluun. Nykyään tiedetään, että kielellisissä taidoissa tapahtuu suurta kehitystä kouluikäisenä. Esimerkiksi suomalaisessa aineistossa on havaittu, että peruskoulussa suurin kehitys kielitaidossa tapahtuu alakoulussa (Lappalainen, 2003). Kuusivuotiaana, ennen kouluikää, lapset osaavat keskimäärin 18 000 eri sanaa (Nippold, 2006). Suurimman osan näistä sanoista lapset ovat oppineet arkisissa keskusteluissa. Lukutaidon karttuessa kieli kehittyy uudella tavalla, sillä lukiessa opitaan usein vaikeampia käsitteitä ja lauserakenteita kuin mitä puhutussa kielessä on totuttu käyttämään. Nippold (2006) kuvaa kielen kehitystä siirtymänä konkreettisesta abstraktiin.

1.2.2. Visuaalinen päättelykyky

Visuaaliseen päättelykykyyn lukeutuvat muun muassa visuaalinen havaitseminen, spatiaalinen eli avaruudellinen havaitseminen, visuaalinen tarkkaavuus, oivaltava päättely sekä visuomotoriset taidot (Shaw, 2001). Lisäksi visuaalinen päättelykyky vaatii taitoa kuvitella kuvin ja taitoa manipuloida mielensisäisiä kuvia nopeasti ja sujuvasti (Sattler, 2001). Hyvät visuaaliset taidot liittyvät kykyyn päätellä ilman kielellisiä vihjeitä sekä tulkita visuaalista materiaalia nopeasti (Sattler, 2001). Spatiaalisilla taidoilla puolestaan tarkoitetaan kykyä kuvitella erilaisia objekteja ja tapahtumia mielessä sekä manipuloida niitä (Sorby, Casey, Veurink & Dulaney, 2013). Spatiaaliset taidot ovat merkittävä osa älykkyyttä, ja näitä taitoja tarvitaan joka päiväisessä elämässä (Levine, Huttenlocher, Taylor & Langrock, 1999).

Visuaalisten taitojen kehitys on nopeaa ensimmäisen elinvuoden aikana, muun muassa näön tarkkuus saavuttaa lähes aikuisen tason jo ensimmäisten kuuden kuukauden aikana (Atkinson & Nardini, 2008). Spatiaaliset taidot kehittyvät läpi lapsuuden (Harris, Newcombe & Hirsh-Pasek, 2013).

1.2.3. Työmuisti

Työmuisti on yksi toiminnanohjauksen taidoista (Diamond, 2013). Esimerkiksi työmuistin kapasiteetin on ajateltu kertovan toiminnanohjauksen tasosta (Eagle, 2002; Miyake, Friedman, Rettinger, Shah & Hegarty, 2001). Työmuistia kuvataan usein Baddeleyn mallin avulla (Baddeley, 2010; Baddeley & Hitch, 1974). Mallin mukaan työmuisti on järjestelmä, jota tarvitaan päättelyssä, oppimisessa, ongelmanratkaisussa ja monissa ylemmän tason kognitiivisissa tehtävissä, jotka vaativat informaation käsittelyä ja manipulointia samaan aikaan. Baddeleyn uusimman mallin mukaan työmuisti koostuu neljästä eri osasta:

keskusyksiköstä, fonologisesta silmukasta, visuospatiaalisesta lehtiöstä ja episodisesta bufferista. Kaikilla työmuistin komponenteilla on erittäin rajattu kapasiteetti ja komponentit toimivat itsenäisesti.

Keskusyksikkö on työmuistin tärkein komponentti, mutta samalla sen rakenteesta tiedetään vähiten (Baddeley, 2003; Baddeley, 2010). Keskusyksikön tehtävänä on kontrolloida kolmea muuta järjestelmää. Se tarkkailee ja koordinoi muita järjestelmiä sekä siirtää tietoa pitkäkestoiseen muistiin. Se myös päättää, mihin ärsykkeisiin kiinnitetään huomiota, ja mihin työmuistin komponenttiin informaatio lähetetään. Työmuistin komponenteista varsinkin keskusyksikkö toimii enemmän tarkkaavuuden tai toiminnanohjauksen tavoin kuin muistiyksikkönä (Baddeley, 2003, Baddeley, 2010; Miyake ym., 2001).

Fonologinen silmukka on vastuussa puheeseen perustuvan informaation käsittelystä (Baddeley, Gathercole & Papagno, 1998). Informaatio voi olla auditiivisen lisäksi visuaalista, esimerkiksi kirjaimia paperilla, jotka sitten äännetään mielessä. Fonologinen silmukka voidaan jakaa kahteen alajärjestelmään. Ensimmäinen alajärjestelmä käsittelee ja varastoi puheenkaltaisia muistijälkiä, jotka ilman kertaamista katoavat kahden sekunnin jälkeen. Toisen alajärjestelmän avulla muistijälkiä voi kerrata joko ääneen tai mielensisäisen puheen avulla. Fonologisen silmukan ajatellaan olevan tärkeä osa esimerkiksi uusien sanojen opettelua.

Visuospatiaalinen lehtiö nimensä mukaisesti käsittelee visuaalista informaatiota, kuten esimerkiksi objektien muotoja ja värejä. Visuospatiaalisen lehtiön kapasiteetti on myös rajallinen, yleensä kolmesta neljään objektia on mahdollista pitää mielessä samanaikaisesti (Baddeley, 2003). Visuospatiaalinen lehtiö voi käsitellä myös kielellistä materiaalia, esimerkiksi romaanin kuvailema maisema voidaan lehtiön avulla kuvitella mielessä (Baddeley, 2003).

Uusimpana Baddeley elementtinä lisäsi malliinsa episodisen bufferin, joka kommunikoi pitkäkestoisen muistin, visuospatiaalisen lehtiön ja fonologisen silmukan kanssa (Baddeley, 2000). Episodinen bufferi yhdistää informaatiota visuospatiaalisesta lehtiöstä ja fonologisesta silmukasta. Tämän toiminnon on aikaisemmin ajateltu sisältyvän keskusyksikön toimintaan (Baddeley, Allen & Hitch, 2011).

Työmuisti kehittyy nopeasti ikävuosien 6–13 aikana (Diamond, 2002). Varsinkin suoriutuminen tehtävissä, joissa vaaditaan sekä informaation aktiivista mielessä pitämistä että sen manipulointia samaan aikaan, kehittyminen on kouluikäisenä nopeaa. Iän myötä työmuistin prosessointi ja ylläpito muuttuvat tehokkaammiksi (Gaillard, Barrouillet, Jarrold & Camos, 2011). Lisäksi kouluikäiset lapset alkavat käyttää monipuolisemmin erilaisia strategioita muistityöskentelyssä (Diamond, 2002). Työmuisti kehittyy aina 18–20 -vuotiaaksi saakka (Luciana ym., 2005).

1.3. Kognitiivisten kykyjen yhteys matemaattisiin taitoihin lapsilla

Yleinen älykkyys ei näytä olevan merkitsevä matemaattisten taitojen ennustaja peruskoulun alussa (Passolunghi ym., 2007). Yleisen älykkyyden on ajateltu liittyvän ennemminkin parempaan oppimiskapasiteettiin kuin kykyihin tietyssä taidossa (Bull, Espy & Wiebe, 2008). Toisaalta kognitiivisten kykyjen on todettu olevan yhteydessä varsinkin sanallisten tehtävien ratkaisutaitoihin (Träff, 2013).

1.3.1. Kielellinen päättelykyky

Kielellisten perustaitojen, kuten fonologisten ja kieliopillisten taitojen, on todettu olevan epäsuorasti yhteydessä geometriaan ja osamäärien ratkaisutaitoihin alakouluikäisillä lapsilla (Kleemans ym., 2018). Edistyneempien kielellisten taitojen, kuten laajan sanavaraston ja kielellisen päättelykyvyn havaittiin olevan merkittävä ennustaja matemaattisille taidoille (Hilton, 2018; Kikas, Peets, Palu & Afanasjev, 2009; Kleemans ym., 2018). Kuullun ymmärtämisen on myös todettu olevan yhteydessä matematiikan taitoihin. Kuullun ymmärtämisen ajatellaan tukevan jo opittujen matematiikan taitojen ja tietojen käyttöä, mutta se ei niinkään vaikuta uusien taitojen kartuttamiseen (Aunola ym., 2004). On havaittu, että kielelliset taidot ovat yhteydessä määrällisyyden käsitteisiin ja aritmeettisiin kykyihin (Pina ym., 2014). Myös sanavaraston laajuus on yhteydessä matemaattisiin taitoihin alakouluikäisillä lapsilla (Alloway & Passolunghi, 2011). Lukutaidon on todettu ennustavan erityisesti sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumista (Björn, Aunola & Nurmi, 2014; Wu, Cheng, Battista, Watts, Willcutt & Menon, 2017), mutta lukutaidolla ei ollut yhteyttä ei-kielellisessä muodossa esitettyihin peruslaskutaidon tehtäviin (Wu ym., 2017). Vastakkaisia näkemyksiäkin toisaalta on, sillä Casey ja kumppaneiden (2015) tutkimuksessa kielelliset taidot eivät olleet suoraan yhteydessä matemaattisiin taitoihin 5. luokkalaisilla.

Kaikenlainen oppiminen perustuu suurelta osin kielellisten taitojen varaan. Myös matematiikan opetus perustuu suullisiin ja kirjallisiin ohjeisiin sekä vuorovaikutukseen ja osaamisen näyttö tapahtuu yleensä kirjoittamalla (Adams, 2003). Matematiikalla on myös oma sanastonsa, jonka hallintaa hyvät taidot matematiikassa edellyttävät (Adams, 2003). Kielelliset taidot vaikuttavat lisäksi siihen, miten lapset käyttävät päättelyä ratkaistessaan matemaattisia tehtäviä (Vukovic & Lesaux, 2013).

1.3.2. Visuaalinen päättelykyky

Visuaalisten taitojen on todettu olevan yhteydessä määrällisyyden käsitteisiin ja aritmeettisiin kykyihin (Pina ym., 2014). Neljän vuoden seurantatutkimuksessa havaittiin spatiaalisten taitojen ennustavan viidesluokkalaisten matemaattisia taitoja (Casey ym., 2015). Spatiaalisia taitoja vahvistavien interventtioiden on myös todettu parantavan matemaattisia taitoja alakouluikäisillä lapsilla (Cheng & Mix, 2015) ja nuorilla aikuisilla (Sorby ym., 2013). Alakoulun viimeisillä luokilla visuaalisen päättelykyvyn ja matematiikan yhteys oli suurempi kuin ensimmäisillä luokilla (Casey ym., 2015), joka voi kertoa siitä, että ylemmillä luokilla ongelmanratkaisu vaatii enemmän päättelykykyä.

1.3.3. Työmuisti

Työmuistin on todettu olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin (Alloway & Alloway, 2010; Alloway & Passolunghi, 2011; Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen & van Luit, 2013; Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent & Numtee, 2007; Geary, 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto, 2004; Giofrè, Mammarella & Cornoldi, 2014; Kleemans ym., 2018; Lee & Bull, 2015; Passolunghi ym., 2007; Passolunghi, Mammarella & Altoè, 2008). Työmuisti vaikuttaa matemaattiseen suoriutumiseen sekä aikuisilla että lapsilla (Geary ym., 2004; Geary ym., 2007). Työmuistin ja matematiikan yhteydet lapsilla vaihtelivat luokkatasoittain, sillä alakoulun viimeisillä luokilla työmuistin vaikutus matematiikan taitoihin on heikompi kuin ensimmäisillä luokilla (Lee & Bull, 2016). Luokkatasojen erot voivat johtua opintosuunnitelmista, joissa tietyillä luokilla siirrytään uudenlaisiin asioihin (van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen & van Luit, 2015). Uudet asiat voivat vaatia enemmän työmuistia, kun oppilaat eivät voi tukeutua niin paljon aiemmin opittuun ainekseen. Esimerkiksi neljännellä luokalla työmuisti ennustaa jako- ja kertolaskuissa suoriutumista enemmän kuin vähennys- ja yhteenlaskuissa suoriutumista, sillä yksinkertaisemmat vähennys- ja yhteenlaskut ovat jo automatisoituneita (van de Weijer-Bergsma ym., 2015).

Työmuistin on todettu olevan yhteydessä myös geometriaan, silloinkin kun älykkyyden vaikutus on kontrolloitu (Giofrè ym., 2014).

Työmuistin on todettu olevan älykkyydestä erillinen ja itsenäinen osa, joka on vahva ennustaja akateemisille taidoille (Alloway & Alloway, 2010). Eräässä tutkimuksessa havaittiin peruskoulun alkaessa työmuistin olevan merkitsevämpi ennustaja akateemiselle suoriutumiseen kuin älykkyyden (Alloway & Alloway, 2010). Lapset, jotka ovat saaneet matemaattisen oppimisvaikeuden diagnoosin, suoriutuivat prosessointinopeus- ja työmuistitehtävistä heikommin kuin verrokkit (Geary ym., 2007). Työmuistin eri osa-alueet, kuten visuospatiaalinen lehtiö, fonologinen silmukka ja keskusyksikkö ennustavat lasten matemaattista suoriutumista (van de Weijer-Bergsma ym., 2015). Työmuisti ei kuitenkaan ennustanut lasten erilaista kehitystä matematiikassa lukuvuoden aikana (van de Weijer-Bergsma ym., 2015).

Alakouluikäisillä lapsilla alhaisempi työmuistin kapasiteetti oli yhteydessä heikompaan matemaattiseen suoriutumiseen (Friso-van den Bos ym., 2013). Matemaattiset vaikeudet ovat yhteydessä laajempaan kognitiiviseen heikentymään työmuistissa ja prosessointinopeudessa, kun lukemisen ja kirjoittamisen oppimisvaikeudet on kontrolloitu (Poletti, 2016). Kun muut tekijät on kontrolloitu, työmuistilla on edelleen itsenäinen vaikutus matemaattisiin taitoihin (Alloway & Passolunghi, 2011). Allowayn ja Passolunghin (2011) tutkimuksessa sekä lyhytkestoinen muisti että työmuisti ennustivat matemaattisia taitoja ensimmäisellä luokalla. Lyhytkestoista muistia voidaan kuvailla ennemminkin passiivisena muistisäilönä, kun taas työmuistin toimintaan liittyy sekä informaation mielessä pitämistä että sen aktiivista prosessointia (Diamond, 2013; Eagle, 2002). Toisella luokalla ainoastaan työmuisti enää ennusti matemaattisia taitoja. Tämä voi johtua siitä, että ensimmäisellä luokalla tarvitaan sekä lyhytkestoista muistia että työmuistia, sillä laskutaidon strategiat eivät vielä ole automatisoituneita. Tutkimuksen mukaan iän myötä tapahtuvan kognitiivisen kehityksen vuoksi työmuistin tärkeys matematiikassa vähenee, ja käyttöön otetaan erilaisia strategioita (van de Weijer-Bergsma ym., 2015). Vaikka työmuistin ja matemaattisten taitojen yhteydet on useissa tutkimuksissa todettu, työmuisti ja matematiikka eivät kuitenkaan ole yhtenäisiä komponentteja (Pina ym., 2014). Kuten edellä on todettu, työmuisti jakaantuu neljään eri komponenttiin, ja matematiikkaan tarvitaan monia erilaisia taitoja.

Työmuistin keskusyksikkö on yhteydessä matematiikassa suoriutumiseen (Holmes & Adams, 2007; Passolunghi ym., 2007). Lapset, joilla oli heikommat matemaattiset taidot, suoriutuivat huonommin kaikista tehtävistä, joilla arvioitiin työmuistin keskusyksikön toimintaa (D'Amico & Guarnera, 2005). Näillä lapsilla oli vaikeuksia sekä kielellistä että numeerista materiaalia sisältävissä tehtävissä (D'Amico & Guarnera, 2005). Matemaattisten taitojen heikentymä näkyy laaja-alaisesti keskusyksikön toiminnassa (Geary ym., 2007). Matematiikan eri osa-alueiden vaikeuksissa keskusyksikkö näyttää toimivan mediaattorina (Geary ym., 2007). Toisaalta keskusyksikön yhteydet sekä eri työmuistitehtäviin että eri matematiikan osa-alueisiin luovat vaikutelman siitä, että keskusyksikön toimintaa arvioivat menetelmät voivat kertoa ennemminkin yleisestä kognitiivisesta kyvykkyydestä (Bull ym., 2008; Holmes & Adams, 2007). Keskusyksikön lisäksi työmuistin visuospatiaalisen ja fonologisen komponentin on todettu vaikuttavan moniin tiettyihin matematiikan taitojen ongelmiin (Geary ym., 2007).

Visuospatiaalisen työmuistin on todettu olevan tilastollisesti merkitsevä ennustaja matemaattiselle suoriutumiselle lapsuudessa (Bull ym., 2008; Formoso ym., 2018). Lapset, joilla oli heikommat matemaattiset taidot, suoriutuivat verrokkeja huonommin visuospatiaalista työmuistia arvioivista tehtävistä (D'Amico & Guarnera, 2005). Lisäksi työmuistin visuaalisen komponentin on havaittu olevan merkittävä tekijä geometriassa (Giofrè ym., 2014). Erään tutkimuksen mukaan visuospatiaalisen työmuistin yhteys matemaattisiin taitoihin on suurempi lukuvuoden alussa, kun taas fonologisen työmuistin merkitys kasvaa lukuvuoden loppua kohden: työmuistin sijasta lukuvuoden lopussa oppilaiden havaittiin käytettävän matematiikassa enemmän verbaalisia strategioita ja pitkäkestoisesta muistista hakemista (van de Weijer-Bergsma ym., 2015). Lisäksi matemaattisille oppimisvaikeuksille on tyypillistä heikentymät visuospatiaalisessa työmuistissa (Geary, 1993).

Visuospatiaalisen ja fonologisen työmuistin vaikutus matemaattiseen suoriutumiseen on riippuvainen iästä, materiaalin tuttuudesta ja matemaattisen taidon osa-alueesta (van de Weijer-Bergsma ym., 2015). Fonologisen silmukan on havaittu ennustavan matemaattisia taitoja ensimmäisellä luokalla, mutta eräässä tutkimuksessa havaittiin vaikutuksen häviävän toisen luokan myötä (Passolunghi ym., 2008). Toisaalta fonologinen silmukka on yhteydessä myös monimutkaisiin sanallisiin matematiikan tehtäviin (Pina ym., 2014) sekä geometrian taitoihin (Giofrè ym., 2014). Tutkijat ovat erimielisiä näistä yhteyksistä, sillä esimerkiksi

eräissä tutkimuksissa on esitetty tukea hypoteesille, jonka mukaan matemaattiset heikentymät eivät ole yhteydessä työmuistin fonologisen silmukan toimintaan (D'Amico & Guarnera, 2005).

1.4. Erityisopetusstatuksen, sukupuolen ja kotikielen yhteydet matemaattisiin taitoihin

Oppimisen ja koulunkäynnin tuet jaetaan Suomessa kolmeen eri tasoon: yleiseen, tehostettuun ja erityiseen tukeen. Vuonna 2017 tehostettua ja erityistä tukea sai 17,5 prosenttia peruskoulun oppilaista (Tilastokeskus, 2017). Erityisopetusstatus on tässä tutkimuksessa niillä oppilailla, jotka saavat tehostettua tai erityistä tukea. Erityisopetusta Suomessa voivat saada oppilaat, joilla todetaan esimerkiksi oppimisvaikeuksia, kehitysviivästymä, aivotoiminnan häiriö, tunne-elämän häiriö, liikunta- tai aistivamma (Tilastokeskus, 2018). Erityisopetuksessa olevat oppilaat suoriutuvat ikätovereihin verrattuna heikommin esimerkiksi lukemisessa, matematiikassa ja luonnontieteissä (Schulte & Stevens, 2015; Wagner ym., 2006; Wei, & Lenz & Blackorby, 2012). Erityisopetuksessa olevien oppilaiden matemaattiset taidot voivat myös kehittyä hitaammin kuin ikätovereilla (Wei ym., 2012). Toisaalta syyt, joiden takia oppilas saa erityisopetusta, ovat hyvin erilaisia. Se johtaa suureen vaihteluun oppilaiden matemaattisissa taidoissa (Wei ym., 2012).

Useissa tutkimuksissa on todettu, että pojat suoriutuvat matemaattisia taitoja mittaavista tehtävistä paremmin kuin tytöt, joskin erot ovat usein vähäisiä (Lachance & Mazzocco, 2006; Reilly, Neumann, & Andrews, 2015). Esimerkiksi kansainvälisissä PISA-tutkimuksissa on havaittu, että pojat saavat parempia pisteitä matematiikasta (Kupari ym., 2013; Stoet & Geary, 2013). Sukupuolierot matematiikassa ovat pieniä varsinkin helpoissa tehtävissä ja kasvavat tehtävien vaikeustason noustessa (Penner, 2003). Varsinkin parhaiten matematiikassa suoriutuvien joukossa poikien osuus suurempi kuin tyttöjen (Stoet & Geary, 2013; Halpern, Benbow, Geary, Gur, Hyde & Gernsbacher, 2007). Toisaalta myös kaikkein heikoimmin suoriutuvissa oppilaissa poikien osuus on suurempi (Kupari ym., 2013). Poikien paremmuus matematiikassa voi johtua poikien käyttämisestä erilaisista ratkaisustrategioista (Carr & Davis, 2001).

Toisaalta monissa tutkimuksissa poikien ja tyttöjen matemaattisissa taidoissa ei ole löydetty eroja (Aunola ym., 2004; Kikas ym., 2009; Scafidi & Bui, 2010). Tutkimuksen mukaan myös maiden välillä on vaihtelua, sillä toisissa maissa on havaittu sukupuolieroja matemaattisissa

taidoissa ja toisissa ei (Shen, Vasilyeva & Laski, 2016). Tämä voi johtua maiden koulutusjärjestelmien välisistä eroavaisuuksista. Myös tutkimuksissa käytettävät arviointimenetelmät vaikuttavat tuloksiin, sillä on viitteitä siitä, että sukupuolieroja nähdään vain tietynlaisissa matematiikan tehtävissä (Shen ym., 2016). Esimerkiksi suomalaisessa seurantatutkimuksessa esikoulusta toiseen luokkaan ei havaittu sukupuolten välillä eroja matematiikan taidoissa (Aunola ym., 2004). Tässä tutkimuksessa poikien havaittiin kuitenkin kehittyvän matematiikassa nopeammin kuin tyttöjen. Yhdysvaltalaisessa tutkimuksessa kehityksessäkään ei ollut nähtävissä sukupuolieroja (Lachance & Mazzocco, 2006).

Havaitut sukupuolierot matematiikassa voivatkin olla peräisin laajemmista eroista kognitiivisissa kyvyissä, erityisesti liittyen poikien parempiin spatiaalisiin taitoihin (Geary, Sauls, Liu & Hoard, 2000). Edellä esitetyn mukaisesti spatiaaliset taidot ovat merkittävä ennustaja alakouluikäisten matemaattisille taidoille (Casey ym., 2015; Cheng & Mix, 2015). Tyttöjen spatiaaliset taidot ovat useiden tutkimusten mukaan poikia heikommalla tasolla (Geary & DeSoto, 2001; Halpern ym., 2007; Kaufman, 2007; Levine ym., 1999). Sukupuolieroja spatiaalisissa taidoissa on havaittavissa jo viisivuotiailla (Levine ym., 1999). Tytöt puolestaan suoriutuvat paremmin lukemista vaativissa tehtävissä, ja tämä ero oli kolme kertaa suurempi kuin tyttöjen ja poikien ero matematiikassa (Kupari ym., 2013; Stoet & Geary, 2013).

Toisaalta tutkimuksen mukaan sukupuolierot matemaattisissa taidoissa voivat johtua myös asenteista, uskomuksista tai itsevarmuudesta (Meelissen & Luyten, 2008). Varmuus omista taidoista vaikuttaa akateemiseen suoriutumiseen ja matemaattisiin taitoihin (Kikas ym., 2009; Meelissen & Luyten, 2008; Valentine, DuBois & Cooper, 2004). Tanskalaisessa tutkimuksessa ainoastaan 0,1% matemaattisten taitojen vaihtelusta johtui sukupuolesta, ja paljon suurempi osa vaihtelusta oli peräisin uskomuksista ja asenteista (Meelissen & Luyten, 2008). Pojat ovat itsevarmempia taidoistaan matematiikassa, ja itsevarmuus on yhteydessä parempaan suoriutumiseen matematiikassa (Meelissen & Luyten, 2008). Tyttöillä nähdään lisäksi enemmän negatiivisia asenteita matematiikkaan, ja nämä ennustavat heikompia matematiikan taitoja (Kikas ym., 2009). Lisäksi stereotyyppiä siitä, etteivät tytöt suoriudu matematiikasta yhtä hyvin kuin pojat, ovat edelleen yleisiä (Cavanagh, 2008). Näillä stereotyyppioilla on negatiivisia vaikutuksia tyttöjen matemaattisiin taitoihin esimerkiksi asenteiden ja itsevarmuuden kautta (Schmader, Johns & Barquissan, 2004).

Tutkimuksen mukaan myös lapsen kotikieli vaikuttaa akateemiseen suoriutumiseen. Kotona vieraan kielen puhuminen heikensi selvästi lapsen akateemista suoriutumista verrattuna kantaväestöön (Schnepf, 2004). Kielitaidon parantaminen maahanmuuttajaoppilaille on tärkeää sekä akateemisen suoriutumisen että yhteiskuntaan integroitumisen kannalta (Schnepf, 2004). Maahanmuuttajataustaisten lasten oppimistulokset ovat selkeästi heikompia matematiikassa, lukutaidossa ja luonnontieteissä verrattuna kantaväestöön (Kupari ym., 2013; Kuusela ym., 2008). Ero voi johtua useista eri syistä, kuten sosioekonomisesta asemasta, kielitaidon puutteesta, iästä jolloin on saapunut maahan tai perheen oppimisilmapiiristä (Schnepf, 2004). Matematiikassa kielitaito ei kuitenkaan ole niin suuressa roolissa, ja ero kantaväestöön voi olla pienempi, joten matematiikka voikin olla yksi tapa nopeuttaa ja helpottaa maahanmuuttajan sopeutumista kouluun (Giannelli & Rapallini, 2016). Näin ollen on tärkeää tutkia maahanmuuttajien koulusuoriutumista, sillä vieraskielisten lasten määrä Suomessa varsinkin pääkaupunkiseudulla tulee kasvamaan seuraavina vuosikymmeninä: vuonna 2035 lähes joka kolmannen helsinkiläisen peruskouluikäisen lapsen arvioidaan olevan vieraskielinen (Helsingin kaupunginkanslian tilastojulkaisuja, 2019).

1.5. Tutkimuskysymykset ja hypoteesit

Tutkimuskysymys 1. Onko kognitiivisia kykyjä arvioivissa tehtävissä suoriutuminen yhteydessä matematiikan tehtävissä suoriutumiseen?

Hypoteesi 1. Yleinen älykkyys on yhteydessä matematiikan tehtävissä suoriutumiseen. Ne lapset, jotka saavat parempia pisteitä WISC-IV osatehtävissä, pärjäävät myös paremmin matemaattisia taitoja mittaavissa MATTE- ja RMAT -tehtävissä.

Tutkimuskysymys 2. Vaikuttavatko kotikieli, erityisopetusstatus tai sukupuoli matematiikan tehtävissä suoriutumiseen?

Hypoteesi 2. Kieli, erityisopetusstatus ja sukupuoli vaikuttavat matematiikan tehtävissä suoriutumiseen. Lapset, joiden kotikieli on jokin muu kuin suomi tai joilla on erityisopetusstatus suoriutuvat heikommin matematiikan tehtävistä. Lisäksi oletetaan, että pojat pärjäävät tyttöjä paremmin matematiikan tehtävissä.

Tutkimuskysymys 3. Kehittyvätkö lapset kahden lukuvuoden aikana matematiikan tehtävissä? Onko kehitys samankaltaista kielestä, erityisopetusstatuksesta ja sukupuolesta riippumatta?

Hypoteesi 3. Kaikki lapset kehittyvät ajan myötä matematiikan tehtävissä. Kehitys on taustamuuttujista huolimatta samankaltaista.

2 MENETELMÄT

Tämä pro gradu -tutkielma on osa Arts@School -projektia. Arts@School -projektin Musiikki, liike ja oppiminen -tutkimuksessa kartoitetaan musiikki- ja liikeinterventioiden vaikutuksia alakouluikäisten lasten kognitiivisiin, akateemisiin ja sosiaalisiin taitoihin sekä koulunkäyntimotivaatioon. Tutkimukseen kuului myös EEG-mittauksia. Tässä tutkielmassa tarkastellaan kognitiivisten kykyjen yhteyttä matemaattisiin taitoihin. Tarkastelun kohteena on koko otos, ja interventiot on tässä tutkielmassa jätetty huomioimatta. Tutkimukseen osallistuneilla lapsilla oli vanhempien lupa osallistua tutkimukseen. Tutkimusten aikana lapsille oli tarjolla mehua ja keksejä. Lapset saivat valita tarran palkinnoksi tutkimukseen osallistumisesta. Tutkimusprojekti sai puoltavan lausunnon ennen tutkimusten aloittamista Helsingin yliopiston Ihmistieteiden eettisen ennakkoarvioinnin toimikunnalta.

2.1. Koehenkilöt

Koehenkilöitä oli yhteensä 73, joista 39 oli poikia ja 34 tyttöjä. Tutkimuksen alussa he olivat pääkaupunkiseudulla sijaitsevan alakoulun 3. luokan oppilaita. Koulu valittiin mukaan harkinnanvaraisella otannalla. Tarkoituksena oli löytää koulu, jossa oli neljä rinnakkaisluokkaa, jotka kaikki olivat normaalin opetuksen luokkia.

Äidinkielenään suomea puhuvia oppilaita oli 49 (25 poikaa ja 24 tyttöä). Oppilaita, joiden äidinkieli oli jokin muu kuin suomi, oli 24 (10 oli tyttöä ja 14 poikaa). Koehenkilöistä 32 saa erityisopetusta (poikia 21 ja tyttöjä 11). Yhdeltä lapselta ei ole tietoa erityisopetusstatuksesta. Lisäksi erityisopetusta saavista lapsista 50 prosenttia puhuu kotikielenään jotain muuta kieltä kuin suomea. Ensimmäisen mittauksen aikana nuorin oppilas oli 8 vuoden ja 8 kuukauden ikäinen ja vanhin oppilas oli 10 vuoden ja 6 kuukauden ikäinen. Lasten keskimääräinen ikä oli 9 vuotta ja 4 kuukautta. Iän keskihajonta oli 4 kuukautta.

2.2. Arviointimenetelmät

2.2.1 WISC-IV

Kognitiivista suoriutumista mitattiin Wechsler's Intelligence Scale for Children IV - arviointimenetelmällä (WISC-IV) (Wechsler, 2010). Tutkimukseen valittiin 15 osatestistä neljä: kuutiotehtävät, sanapäättely, numerosarjat eteenpäin sekä numerosarjat taaksepäin.

Visuaalista ja avaruudellista hahmottamista arvioitiin kuutiotehtävällä. Kuutiotehtävässä testaaaja näyttää lapselle paperilta mallikuvion, ja lapsen pitää muodostaa samanlainen kuvio kaksiväristen kuutioiden avulla (Wechsler, 2010). Kuutiotehtävissä on aikarajat.

Suoriutumiseen kuutiotehtävissä vaikuttaa sekä hahmotus- että motoriset taidot.

Kuutiotehtävä vaatii lapselta kykyä erotella kuvio mielessään palasiksi ja sen jälkeen koota palasista identtinen kuvio (Sattler, 2001).

Kielellistä päättelykykyä arvioitiin sanapäättelytehtävällä. Tehtävässä lapselle esitetään vihjeitä, joiden avulla hänen tulee arvata, mihin esineeseen tai asiaan vihjeet viittaavat (Wechsler, 2010). Vihjeenä voi olla esimerkiksi: ”Tällä osalla päätäsi näet”, johon oikea vastaus on silmä tai silmät. Sanapäättelytehtävällä voidaan arvioida kielellistä ymmärtämistä, analogista, deduktiivista ja yleistä päättelykykyä, kykyä erilaisen informaation yhdistämiseen ja tuottamiseen, kielellistä abstrahointia, asiantietoutta sekä kykyä luoda vaihtoehtoisia käsitteitä.

Työmuistia arvioitiin numerosarjatehtävillä (Wechsler, 2010). Numerosarjatehtävissä lapselle luetaan ääneen numeroja, ja lapsi toistaa numerot tehtävästä riippuen joko samassa järjestyksessä tai päinvastaisessa järjestyksessä. Työmuistin lisäksi numerosarjat eteenpäin vaatii ulkoa oppimista, tarkkaavuutta, tiedon koodaamista sekä kuulonvaraista prosessointia. Numerosarjat taaksepäin vaatii lisäksi suunnittelua ja informaation manipulointia. Numerosarjatehtävällä voidaan arvioida erityisesti työmuistin fonologisen silmukan toimintaa (Sattler, 2001).

Vaikka tutkijat ovat erimielisiä WISC-testipatteristojen validiteetista, ne ovat silti käytetyimpiä menetelmiä arvioimaan lasten älykkyyttä (Kaufman, Flanagan, Alfonso & Mascolo, 2006; Keith, Fine, Taub, Reynolds & Kranzler, 2006; Sattler, 2001). Lisäksi WISC-

testipatteristoissa on havaittu katto- ja lattiaefektit, eli testit eivät erottele erittäin huonosti tai erittäin hyvin suoriutuvia lapsia (Sattler, 2001).

2.2.2 MATTE

MATTE-testillä arvioitiin matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisutaitoa ja laskutaitoa (Kajamies, Vauras, Kinnunen & Iiskala, 2003). MATTE on tarkoitettu erityisesti 3.-5. luokkalaisille lapsille. MATTE-testillä voidaan lisäksi kartoittaa matematiikka-asenteita, joita ei kuitenkaan tässä tutkielmassa tarkastella. Oppilaat tekivät MATTE-testin yhteensä neljänä kertana kahden lukuvuoden aikana. MATTE-testissä on sanallisten tehtävien ratkaisutaidon kehityksen seuranta varten kaksi erilaista tehtäväsarjaa, joita tässä tutkimuksessa käytettiin. Eri tehtäväsarjojen käyttö vähentää oppimisvaikutuksen mahdollisuutta. MATTE-testissä ei ole aikarajaa, oppilaat saavat käyttää tehtävien tekemiseen niin kauan aikaa kuin he tarvitsevat. Tässä tutkimuksessa testi tehtiin kuitenkin yhden oppitunnin (45min) aikana. MATTE-testin tehtävät ovat selkeästi erilaisia verrattuna tyypillisiin oppikirjatehtäviin, jotta tehtävillä pystytään arvioimaan oppilaan taitoja ymmärtää tehtävien kuvaamat tilanteet. Lisäksi MATTE-tehtävissä on usein ylimääräistä tietoa tai lukuja, joita ei tarvita tehtävän ratkaisussa. Näin ollen pelkkä avainsanojen löytäminen ei tuota oikeaa ratkaisua (esim. kertaa-sana toistuu tehtävässä, mutta kertolaskua ei tarvita tehtävän ratkaisemiseen). Tehtävien oikein ratkaiseminen vaatii hyvää luetunymmärtämistä, sillä tehtävät sisältävät paljon tekstiä (taulukko 1). Osassa tehtäviä vaaditaan myös mittamuunnoksia, jotka tuottavat usein haasteita oppilaille.

Taulukko 1. Esimerkkitehtävä MATTE -testistä

	Laskuvaiheet	Vastaus
Tätisi antaa sinulle ja kahdelle kaverillesi 10 euroa ja 20 senttiä herkkujen ostamista varten. Jaatte rahat keskenänne tasan. Kuinka paljon jokainen teistä saa rahaa?	$10,20 / 3=3,4$ $1020 / 3=340$	3,4 euroa

Muokattu lähteestä Kajamies ym. 2003.

MATTE-testin vertailuaineisto on kerätty vuosina 2000–2002. Aineisto koostuu 445 oppilaasta, jotka olivat 13 yleisopetuksen koulusta eteläisestä Suomesta.

2.2.3 RMAT

RMAT-laskutaidon testi on tarkoitettu peruslaskutaitoa arvioivaksi testiksi kolmannesta kuudenteen luokkalaisille lapsille (Räsänen, 2004). Malli testiin poimittiin amerikkalaisesta WRAT-tasotestistä, joka on kymmenen minuutin mittainen vaativa suoritustesti. WRAT:in psykometriset ominaisuudet ovat useissa tutkimuksissa todettu riittäviksi oppimisvaikeuksien seulontatarpeisiin. Testi muokattiin vastaamaan suomalaista opetuskulttuuria, ja lisäksi peruslaskujen osuutta suurennettiin. RMAT on normitettu ensimmäisen kerran vuonna 1992 (N=2673). Toinen normiaineisto kerättiin vuosina 2000–2002. RMAT-testillä voidaan kartoittaa peruslaskutaidon hallintaa, kuten erilaisissa laskutoimituksissa suoriutumista päässäälasku- ja allekkainlaskumuodossa esitettynä (esim. $25 + 13 = ?$, tai $x : 40 = 8$, $x = ?$). RMAT on aikarajoitteinen testi. Tässä tutkimuksessa RMAT-testi tehtiin kolmena kertana.

RMAT-testin validiteettia on tutkittu kahdella tavalla (Räsänen, 2004). On tutkittu, ovatko tulokset samansuuntaisia muiden matemaattisia taitoja mittaavien testien kanssa. RMAT-testin ja muiden matemaattisia taitoja mittaavien testien väliset korrelaatiot vaihtelivat välillä .43–.66 ($p < .001$). Lisäksi on tarkasteltu niitä lapsia, jotka ovat saaneet osittain RMAT-testin tulosten perusteella laskutaidon erityishäiriö -diagnoosin. Normiaineiston pohjalta tehdyissä tutkimuksissa on havaittu, että ne lapset, joiden suoriutuminen RMAT-testissä sekä WRAT-T-laskutaitotestissä jäi selvästi alle keskitason siitakin huolimatta, että lapset saivat älykkyystesteissä ikätasaisen tuloksen, menestyivät erittäin heikosti myös monimutkaisemmissa lukujen luettelutehtävissä ja yksinumeroisilla luvuilla laskemisessa. He suoriutuivat myös erittäin hitaasti moninumeroisten lukujen allekkainlaskuissa. Reliabiliteettitarkastelussa RMAT-testin tulosten pysyvyyden korrelaatiot olivat .65–.83. Chronbachin alfa oli eri luokka-asteilla välillä .92 –.95.

2.3. Tutkimuksen kulku

Kognitiivista tasoa mittaavat WISC-IV -osatestit suoritettiin erillisessä, häiriöttömässä huoneessa oppituntien aikana yksi oppilas kerrallaan yhdessä testaajan kanssa. Testaajina toimivat koulutetut tutkimusavustajat. Testaus kesti noin puoli tuntia. Matemaattisia taitoja mittaavat RMAT- ja MATTE-testit tehtiin oppituntien aikana yhteisesti koko luokan kesken, luokanopettajien ohjaamina. Kaikki testimateriaali oli suomen kielellä. Vieraskielisillä oppilailla oli joissakin tapauksissa avustaja luokassa. Lisäksi oppilaat tekivät

toiminnanohjausta arvioivan tietokonepohjaisen Modified Flanker -testin, jonka tuloksia ei raportoida tässä yhteydessä. Oppilaille tehtiin myös EEG-mittauksia ja motivaatiokyselyitä.

Oppilaiden kognitiivisia kykyjä ja matemaattisia taitoja arvioitiin yhteensä neljänä kertana kahden lukuvuoden aikana, vuosina 2016–2018. Ensimmäiset mittaukset suoritettiin syys-lokakuussa 2016, toiset mittaukset tammikuussa 2017, kolmannet mittaukset toukokuussa 2017 ja neljännet mittaukset huhti-toukokuussa 2018. Muista testeistä poiketen, WISC-IV sanapäättely- ja RMAT -testit tehtiin kolmena kertana oppimisvaikutuksen välttämiseksi. Nämä testit jätettiin toisella mittauskerralla tekemättä. Taulukossa 2 on esitetty koehenkilöiden määrät eri mittauskerroilla ja testeissä.

Taulukko 2. Koehenkilöiden määrä

Mittauskerta	Sanapäättely	Kuutiot	Numerosarjat	MATTE	RMAT
Syksy 2016	59	59	59	60	60
Kevät 2017	61	61	61	59	58
Kevät 2018	64	66	66	63	62

2.4. Tilastolliset menetelmät

Tilastollinen analysointi suoritettiin IBM SPSS Statistics for Windows -ohjelman versiolla 25 (IBM Corporation, New York, Yhdysvallat). Analyyseina käytettiin lineaarisia sekamalleja, joita tehtiin yhteensä kuusi kappaletta. Puuttuville arvoille ei tehty imputointeja, sillä lineaarinen sekamalli on menetelmänä robusti, ja puuttuvista arvoista huolimatta koko aineisto saadaan käyttöön. Tilastollisissa analyyseissa käytettiin testien raakapisteitä. Molemmat matematiikan taitoja arvioivat testit olivat erikseen ennustettavina muuttujina, ja näitä ennustettiin WISC-IV -osatehtävissä suoriutumisen avulla. WISC-IV -osatehtävät numerosarjat taaksepäin ja numerosarjat eteenpäin -tehtävistä muodostettiin summamuuttuja, jota käytettiin analyyseissa yksittäisten muuttujien sijaan. Analyyseissä käytettiin kaikista testeistä kolmea mittauskertaa, jotta tilastolliset analyysit olisivat tasapainossa. Analyyseihin otettiin mukaan ne kolme mittauskertaa, jotka olivat kaikissa testeissä mukana, jotta mittauskerrat vastasivat mahdollisimman hyvin toisiaan.

Alustavissa analyyseissa ei löydetty luokissa järjestetyille musiikki- tai liikeinterventioille tilastollisesti merkitseviä pää- tai yhdysvaikutuksia, joten ne jätettiin lopullisista analyyseistä pois. Taustamuuttujista mukaan tilastollisiin analyyseihin otettiin sukupuoli,

erityisopetusstatus, kotikieli (suomenkielinen tai ei-suomenkielinen) ja mittauskerta. Post hoc -testinä käytettiin yksisuuntaista varianssianalyysia, jolla tarkasteltiin kieliryhmien eroja MATTE-testissä suoriutumisessa eri mittauskerroilla.

3 TULOKSET

3.1. Perustunnusluvut ja vertailu normeihin

Matematiikan tehtävissä suoriutumista ennustettiin lineaarisilla sekamalleilla. Suoriutumista ennustettiin kaikilla tutkimuksessa mukana olleilla WISC-IV osatehtävillä, sukupuolella, mittausajankohdalla, erityisopetusstatuksella ja kotikielellä. Taulukossa 3 on esitetty kaikkien tehtävien raakapisteiden keskiarvot ja keskihajonnat sekä minimi- ja maksimi-arvot kolmelta eri mittauskerralta.

Taulukko 3. Raakapisteiden perustunnusluvut

Mittauskerta	1	2	3
<i>Sanapäättely</i>			
Ka (kh)	12.1 (3.08)	13.5 (3.24)	14.1 (3.27)
Min	4	5	5
Max	18	20	20
<i>Kuutiot</i>			
Ka (kh)	30.7 (3.18)	39.9 (2.99)	38.2 (3.24)
Min	10	18	4
Max	57	63	64
<i>Numerosarjat</i>			
Ka (kh)	12.2 (2.09)	13.3 (2.63)	13.0 (2.38)
Min	8	9	9
Max	18	20	19
<i>MATTE</i>			
Ka (kh)	4.9 (6.23)	10.5 (8.81)	14.0 (10.14)
Min	0	0	0
Max	24	31	35
<i>RMAT</i>			
Ka (kh)	18.8 (6.10)	24.4 (7.04)	29.9 (5.64)
Min	0	0	18
Max	29	38	44

Lyhenteet: ka=keskiarvo, kh=keskihajonta, min=minimiarvo, max=maksimiarvo

Taulukossa 4 on esitetty aineiston kaikkien tehtävien standardipistemäärien keskiarvot. WISC-IV -osatehtävissä standardipisteiden keskiarvo normiaineistossa on 10 ja keskihajonta 2 (Wechsler, 2010). Standardipisteet vaihtelevat välillä 1–20. Tässä aineistossa suoriutuminen WISC-IV osatehtävissä on siis keskitasoista verrattuna ikätasoihin normeihin. MATTE-testin pistemäärät vaihtelevat välillä 0–40. MATTE -testissä keskitasoisen tuloksen saadakseen pistemäärän tulisi olla 20–28 pistettä (Kajamies ym., 2003). Pisteet 0–19 kuvaavat sanallisten tehtävien ratkaisutaitoa heikoksi. Tässä aineistossa sanallisten tehtävien ratkaisutaidot ovat keskimääräisesti heikkoja, vaikkakin kehitystä tapahtuu. RMAT -testissä standardipisteet vaihtelevat välillä 1–18 (Räsänen, 2004). Keskitaso on 8–12 pistettä, ja heikko keskitaso 6–7 pistettä. Tässä tutkimuksessa otoksen keskiarvot verrattuina normeihin vaihtelevat ensimmäisen mittauskerran heikosta keskitasosta toisen ja kolmannen mittauskerran keskitasoiseen suoriutumiseen.

Taulukko 4. WISC-IV -osatehtävien ja matematiikan tehtävien standardipisteiden keskiarvot

Mittauskerta	Sanapäättely	Kuutiot	Numerosarjat	MATTE	RMAT
1	8.3	9.1	9.1	4.9	6.9
2	9.3	11.1	9.4	10.5	10.5
3	8.9	9.6	10	14	8.3
Kaikki	8.8	9.9	9.5	9.8	8.6

3.2. Kognitiivisten kykyjen yhteydet matematiikan tehtäviin

Taulukossa 5 on esitetty lineaaristen sekamallien tulokset. Sanapäättelytehtävä ($p=.016$) ja kuutiotehtävä ($p=.02$) olivat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä MATTE-tehtävässä suoriutumiseen. Sekä sanapäättely- että kuutiotehtävän regressiokertoimet olivat positiiviset (0.49, $p=.02$ ja 0.14, $p=.02$), eli paremmat pisteet sanapäättely- tai kuutiotehtävässä olivat yhteydessä parempaan suoriutumiseen MATTE-tehtävissä (taulukko 6).

Tutkittaessa kykytehtävien vaikutusta peruslaskutaitoa mittaavaan RMAT-testiin havaittiin, että ainoastaan numerosarjatehtävä oli tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä RMAT-testissä suoriutumiseen ($p=.01$). Numerosarjatehtävän regressiokerroin oli 0.59 ($p<.01$), eli paremmat pisteet numerosarjatehtävässä ennustivat parempia pisteitä RMAT-testissä.

Taulukko 5. Lineaaristen sekamallien tulokset

	MATTE		RMAT	
	F	p	F	p
<i>Sanapäättely</i>	5.93 (1, 129)	.016	0.99 (1, 137)	.32
Mittauskerta	17.08 (2, 58)	<.001	56.16 (2, 59)	<.001
Erityisopetusstatus	7.91 (1, 76)	.01	17.22 (1, 71)	<.001
Kieli	0.53 (1, 72)	.47	0.99 (1, 62)	.32
Sukupuoli	1.44 (1, 62)	.24	0.07 (1, 58)	.8
Mittauskerta * kieli	4.66 (2, 64)	.01	0.34 (2, 54)	.72
Erityisopetusstatus * kieli	1.66 (1, 70)	.20	1.62 (1, 65)	.21
<i>Kuutiot</i>	6.01 (1, 129)	.02	0.49 (1, 127)	.49
Mittauskerta	17.06 (2, 74)	<.001	59.13 (2, 65)	<.001
Erityisopetusstatus	9.95 (1, 79)	.01	20.62 (1, 70)	<.001
Kieli	1.76 (1, 74)	.19	0.75 (1, 64)	.4
Sukupuoli	1.41 (1, 68)	.24	0.02 (1, 62)	.88
Mittauskerta * kieli	4.45 (2, 65)	.02	0.45 (2, 56)	.64
Erityisopetusstatus * kieli	2.47 (1, 72)	.12	1.88 (1, 65)	.18
<i>Numerosarjat</i>	1.50 (1, 157)	.14	8.05 (1, 137)	.01
Mittauskerta	22.00 (1, 68)	<.001	59.13 (2, 65)	<.001
Erityisopetusstatus	11.88 (1, 80)	.01	20.62 (1, 69)	<.001
Kieli	1.54 (1, 73)	.22	0.753 (1, 64)	.4
Sukupuoli	0.7 (1, 66)	.41	0.02 (1, 62)	.88
Mittauskerta * kieli	5.71 (2, 65)	.01	0.57 (2, 55)	.58
Erityisopetusstatus * kieli	3.22 (1, 72)	.08	3.19 (1, 65)	.08

Tilastollisesti merkitsevät p-arvot lihavoitu (p<.05).

3.3. Taustamuuttujien yhteydet matematiikan tehtäviin

Erityisopetusstatus oli kaikissa kuudessa analyysissä tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matematiikan tehtävissä suoriutumiseen ($p<.001$ –.01). Ne oppilaat, joilla oli erityisopetusstatus saivat heikompia pisteitä kuin muut. Regressiokertoimet oppilaille, joilla ei ollut erityisopetusstatusta, olivat 7.22–9.06 ($p<.01$ –.02), eli esimerkiksi MATTE-testisuoriutumista ennustettaessa sanapäättelytehtävällä, ne oppilaat, joilla ei ollut erityisopetusstatusta saivat keskimäärin 7.22 pistettä enemmän MATTE-testistä kuin oppilaat, joilla oli erityisopetusstatus.

Sukupuoli ei ollut missään analyysissä tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matematiikan tehtävissä suoriutumiseen ($p=.24-.88$). Myöskään lapsen äidinkieli ei ollut tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matematiikan tehtäviin ($p=.19-.47$)

Taulukko 6. Tilastollisesti merkitsevien tulosten regressiokertoimet

	MATTE		RMAT	
	Regressiokerroin	p	Regressiokerroin	p
<i>Sanapäättely</i>	0.49	.02		
Mittauskerta=1 ^a	-3.22	.11	-11.4	<.001
Mittauskerta=2 ^a	-0.06	.98	-6.23	<.001
Ei erityisopetusstatusta	7.22	.02	7.65	<.01
Mittauskerta=1 * kieli=suomi ^b	-6.95	<.01		
Mittauskerta=2 * kieli=suomi ^b	-4.34	.07		
<i>Kuutiot</i>	.14	.02		
Mittauskerta=1 ^a	-3.36	.08	-11.63	<.001
Mittauskerta=2 ^a	-0.74	.72	-6.55	<.001
Ei erityisopetusstatusta	8.22	<.01	7.81	<.01
Mittauskerta=1 * kieli=suomi ^b	-6.66	<.01		
Mittauskerta=2 * kieli=suomi ^b	-3.93	.09		
<i>Numerosarjat</i>			.59	<.01
Mittauskerta=1 ^a	-3.53	.07	-11.35	<.001
Mittauskerta=2 ^a	-0.56	.79	-6.71	<.001
Ei erityisopetusstatusta	9.06	<.01	7.48	<.01
Mittauskerta=1 * kieli=suomi ^b	-7.47	<.01		
Mittauskerta=2 * kieli=suomi ^b	-4.23	.08		

^a Referenssikategoriana mittauskerta 3.

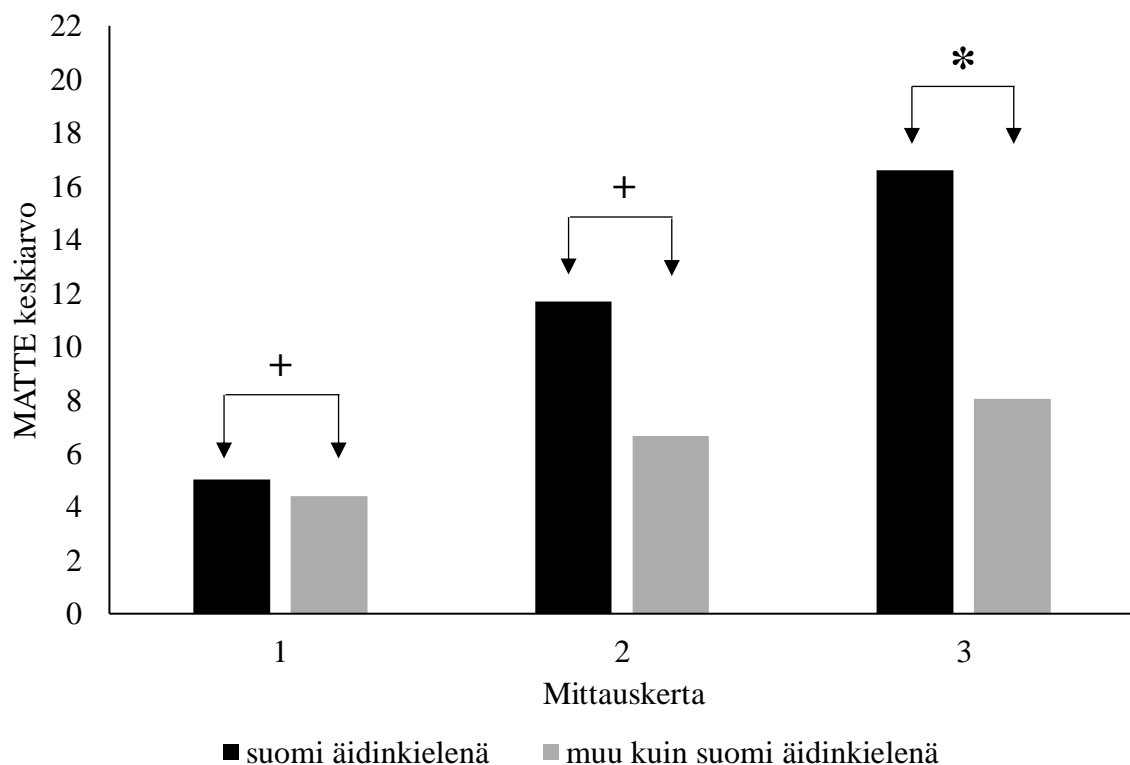
^b Referenssikategoriana mittauskerta=3 * kieli=suomi.

3.4. Kehitys matematiikan tehtävissä

Mittauskerta oli tilastollisesti erittäin merkitsevässä yhteydessä matematiikan tehtävissä suoriutumiseen ($p<.001$), eli oppilaat kehittyvät tehtävissä ajan myötä. Pistemäärät ovat kaikissa tehtävissä keskimäärin suurimmat kolmannella mittauskerralla ja heikoimmat ensimmäisellä mittauskerralla. Regressiokertoimien mukaan esimerkiksi RMAT-tehtävässä suoriutumista ennustettaessa sanapäättelytehtävässä suoriutumisella, ensimmäisellä mittauskerralla oppilaat saivat keskimäärin 11.4 pistettä vähemmän verrattuna kolmanteen mittauskertaan ($p<.001$).

Lisäksi mittauskerralla ja kielellä oli tilastollisesti merkitsevä interaktio kaikissa kolmessa analyysissä, kun ennustettiin MATTE-testissä suoriutumista sanapäättely-, kuutio- tai numerosarjatehtävillä ($p=.01-.02$). Kuvasta 1 nähdään, että oppilaat, joiden äidinkieli on suomi, parantavat suoriutumistaan MATTE-testissä ensimmäisestä mittauskerrasta kolmanteen mittauskertaan. Oppilaat, joiden äidinkieli on joku muu kuin suomi, saavat toisella mittauskerralla parempia pisteitä kuin ensimmäisellä mittauskerralla, mutta samankaltaista kehitystä ei nähdä toisen ja kolmannen mittauskerran välillä. Kieliryhmien välisiä eroja MATTE-testissä eri mittauskerroilla tarkasteltiin yksisuuntaisilla varianssianalyysillä. Näissä post-hoc -testeissä havaittiin suomenkielisten ja äidinkieleltään vieraskielisten erojen kasvavan tilastollisesti merkitseväksi kolmannella mittauskerralla ($p=.002$, kuva 1).

Kuva 1. Kielen ja ajan interaktio MATTE-testissä.



$+ = p > .05$

$* = p < .05$

4 POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää 3. ja 4. luokkalaisten lasten kognitiivisten kykyjen yhteyttä matemaattisiin taitoihin. Tutkimuksessa tarkasteltiin erikseen kielellisen ja visuaalisen päättelykyvyn sekä työmuistin vaikutusta. Lisäksi oltiin kiinnostuneita siitä, onko taustamuuttujilla, eli sukupuolella, erityisopetusstatuksella ja äidinkielellä, yhteyksiä matemaattisiin taitoihin. Tutkimuksessa selvitettiin myös matematiikan taitojen kehitystä 1,5 vuoden seurannan aikana.

4.1. Kognitiiviset kyvyt matemaattisten taitojen ennustajina

Vastauksena ensimmäiseen tutkimuskysymykseen havaittiin, että kognitiivisilla kyvyillä on yhteys matemaattisiin taitoihin. Kielellinen ja visuaalinen päättelykyky oli yhteydessä sanallisiin matematiikan tehtäviin työmuistitehtävän ennustaessa peruslaskutaidon tehtävissä suoriutumista.

Tulokset tukevat aikaisempia tutkimuksia, joissa on havaittu kielellisten taitojen ennustavan erityisesti sanallisissa tehtävissä suoriutumista (Björn ym., 2014; Wu ym., 2017). Toisaalta nämä tulokset ovat jokseenkin ristiriitaisia kielellisten taitojen yhteydestä peruslaskutaitoon verrattaessa aiempiin tutkimuksiin, joissa on löydetty yhteys kielellisten taitojen, kuten laajan sanavaraston ja kielellisen päättelykyvyn, sekä peruslaskutaidon väliltä (Alloway & Passolunghi, 2011; Kikas ym., 2009; Kleemans ym., 2018; Pina ym., 2014). Tässä tutkimuksessa RMAT-testillä tutkittua peruslaskutaitoa ennusti ainoastaan työmuistitehtävässä suoriutuminen.

Visuaalinen päättelykyky oli tässä tutkimuksessa merkittävä ennustaja sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumiselle, jota arvioitiin MATTE-testillä. Tämä tukee myös aikaisempien tutkimuksien tuloksia, joissa on havaittu visuaalisen päättelykyvyn olevan yhteydessä erilaisiin matematiikan taitoihin (Casey ym., 2015; Pina ym., 2014). Tässä tutkimuksessa arvioitiin visuaalista päättelykykyä kuutiotehtävällä, joka mittaa erityisesti visuospatiaalisia taitoja. Varsinkin spatiaaliset taidot näyttävät olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin (Casey ym., 2015). Tätä yhteyttä tukee myös se, että spatiaalisia taitoja vahvistavien interventioiden on havaittu parantavan matemaattisia taitoja sekä alakouluikäisillä lapsilla (Cheng & Mix, 2015) että nuorilla aikuisilla (Sorby ym., 2013).

Työmuistin merkitys matemaattisissa taidoissa on osoitettu jo useissa aiemmissä tutkimuksissa (Alloway & Alloway, 2010; Alloway & Passolunghi, 2011; Friso-van den Bos ym., 2013; Geary ym., 2007; Geary, 2004; Geary ym., 2004; Giofrè ym., 2014; Kleemans ym., 2018; Lee & Bull, 2015; Passolunghi ym., 2007; Passolunghi ym., 2008). Tutkijat ovat työmuistin ja matematiikan välisestä yhteydestä hyvinkin yksimielisiä. Tämänkin tutkimuksen tulokset tukevat aikaisempia löydöksiä osittain, sillä työmuisti ennusti tilastollisesti merkitsevästi peruslaskutaitoa mittaavissa tehtävissä suoriutumista. Toisaalta tässä tutkimuksessa työmuisti ei ollut yhteydessä sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumiseen, vaikka aiemmissä tutkimuksissa työmuisti on ennustanut laaja-alaisesti erilaisia matematiikan taitoja (Friso-van den Bos ym., 2013; Geary ym., 2004; Geary ym., 2007; Giofrè ym., 2014; van der Weijer-Bergsma ym., 2015). Tässä tutkimuksessa käytettiin työmuistin toiminnan arvioimiseen WISC-IV -testipatteriston numerosarjatehtävää. Numerosarjatehtävä mittaa erityisesti audittiivisen työmuistin, eli fonologisen silmukan toimintaa (Sattler, 2001). Fonologisen silmukan on aiemmassa tutkimuksessa todettu olevan yhteydessä myös monimutkaisissa sanallisissa tehtävissä suoriutumiseen (Pina ym., 2014), mutta tässä tutkimuksessa yhteyttä ei havaittu. Kuten aiemmassa tutkimuksessa on todettu, voi olla, että fonologisella silmukalla on yhteys matemaattisiin taitoihin lähinnä alakoulun ensimmäisillä luokilla (Passolunghi ym., 2008). Tämän tutkimuksen kohteena olevilla 3. ja 4. luokkalaisilla voi olla käytössään jo erilaiset oppimis- ja muististrategiat, jolloin fonologisen silmukan vaikutus sanallisissa tehtävissä suoriutumiseen häviää.

4.2. Taustamuuttujien vaikutukset matemaattisiin taitoihin

Toisena tutkimuskysymyksenä oli taustamuuttujien yhteydet matemaattisiin taitoihin. Hypoteesin vastaisesti lapsen kotikieli ei ollut yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Aiemmissä tutkimuksissa kielitaidon on todettu vaikuttavan matemaattisiin taitoihin (Kupari ym., 2013; Kuusela ym., 2008). Toisaalta matematiikassa maahanmuuttajataustaisten eron suomenkielisiin oppilaisiin on havaittu olevan pienempi, sillä matematiikassa kielitaito ei ole niin merkittävässä roolissa kuin esimerkiksi muissa kouluaineissa (Giannelli & Rapallini, 2016). Lisäksi tässä tutkimuksessa vieraskielisten lasten suomen kielen taso on hyvin vaihtelevaa, joka voi osaltaan vaikuttaa analyyseihin. Kotikieli vaikutti kuitenkin lasten matemaattisten taitojen kehitykseen seurannan aikana.

Hypoteesin mukaisesti lapset, joilla on erityisopetusstatus, suoriutuivat heikommin matemaattisista tehtävistä. Ero normaaliopetuksessa oleviin lapsiin oli suuri. Tämä tukee aiempia tuloksia, joiden mukaan erityisopetuksessa olevat lapset suoriutuvat keskimäärin ikätovereitaan heikommin matematiikassa (Schulte & Stevens, 2015; Wagner ym., 2006; Wei ym., 2012). Kiinnostusta herättää se, että tässä tutkimuksessa kielen vaikutus matemaattisiin taitoihin näyttää olevan vähäisempi kuin erityisopetusstatuksen. Toimiiko erityisopetus Suomessa halutulla tavalla, jos erityisopetuksessa olevat lapset eivät tuen avullakaan pärjää matemaattisissa tehtävissä samantasoisesti kuin normaaliopetuksessa olevat lapset? Toisaalta erityisopetusta saavista lapsista puolet olivat lisäksi vieraskielisiä, mikä voi entisestään heikentää lapsen mahdollisuutta suoriutua koulusta tasonsa mukaisesti. On myös mahdollista, että osa vieraskielisistä lapsista on saanut erityisopetusstatuksen virheellisesti. Esimerkiksi tässä koulussa kaikki opetusmateriaalit ja tiedotukset olivat suomen kielellä, joka voi tuottaa sellaisia hankaluuksia oppilaalle, että ne tulkitaan oppimisvaikeudeksi.

Hypoteesin vastaisesti tässä tutkimuksessa ei havaittu sukupuolieroja matemaattisissa taidoissa. Toisaalta myös aiempien tutkimuksien tulokset ovat hyvin ristiriitaisia sukupuolieroista matemaattisissa taidoissa (Aunola ym., 2004; Kikas ym., 2009; Lachance & Mazzocco, 2006; Reilly ym., 2015; Scafidi & Bui, 2010). Vaikka sukupuoli on useissa tutkimuksissa ollut merkitsevässä yhteydessä matematiikan taitoihin, tässä tutkimuksessa sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä. Sukupuolieroja matematiikan taidoissa on selitetty muun muassa poikien paremmilla spatiaalisilla taidoilla (Geary ym., 2000; Geary & DeSoto, 2001), tyttöjen negatiivisilla matematiikka-asenteilla (Kikas ym., 2009) sekä sillä, että tytöt ovat epävarmempia taidoistaan matematiikassa (Meelissen & Luyten, 2008).

4.3. Matemaattisten taitojen kehitys

Tutkimuksessa tarkasteltiin myös matemaattisten taitojen kehitystä kahden lukuvuoden aikana. Hypoteesin mukaisesti lapset kehittyivät matematiikan tehtävissä ajan myötä.

Ajalla ja kotikielellä oli tilastollisesti merkitsevä yhdysvaikutus sanallisia matematiikan tehtäviä ennustettaessa. Suomea äidinkielenään puhuvat kehittyvät sanallisissa matematiikan tehtävissä melko tasaisesti. Muuta kieltä kuin suomea äidinkielenään puhuvilla oppilailta nähdään kehitystä sanallisissa matematiikan tehtävissä ensimmäisestä mittauksesta toiseen,

mutta toisen ja kolmannen mittauskerran välillä kehitystä ei tapahdu juurikaan. Eisuomenkielisten määrä otoksessa on kuitenkin paljon pienempi kuin suomenkielisten, mikä voi osaltaan myös vaikuttaa analyyseihin.

Matemaattisten taitojen, erityisesti sanallisten matematiikan tehtävien, kehitykseen voinee vaikuttaa se, että alun perinkin tässä otoksessa suoriutuminen oli keskitasoa heikompaa. Toisaalta kognitiivisissa kykytehtävissä suoriutuminen oli tässä tutkimuksessa keskitasoista, eli matemaattisissa tehtävissä heikompi suoriutuminen ei näytä johtuvan yleisestä älykkyydestä. Sanalliset matematiikan tehtävät ovat siis selkeästi tuottaneet haasteita oppilaille. Opettajilta saadussa palautteessa kävi ilmi, että tämän tyyppiset tehtävät eivät ole tuttuja oppilaille. Kehitystä sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumisessa kuitenkin tapahtui, varsinkin kahden ensimmäisen mittauskerran välillä. Tämä voi johtua myös oppimisvaikutuksesta, tai kenties tässä välissä opetukseen on lisätty sanallisia matematiikan tehtäviä. Lisäksi iän tuoma kehitys kognitiivisessa kapasiteetissa vaikuttaa suoriutumiseen matemaattisissa tehtävissä. Peruslaskutaito oli ensimmäisissä mittauksissa heikkoa keskitasoa ja viimeisessä mittauksessa keskitasoa, mutta sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutuminen oli läpi seurannan keskitasoa heikompaa. Sanalliset tehtävät näyttävät siis vaativan selkeästi enemmän päättelykykyä kuin peruslaskutaidon tehtävät. Peruslaskutaidon tehtävät, kuten yhteen- ja vähennyslaskut, ovatkin 3. ja 4. luokkalaisille enemmän automatisoituneita ja vaativat vähemmän kapasiteettia kuin sanalliset tehtävät.

4.4. Tutkimuksen rajoitukset ja vahvuudet

Useissa tutkimuksissa, kuten tässäkin, on käytetty rajallisesti kognitiivisia kykyjä arvioivia testejä. Testimenetelmien valintaa ohjasivat käytännön syyt: lasten saavutettavuuden vuoksi tutkimus haluttiin toteuttaa koulun tiloissa koulupäivän aikana, jonka takia tutkimuksen kesto tuli rajata mahdollisimman lyhyeksi. Tutkimuksen sisältäessä useita yksilötestejä, kuten EEG-mittauksia, kognitiivisia kykyjä kartoittavat osiot minimoitiin. Onkin hyvä pitää mielessä, että laajemmat arviointimenetelmät voisivat antaa erilaisia tuloksia (Passolunghi ym., 2007). Matematiikan taitoja arviointiin monipuolisesti kahdella eri testillä. Tutkimuksessa tehtiin lapsille samoja testejä useaan kertaan, mikä lisää toisaalta oppimisvaikutuksen mahdollisuutta.

Lisäksi suurin osa tässä tutkielmassa tarkastelluista tutkimuksista kuvaa työmuistia Baddeleyn mallin avulla (Bull ym., 2008; Giofrè ym., 2014; Holmes & Adams, 2007; Passolunghi ym., 2007; Passolunghi ym., 2008; Pina ym., 2014). Mallia on kuitenkin kritisoitu turhasta monimutkaisuudesta, sillä esimerkiksi mallin eri komponenteista ja näiden toiminnoista on erilaisia tulkintoja (Jones, Macken & Nicholls, 2004; Miyake, 2001). Työmuistia mitataan myös eri tutkimuksissa varsin erilaisilla arviointimenetelmillä. Tämä voi johtaa hyvinkin ristiriitaisiin tuloksiin eri tutkimusten välillä.

Lisätutkimuksia aiheesta kaivataan, ja on tarpeellista käyttää isompaa otosta kuin tässä tutkimuksessa. Lisäksi tässä tutkimuksessa oli mukana vain yhden pääkaupunkiseudulla sijaitsevan koulun oppilaita, joten kiinnostavaa voisi olla se, minkälaisia tuloksia saataisiin verrattaessa esimerkiksi maaseudulla sijaitsevan koulun oppilaita kaupungissa sijaitsevan koulun oppilaisiin. Toisaalta kotikielen vaikutuksia voi olla helpointa tutkia valitsemalla koulu pääkaupunkiseudulta, kuten tässä tutkimuksessa, jotta saadaan kielitaustaltaan mahdollisimman erilaisia oppilaita mukaan otokseen.

Vahvuutena tällä tutkimuksella on pitkä 1,5 vuoden seuranta-aika. Useissa aikaisemmissa tutkimuksissa ollaan käytetty lähinnä poikkileikkausasetelmaa (Alloway & Passolunghi, 2010; Carr & Davis, 2001; D'Amico & Guarnera, 2005; Formoso ym., 2018; Fuchs ym., 2006; Gaillard ym., 2011; Geary ym., 2004; Meelissen & Luyten, 2008; Vukovic & Lesaux, 2012; Wu ym., 2017). Lisäksi tutkimus suoritettiin kokonaan lasten luonnollisessa ympäristössä, koulun tiloissa ja koulupäivien aikana. Näin ollen oppilaiden oli vaivatonta osallistua tutkimukseen ja koehenkilöitä saatiin heterogeenisempi joukko mukaan tutkimukseen, joka toisaalta vaikuttaa tulosten yleistettävyyteen positiivisesti.

4.5. Lopuksi

Tämän tutkimuksen tulokset osoittivat, että kognitiiviset kyvyt ovat yhteydessä matematiikan taitoihin alakouluikäisillä lapsilla. Visuaalinen sekä kielellinen päättelykyky ennustivat monimutkaisissa sanallisissa matematiikan tehtävissä suoriutumista, työmuistin ennustaessa peruslaskutaidon kykyjä. Parempi suoriutuminen kognitiivista kyvykkyyttä mittaavissa tehtävissä ennusti parempaa suoriutumista matemaattisista tehtävistä.

Lisäksi lapsen erityisopetusstatus oli yhteydessä heikentyneeseen suoriutumiseen matematiikan tehtävissä. Yhteys nähtiin sekä sanallisissa tehtävissä että peruslaskutaitoa mittaavissa tehtävissä. Matematiikan taitojen on havaittu olevan merkittävä tekijä yksilön tulevaisuuden kannalta (Dowker, 2005; Hakkarainen ym., 2016; Richie & Bates, 2013), joten on huolestuttavaa että erityisopetuksessa olevat lapset ovat huonommassa asemassa ikätovereihin verrattuna. Toisaalta lapset ovat erityisopetuksessa hyvin erilaisten syiden takia.

Kielellä ei ollut itsenäistä vaikutusta matematiikan taitoihin. Äidinkielellä oli kuitenkin yhdysvaikutus matematiikan taidoissa kehittymiseen läpi puolentoista vuoden seurannan. Se, etteivät äidinkieleltään vieraskieliset oppilaat kehity matematiikan taidoissa samaan tahtiin kuin suomenkieliset oppilaat, kertoo paljon laajemmasta ongelmasta. Pääkaupunkiseudulla vieraskielisten lasten osuus tulee kasvamaan (Helsingin kaupunginkanslian tilastojulkaisuja, 2019), ja on tärkeää että myös vieraskielisten lasten koulutuksen sujuvuus taataan. On yhteiskunnallinen ja koulutuspoliittinen epäkohta, etteivät resurssit tällä hetkellä riitä tukemaan myös vieraskielisten koulutusta.

Positiivisena tuloksena tässä tutkimuksessa oli se, että pojat ja tytöt suoriutuivat matematiikan tehtävistä yhtä hyvin. Suomalainen koulutus näyttää siis tukevan tyttöjen ja poikien oppimista yhdenvertaisesti. Lisäksi tulos tukee käsitystä siitä, että Suomessa tyttöjen asenteet matematiikkaa kohtaan sekä varmuus omista taidoista ovat yhtä positiivisia kuin poikien – tai ainakaan ne eivät vaikuta tyttöjen matemaattisiin taitoihin. Voi myös olla, ettei Suomessa ole enää vallalla samankaltaisia stereotypioita tyttöjen heikommista matematiikan taidoista kuin muissa maissa on havaittu (Cavanagh, 2008).

LÄHTEET

- Adams, T. (2003). Reading mathematics: more than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 786–795.
- Alloway, T. & Alloway, R. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of Experimental Child Psychology*, 106(1), 20–29.
- Alloway, T. P. & Passolunghi, M. C. (2011). The relationship between working memory, IQ, and mathematical skills in children. *Learning and Individual Differences*, 21(1), 133–137.
- Atkinson, J. & Nardini, M. (2008). Visuospatial and Visuomotor Development. Teoksessa: J. Reed & J. Rogers, (toim.) *Child neuropsychology: concepts, theory and practice*. Wiley-Blackwell. 183–217.
- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin*, 18(4), 63–74.
- Aunola, K., Leskinen, E, Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Science*, 4(11), 417–423.
- Baddeley, A. (2003). Working memory: looking back and looking forward. *Nature Reviews Neuroscience*, 4(10), 829–839.
- Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current Biology*, 20(4), 136–140.
- Baddeley, A., Allen, R. & Hitch, G. J. (2011). Binding in visual working memory: the role of the episodic buffer. *Neuropsychologia*, 49(6), 1393–1400.
- Baddeley, A. & Hitch, G. (1974). Working memory. *Psychology of Learning and Motivation*, 8, 47–89.
- Baddeley, A., Gathercole, S. & Papagno, C. (1998). The phonological loop as a language learning device. *Psychological Review*, 105(1), 158–173.

- Björn, P., Aunola, K. & Nurmi, J. (2014). Primary school text comprehension predicts mathematical word problem-solving skills in secondary school. *Educational Psychology*, 36(2), 362–377.
- Bull, R., Espy, K. & Wiebe, S. (2008). Short-term memory, working memory and executive functioning in preschoolers: longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 205–228.
- Calhoun, M., Emerson, R., Flores, M. & Houchins, D. (2007). Computational fluency performance profile of high school students with mathematical disabilities. *Remedial and Special Education*, 28(5), 292–303.
- Carr, M. & Davis, H. (2001). Gender differences in arithmetic strategy use: a function of skill and preference. *Contemporary Educational Psychology*, 26(3), 330–347.
- Casey, B., Pezaris, E., Fineman, B., Pollock, A., Demers, L. & Dearing, E. (2015). A longitudinal analysis of early spatial skills compared to arithmetic and verbal skills as predictors of fifth-grade girls' math reasoning. *Learning and Individual Differences*, 40, 90–100.
- Cavanagh, S. (2008). Stereotype of mathematical inferiority still plagues girls. *Education Week*, 28(1), 9–10.
- Cheng, Y. & Mix, K. (2014). Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of Cognition and Development*, 15(1), 2–11.
- D'Amico, A. & Guarnera, M. (2005). Exploring working memory in children with low arithmetical achievement. *Learning and Individual Differences*, 15(3), 189–202.
- Diamond, A. (2002). Normal development of prefrontal cortex from birth to young adulthood: cognitive functions, anatomy, and biochemistry. Teoksessa: D. Stuss & R. Knight (toim.), *Principles of Frontal Lobe Function* (s. 466–503), New York, Yhdysvallat: Oxford University Press.

- Diamond, A. (2013). Executive functions. *The Annual Review of Psychology*, 64, 135–168.
- Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. New York, Yhdysvallat: Taylor & Francis.
- Eagle, R. (2002). Working memory capacity as executive attention. *American Psychological Society*, 11(1), 19–23.
- Friso–van den Bos, I., van der Ven, S., Kroesbergen, E. & van Luit, J. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: a meta-analysis. *Educational Research Review*, 10, 29–44.
- Formoso, J., Injoke-Ricle, I., Barreyro, J.-P., Calero, A., Jacobovich, S. & Burín, D. (2018). Mathematical cognition, working memory and processing speed in children. *Cognition, Brain, Behavior*, 22(2), 59-84.
- Fuchs, L., Fuchs, D., Compton, D., Powell, S., Seethaler, P., Capizzi, A., ...Schatschneider, C. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29–43.
- Gaillard, V., Barrouillet, P., Jarrold, C. & Camos, V. (2011). Developmental differences in working memory: where do they come from? *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(3), 469–479.
- Geary, D. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological and genetic compounds. *Psychological Bulletin*, 114(2), 345–362.
- Geary, D. (1995). Reflections of evolution and culture in children's cognition: implications for mathematical development and instruction. *American Psychologist*, 50(1), 24–27.
- Geary, D. & DeSoto, M. (2001). Sex differences in spatial abilities among adults from the United States and China: implications for evolutionary theory. *Evolution and Cognition*, 7(2), 172–177.

- Geary, D. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15.
- Geary, D., Hoard, M., Byrd–Craven, J. & DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121–151.
- Geary, D., Saults, S., Liu, F. & Hoard, M. (2000). Sex differences in spatial cognition, computational fluency, and arithmetical reasoning. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(4), 337–353.
- Geary, D., Hoard, M., Byrd-Craven, J., Nugent, L. & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78(4), 1343–1359.
- Gersten, R., Jordan, N. & Flojo, J. (2005). Early identification and interventions for students with mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293–304.
- Giannelli, G. & Rapallini, C. (2016). Immigrant student performance in math: does it matter where you come from? *Economics of Education Review*, 52, 291–304.
- Giofrè, D., Mammarella, I. & Cornoldi, C. (2014). The relationship among geometry, working memory, and intelligence in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 112–128.
- Hakkarainen, A., Holopainen, L. & Savolainen, H. (2016). The impact of learning difficulties and socioemotional and behavioral problems on transition to postsecondary education or work life in Finland: a five-year follow-up study. *European Journal of Special Needs Education*, 31(2), 171–186.
- Hali, N. (2017). The actualization of literary learning model based on verbal-linguistic intelligence. *International Journal of Education and Literacy Studies*, 5(4), 42–48.
- Halonen, M. (2007). Monikielinen Suomi – maahanmuuttajataustaisten koululaisten suomen

- kielen taito. *Nuorisotutkimus*, 25(4), 33–49.
- Halpern, D., Benbow, C., Geary, D., Gur, R., Hyde, J. & Gernsbacher, M. (2007). The science of sex differences in science and mathematics. *Psychological Science in the Public Interest*, 8(1), 1–51.
- Harris, J., Newcombe, N. & Hirsh-Pasek, K. (2013). A new twist on studying the development of dynamic spatial transformations: mental paper folding in young children. *Mind, Brain, and Education*, 7(1), 49–55.
- Helsingin kaupunginkanslian tilastojulkaisuja. (2019). *Helsingin seudun vieraskielisen väestön ennuste 2018–2035*.
- Hilton, C. (2018). Visuospatial cognition, movement, and the mathematical achievement of students. *UC Riverside Electronic Theses and Dissertations*.
- Holmes, J. & Adams, J. (2007). Working memory and children’s mathematical skills: implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26(3), 339–366.
- Jensen, A. (1996). The g factor. *Nature*, 381(6585), 729.
- Jones, D., Macken, W. & Nicholls, A. (2004). The phonological store of working memory: is it phonological and is it a store? *Journal of Experimental Psychology*, 30(3), 656–674.
- Jordan, N., Kaplan, D., Ramineni, C. & Locuniak, M. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850–867.
- Kajamies A., Vauras M., Kinnunen R. & Iiskala T. (2003). *MATTE – matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisutaidon ja laskutaidon arviointi*. Oppimistutkimuksen keskus OTUK.
- Kaufman, A., Flanagan, D., Alfonso, V. & Mascolo, J. (2006). Review of Wechsler intelligence scale for children, fourth edition (WISC–IV). *Journal of Psychoeducational*

- Assessment*, 24(3), 278–295.
- Kaufman, S. (2007). Sex differences in mental rotation and spatial visualization ability: can they be accounted for by differences in working memory capacity? *Intelligence*, 35(3), 211–223.
- Keith, T., Fine, J., Taub, G., Reynolds, M. & Kranzler, J. (2006). Higher order, multisample, confirmatory factor analysis of the Wechsler intelligence scale for children - fourth edition: what does it measure? *School Psychology Review*, 35(1), 108–127.
- Khemplani, S. & Johnson–Laird, P. (2012). Theories of the syllogism: a meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 138(3), 427–457.
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A. & Afanasjev, J. (2009). The role of individual and contextual factors in the development of math skills. *Educational Psychology*, 29(5), 541–560.
- Kleemans, T., Segers, E. & Verhoeven, L. (2018). Role of linguistic skills in fifth-grade mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 167, 404–413.
- Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I., Nissinen, K., Puhakka, E. & Vettenranta, J. (2013). PISA12. Ensituloksia. *Opetus ja kulttuuriministeriön julkaisuja No. 20*. Opetus- ja kulttuuriministeriö & Koulutuksen tutkimuslaitos.
- Kuusela J., Etelälähti A., Hagman Å., Hievanen R., Karppinen K., Nissilä L., Rönning U. & Siniharju M. (2008). Maahanmuuttajaoppilaat ja koulutus – tutkimus oppimistuloksista, koulutusvalinnoista ja työllistämistä. *Arviointiraportti: Oppimistulokset*. Edita Prima Oy.
- Lachance, J. & Mazzocco, M. (2006). A longitudinal analysis of sex differences in math and spatial skills in primary school age children. *Learning and Individual Differences*, 16(3), 195–216.
- Landy, D., Brookes, D. & Smout, R. (2014). Abstract numeric relations and the visual structure of algebra. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 40(5), 1404–1418.

- Lappalainen, H.-P. (2003). Osaat lukea – miten osaat kirjoittaa? Perusopetuksen 6. vuosiluokan äidinkielen ja kirjallisuuden oppimistulosten arviointi 2002. Helsinki: Opetushallitus.
- Lee, K. & Bull, R. (2015). Developmental changes in working memory, updating, and math achievement. *Journal of Educational Psychology, 108*(6), 869–882.
- Legg, S. & Hutter, M. (2007). A collection of definitions of intelligence. *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, 157*, 17–24.
- Levine, S., Huttenlocher, J., Taylor, A. & Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial skill. *Developmental Psychology, 35*(4), 940–949.
- Luciana, M., Conklin, H., Hooper, C. & Yarger, R. (2005). The development of nonverbal working memory and executive control processes in adolescents. *Child Development, 76*(3), 697–712.
- Meelissen, M. & Luyten, H. (2008). The Dutch gender gap in mathematics: small for achievement, substantial for beliefs and attitudes. *Studies in Educational Evaluation, 34*(2), 82–93.
- Miyake, A., Friedman, N., Rettinger, D., Shah, P. & Hegarty, M. (2001). How are visuospatial working memory, executive functioning and spatial abilities related? A latent-variable analysis. *Journal of Experimental Psychology, 130*(4), 621–640.
- Nagy, Z., Westerberg, H. & Klingberg, T. (2004). Maturation of white matter is associated with the development of cognitive functions during childhood. *Journal of Cognitive Neuroscience, 16*(7), 1227–1233.
- Neisser, U., Boodoo, G., Bouchard, T., Boykin, A., Brody, N., Ceci, S., . . . Urbina, S. (1996). Intelligence: knowns and unknowns. *American Psychologist, 51*(2), 77–101.
- Nippold, M. (2006). Language development in school-age children, adolescents, and adults. *Encyclopedia of Language and Linguistics*. 368–372. Pro-Ed, Yhdysvallat.

- Passolunghi, M., Vercelloni, B. & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, 22(2), 165–184.
- Passolunghi, M., Mammarella, I. & Altoè, G. (2008). Cognitive abilities as precursors of the early acquisition of mathematical skills during first through second grades. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 229–250.
- Penner, A. (2003) International gender x item difficulty interactions in mathematics and science achievement tests. *Journal of Educational Psychology*, 95(3), 650–655.
- Pina, V., Fuentes, L., Castillo, A. & Diamantopoulou, S. (2014). Disentangling the effects of working memory, language, parental education, and non-verbal intelligence on children's mathematical abilities. *Frontiers in Psychology*, 5, 1–12.
- Poletti, M. (2016). WISC-IV intellectual profiles in Italian children with specific learning disorder and related impairments in reading, written expression, and mathematics. *Journal of Learning Differences*, 49(3), 320–335.
- Richie, S. & Bates, T. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, 24(7), 1301–1308.
- Räsänen, P. (2004). *RMAT laskutaidon testi 9–12 -vuotiaille*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Reilly, D., Neumann, D. & Andrews, G. (2015). Sex differences in mathematics and science achievement: a meta-analysis of national assessment of educational progress assessments. *Journal of Educational Psychology*, 107(3), 645–662.
- Sattler, J. (2001). *Assessment of children: cognitive applications*. San Diego, Yhdysvallat: J. M. Sattler.
- Scafidi, T. & Bui, K. (2010). Gender similarities in math performance from middle school through high school. *Journal of Instructional Psychology*, 37(3), 252–255.

- Schmader, T., Johns, M. & Barquissan, M. (2004). The costs of accepting gender differences: the role of stereotype endorsement in women's experience in the math domain. *Sex Roles*, 50(11/12), 835–850.
- Schnepf, S. (2004). How different are immigrants? A cross-country and cross-survey analysis of educational achievement. *IZA Discussion Papers*. Institute for the Study of Labor (IZA).
- Schulte, A. & Stevens, J. (2015). Once, sometimes, or always in special education: mathematics growth and achievement gaps. *Exceptional Children*, 81(3), 370–387.
- Shaw, J. (2001). The assessment and rehabilitation of visual-spatial disorders. Teoksessa: B. Johnstone & H. Stonnington. *Rehabilitation of neuropsychological disorders. A practical guide for rehabilitation professionals*, 108–134. Philadelphia: Psychology Press.
- Shen, C., Vasilyeva, M. & Laski, E. (2016). Here, but not there: cross-national variability of gender effects in arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 146, 50–65.
- Sorby, S., Casey, B., Veurink, N. & Dulaney, A., (2013) The role of spatial training in improving spatial and calculus performance in engineering students, *Learning and Individual Differences*, 26, 20–29.
- Stoet, G. & Geary, D. (2013). Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: within- and across-nation assessment of 10 years of PISA data. *PLoS One*, 8(3), e57988.
- Tilastokeskus (2017). Suomen virallinen tilasto (SVT): Erityisopetus.
http://www.stat.fi/til/erop/2017/erop_2017_2018-06-11_tie_001_fi.html
- Tilastokeskus (2018). Suomen virallinen tilasto (SVT): Erityisopetus: Käsitteet ja määritelmät. <http://www.stat.fi/til/erop/kas.html>
- Träff, U. (2013). The contribution of general cognitive abilities and number abilities to different aspects of mathematics in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116, 139–156.

- Valentine, J, DuBois, D. & Cooper, H. (2004). The relation between self-beliefs and academic achievement: a meta-analytic review. *Educational Psychologist* (39(2), 111–113.
- van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E. & van Luit, J. (2015). Verbal and visual-spatial working memory and mathematical ability in different domains throughout primary school. *Memory & Cognition*, 43(3), 367–378.
- Vukovic, R. & Lesaux, N. (2013). The relationship between linguistic skills and arithmetic knowledge. *Learning and Individual Differences*, 23, 87–91.
- Wagner, M., Newman, L., Cameto, R. & Levine, P. (2006). *The academic achievement and functional performance of youth with disabilities. A report from the national longitudinal transition study-2 (NLTS2)*. Kalifornia, Yhdysvallat: SRI International.
- Wechsler, D. (2010). *WISC–IV. Wechsler intelligence scale for children - IV*. NCS Pearson, Ltd. Psykologien kustannus.
- Wechsler, D. (1975). Intelligence defined and undefined: a relativistic appraisal. *American Psychologist*, 30(2), 135–139.
- Wei, X., Lenz, K & Blackorby, J. (2012). Math growth trajectories of students with disabilities: disability category, gender, racial and socioeconomic status differences from ages 7 to 17. *Remedial and Special Education*, 34(3), 154–165.
- Wu, S., Cheng, L., Battista, C., Watts, A., Willcutt, E. & Menon, V. (2017). Distinct influences of affective and cognitive factors on children’s non-verbal and verbal mathematical abilities. *Cognition*, 166, 118–129.