HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Matematiikka ja matematiikan osaaminen mediassa

Katsaus matemaattisesta tutkimuksesta ja matematiikan osaamisesta kirjoitettuihin uutisartikkeleihin HS.fi:ssä vuosina 2015–2020

Tiina Miettinen

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI
MATEMAATTIS-LUONNONTIETEELLINEN TIEDEKUNTA
MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA FAKULTETEN
FACULTY OF SCIENCE

Tiedekunta – Fakultet – Faculty	Koulutusohjelma – Utbildningsprogram – Degree programme
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta	Matematiikan, fysiikan ja kemian opettajan maisteriohjelma

Opintosuunta – Studieinrikting – Study track

Matematiikan opettaja

Tekijä – Författare – Author

Tiina Miettinen

Työn nimi – Arbetets titel – Title

Matematiikka ja matematiikan osaaminen mediassa. Katsaus matemaattisesta tutkimuksesta ja matematiikan osaamisesta kirjoitettuihin uutisartikkeleihin HS.fi:ssä vuosina 2015–2020

Työn laji – Arbetets art – Level	Aika – Datum – Month and year	Sivumäärä – Sidoantal – Number of pages
Maisterintutkielma	02 / 2021	89

Tiivistelmä – Referat – Abstract

Median asema tiedon välittäjänä on merkittävä ja moni koulu-uransa päättänyt suomalainen hankkii uutta tietoa median välittämien uutisten kautta. Koska median uutisointi vaikuttaa ajatuksiimme uutisoitavista aiheista, on mediassa kirjoitettujen uutisartikkeleiden kriittinen tarkastelu tärkeää. Tässä tutkielmassa selvitetään, mitä matemaattisesta tutkimuksesta ja nuorten matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa. Aiemmat tutkimukset käsittelevät koulutus- ja tiedeuutisointia yleisemmällä tasolla, mutta matematiikkaa ja sen osaamista uutisaiheena on tutkittu varsin vähän, joten matematiikkaa käsittelevien uutisartikkelien sisällön analysointi on tutkimusaiheena kiinnostava ja tuore.

Tutkimuksessa analysoitiin yhteensä kuusi HS.fi:ssä vuosina 2015–2020 julkaistua uutisartikkelia, joiden sisältöä luokiteltiin, kuvailtiin ja tulkittiin laadullisin menetelmin. Tutkimusmetodina käytettiin laadullista, aineistolähtöistä sisällönanalyysia, jonka avulla haettiin vastauksia kysymyksiin *mitä nuorten matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa* ja *mitä matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa kirjoitetaan mediassa*. Tutkielman teoriaosuudessa on paneuduttu uutisten asemaan tiedon välittäjänä sekä käyty läpi analysoitujen uutisartikkelien taustalla olevia selvityksiä ja tutkimuksia nuorten matematiikan osaamisesta ja matemaattisten ongelmien ratkaisuista.

Matematiikan osaamista käsittelevien uutisartikkelien analyysissa kävi ilmi, että matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa monipuolisesti, mutta artikkeleissa korostuvat osaamisen erot nuorten välillä, koulutuksen ja osaamisen negatiiviset piirteet sekä huoli osaamisen riittämättömyydestä. Matemaattista tutkimusta käsittelevien, matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovien uutisartikkelien analyysin perusteella ongelmien ratkaisujen käsittely jää mediassa pinnalliseksi, mutta ratkaisujen oleellinen sisältö käy ilmi. Ratkaisujen lisäksi uutisartikkelien sisällöissä keskitytään ongelmien taustoihin sekä ongelmien ratkaisijoihin.

Avainsanat – Nyckelord – Keywords

Matematiikan osaaminen, matemaattiset ongelmat, matematiikan mediakuva

Säilytyspaikka – Förvaringställe – Where deposited

Kumpulan tiedekirjasto

Muita tietoja – Övriga uppgifter – Additional information

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

MATEMAATTIS-LUONNONTIETEELLINEN TIEDEKUNTA
MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA FAKULTETEN
FACULTY OF SCIENCE

Tiedekunta – Fakultet – Faculty	Koulutusohjelma – Utbildningsprogram – Degree programme
Faculty of Science	Master's Programme for Teachers of Mathematics, Physics and Chemistry

Opintosuunta – Studieinrikting – Study track

Teacher in Mathematics

Tekijä – Författare – Author

Tiina Miettinen

Työn nimi – Arbetets titel – Title

Mathematics and mathematical skills in the news. A survey of news articles written about mathematics research and math skills at news site HS.fi between 2015 and 2020

Työn laji – Arbetets art – Level	Aika – Datum – Month and year	Sivumäärä – Sidoantal – Number of pages
Master’s thesis	02 / 2021	89

Tiivistelmä – Referat – Abstract

Media has a strong position as an information channel in our society and many Finnish adults learn new things via news channels. It is important to critically observe content of news articles because media has an impact on how we think about news topics. This study finds out what media writes about mathematics research results and teenagers’ mathematical skills. Previous studies handle news about education and science on more common level while mathematics and math skills in media are yet quite fresh research subjects.

In this study a total of six news articles about mathematics from news site HS.fi between years 2015 and 2020 were analyzed. The content of news articles was categorized, described and interpreted with quantitative methods. The used research method was inductive content analysis and the main research questions were following: What media writes about teenagers’ mathematical skills and what is the content of news articles which cover mathematical research results? The theory part of the thesis cover medias role as an information channel and the studies and reports about mathematical skills and research results behind the analyzed news articles.

The analysis on the news articles about teenagers’ mathematical skills reveal that news stories emphasizes differences between students’ mathematical skills and focuses on negative matters about students’ skills and inequality of math education. Also, a concern about teenagers’ insufficient mathematical knowledge arises. According to the analysis on the articles which cover mathematical research results, medias description on the results is facile. News articles pay more attention to the backgrounds of the solved mathematical problems than the results, but essential information about the solved problem in presented. Articles contain information also about the mathematicians behind the solutions, especially when the solution was discovered by a Finn.

Avainsanat – Nyckelord – Keywords

Mathematical skills, mathematics in media, mathematics research results

Säilytyspaikka – Förvaringställe – Where deposited

Muita tietoja – Övriga uppgifter – Additional information

Sisällys

1 Johdanto

Koulussa opitaan kattavasti tietoja ja taitoja tulevaisuutta varten, mutta opintojen jälkeen kukaan ei enää määrittele, mitä on oleellista tietää ja osata. Moni kouluuransa päättänyt suomalainen hankkiikin uutta tietoa lähinnä median välittämien uutisten kautta. Koska median asema tiedon välittäjänä on merkittävä, ei ole yhdentekevää, miten media asioista uutisoi. Median uutisoinnilla on kyky vaikuttaa siihen, miten ajankohtaisista asioista ajatellaan ja puhutaan (Scheufele & Tewksbury 2007), minkä vuoksi mediassa kirjoitettujen uutisartikkeleiden kriittinen tarkastelu on tärkeää. Tutkimusten mukaan esimerkiksi koulutusta käsittelevillä artikkeleilla on merkittävä vaikutus koulutusjärjestelmän julkisuuskuvaan (Leder & Forgasz 2010) ja kansalaisten tieteellinen tieto karttuu lähinnä median tieteestä raportoimien uutisten kautta (Barel-Ben David, Garty & Baram-Tsabari 2020, Penney ym. 2003). Tulevana matematiikan aineenopettajana olen kiinnostunut selvittämään, miten matematiikasta ja sen osaamisesta uutisoidaan, sillä uutisten tarjoama kuva vaikuttaa siihen, miten aiheista yhteiskunnassamme ajatellaan.

Kiinnostuin tutkimaan matematiikasta välittyvää mediakuvaa, koska ennen matematiikan opintojani olen työskennellyt useamman vuoden toimittajana ja halusin lopputyössäni hyödyntää osaamistani mahdollisimman monipuolisesti. Uskon oman taustani auttavan minua suhtautumaan aiheeseen neutraalisti, sillä pystyn tarkastelemaan matematiikkaa yhtä lailla matemaatikon kuin toimittajankin näkökulmasta. Matematiikkaa pidetään usein jo peruskoulussa vaikeana oppiaineena ja haastavaa matematiikka monessa mielessä onkin. Tuskin kukaan voi sanoa ymmärtävänsä matematiikan kaikkia osa-alueita ja yhdenkin osa-alueen kattava ymmärtäminen vaatii vuosien perehtymistä aiheeseen. Matematiikan teoreettisen ja vaikeasti hahmotettavan luonteen vuoksi halusin lähteä selvittämään, miten matemaattista tutkimusta käsitellään mediassa ja miten aihe saadaan paketoitua matematiikkaan perehtymättömälle lukijalle ymmärrettävään muotoon, vai saadaanko?

Tulevana matematiikan opettajana minua taas kiinnostaa, miten koululaisten matematiikan osaaminen näyttäytyy median kautta tavallisille kansalaisille. Suomalaisten nuorten matematiikan osaaminen on kansainvälisesti tarkasteltuna hyvällä tasolla (Kupari ym. 2013), mutta kun muistelen aiheesta lukemiani uutisartikkeleita, niissä tuntuu korostuvan matemaattisen osaamisen heikko taso. Tiedustelin asiaa myös ystäviltäni ja opiskelijatovereiltani, ja myös heidän ajatuksissaan matematiikan osaamisesta välittyy uutisten kautta negatiivinen kuva. Tämä havainto inspiroi minua selvittämään, pitävätkö ajatuksemme matematiikan osaamisen negatiivisesta mediakuvasta paikkansa ja miten matematiikan osaamisesta todellisuudessa uutisoidaan. Pidän aiheen tutkimista tulevan ammattini kannalta merkittävänä, sillä se, miten media nuorten matematiikan osaamisesta kirjoittaa, vaikuttaa laajalti kansalaisten käsitykseen aiheesta, mikä taas välillisesti vaikuttaa ihmisten suhtautumiseen omaan työhöni matematiikan opettajana.

Tässä tutkielmassa siis analysoidaan matemaattisesta tutkimuksesta ja matematiikan osaamisesta kirjoitettuja uutisartikkeleita vuosilta 2015–2020. Työssä nostetaan esiin esimerkkejä siitä, minkä tyylisiä matematiikkaa käsitteleviä artikkeleita mediassa esiintyy ja analysoidaan niiden suhdetta matemaattiseen tutkimukseen sekä pohditaan, millaista mielikuvaa uutisartikkelit välittävät matematiikan osaamisesta lukijoille. Tutkimuksessa analysoitavat kuusi uutisartikkelia ovat Suomen luetuimman päivälehden, Helsingin Sanomien verkkosivuilta (HS.fi). HS.fi:ssä julkaistut uutisartikkelit valikoituivat tutkimusaineistoksi, sillä koen niitä analysoimalla saavani käsityksen siitä, millaisena matematiikka ja sen osaaminen näyttäytyy median kautta tavallisille suomalaisille. Työn tarkoituksena ei ole tarjota kokonaisvaltaista kuvaa matematiikan ja sen osaamisen käsittelystä mediassa, vaan esitellä esimerkkiartikkelien avulla eräs näkemys siitä, miten media uutisoi matemaattisesta tutkimuksesta ja matematiikan osaamisesta.

2 Teoreettinen tausta

Tutkimukseni teoreettinen viitekehys koostuu kolmesta eri teemasta. Luvussa 2.1 tuon esiin median asemaa tiedonvälittäjänä ja perehdyn siihen, miten mediassa uutisoidaan matematiikan osaamisesta (luku 2.1.1) sekä tieteestä, ja mikä on matematiikan rooli osana tiedeuutisointia (luku 2.1.2). Oman tutkimukseni lähdeaineisto koostuu matematiikan osaamista ja matemaattisten ongelmien ratkaisuja käsittelevistä uutisartikkeleista, joten luvuissa 2.2 ja 2.3 paneudun lähdeaineistoni taustamateriaaleihin. Luvussa 2.2 käsittelen suomalaisten nuorten matematiikan osaamista kansallisten ja kansainvälisten selvitysten valossa, ja luvussa 2.3 esittelen tieteellisiä tutkimuksia matemaattisten ongelmien ratkaisujen taustalla.

2.1 Uutisten asema tiedonvälittäjänä

Mediassa kirjoitetut artikkelit ovat monelle tärkeä tiedonlähde. Uutisten kautta opitaan, mitä ympärillämme tapahtuu ja uutisaiheista keskustellaan kahvipöydissä. Uutiset eivät kuitenkaan täysin objektiivisesti kuvaa maailman menoa, vaan medialla on valta päättää, mitkä asiat päätyvät uutisoitaviksi ja miten niistä kirjoitetaan (Camara & Shaw 2012, Price & Tewksbury 1997, Scheufele & Tewksbury 2007). Median uutisoinnilla onkin kyky vaikuttaa yleiseen mielipiteeseen ja siihen, miten ajankohtaisista asioista ajatellaan ja puhutaan (Scheufele & Tewksbury 2007).

Toimittajat tekevät aina uutisia kirjoittaessaan valintoja, mitä asioita korostetaan ja mitä jätetään pois (Camara & Shaw 2012, Price & Tewksbury 1997). Usein toimittajat etsivät valtavan informaatiotulvan joukosta hyviä tarinoita, joita kertoa yleisölle. Siihen, mitkä tarinat päätyvät uutisiin asti, vaikuttavat toimittajan oma näkemys siitä, mikä on tärkeää, sekä uutisarvoa yleisemmin mittaavat standardit (Price & Tewksbury 1997).

Alkuperäiset uutiskriteerit eli uutisarvoa mittaavat standardit määrittelivät norjalaiset Galtung ja Ruge jo vuonna 1965. Heidän määritelmässään kriteereitä on 15: *negatiivisuus*, *raadollisuus*, *toistuvuus*, *voimakkuus*, *yksiselitteisyys*, *kulttuurinen merkittävyys*, *koskettavuus*, *odotettavuus*, *yllätyksellisyys*, *jatkuvuus*, *päivän valikoima*, *eliittihenkilöt*, *henkilöitävyys*, *positiivisuus* ja *tärkeys* (Galtung & Ruge 1965). Uutiskriteereillä on oleellinen rooli siinä, millaisista asioista media uutisoi. Näitä alkuperäisiä uutiskriteereitä on myös sovellettu uudemmissa tutkimuksissa.

Esimerkiksi Price ja Tewksbury (1997) luokittelevat viisi uutisten kiinnostavuuteen vaikuttavaa tekijää: Ensinnäkin, *konfliktit ja vastakkainasettelu* herättävät helposti lukijan kiinnostuksen. Toiseksi, *dramaattiset elementit*, kuten yksityiskohtien kertominen henkirikoksen yhteydessä, tekee uutisesta vaikuttavamman. Dramatiikkaa voidaan lisätä myös käyttämällä kerronnallista kirjoitustapaa. Kolmas lukijan kiinnostusta lisäävä tekijä on Pricen ja Tewksburyn (1997) mukaan *henkilökohtainen näkökulma*. Uutisiin halutaankin usein tuoda mukaan yksilö kertomaan esimerkiksi omista kokemuksistaan. On myös huomattu, että ihmiset lukevat mieluiten asioista, jotka tapahtuvat lähellä. Uutisen vaikuttavuutta lisäävä *läheisyys* voi olla maantieteellisen sijainnin lisäksi esimerkiksi kulttuurista tai ajatusmaailmallista. Viidentenä uutisten kiinnostavuuteen vaikuttavana tekijänä Price ja Tewksbury (1997) mainitsevat *ajankohtaisuuden*: pitkäkestoisista asioista uutisoidaan vain, jos uusia käänteitä on tapahtunut äskettäin.

Myös monet mediat ovat soveltaneet alkuperäisistä uutiskriteereistä itselleen sopivat raamit uutisten julkaisua varten. Suomessa esimerkiksi Suomen Tietotoimisto (STT) on verkkosivuillaan julkaissut uutiskriteerit, joita he omissa artikkeleissaan noudattavat. STT arvioi aiheiden uutisarvoa viiden kriteerin perusteella, jotka ovat *merkittävyys*, *yllättävyys*, *kiinnostavuus*, *ajankohtaisuus* ja *läheisyys* (Suomen Tietotoimisto 2020).

Toimittajat käyttävät siis useita keinoja tehdäkseen uutisista kiinnostavia. Koska uutisartikkeleissa pyritään usein korostamaan edellä esitettyjä uutisarvoja, nämä arvot määrittävät sitä, miten lukijat vastaanottavat ja käyttävät uutisista lukemaansa tietoa (Price & Tewksbury 1997). Näin ollen tylsät ja tavalliset asiat harvoin päätyvät uutisiin, vaikka ne olisivat tärkeitä tietää. Uutismediat muotoilevat uutisia valinnoillaan, painotuksillaan ja rajaamisillaan, mikä johdattaa lukijoita tietynlaisiin mielipiteisiin ja ajatuksiin (Abtahi & Barwell 2019). Uutisartikkelit eivät siis ole pelkkää objektiivista informaatiota, vaan ne tarjoavat tietynlaisen mallin, jonka mukaan lukija jäsentää omia ajatuksiaan (Abtahi & Barwell 2019). Muun muassa näistä syistä on merkittävää tutkia, mitä uutisartikkeleissa kirjoitetaan ja miten asiat kerrotaan.

2.1.1 Uutisointi matematiikan opetuksesta ja oppimisesta

Opetusta ja koulutusta käsittelevät artikkelit ovat yleisiä, ja niillä on merkittävä vaikutus koulutusjärjestelmän julkisuuskuvaan sekä siihen, mitä ihmiset ajattelevat muun muassa koulusta, päättäjistä, opettajista, oppilaista ja heidän vanhemmistaan (Leder & Forgasz 2010).

Koulutusta käsittelevien artikkelien on huomattu keskittyvän useammin negatiivisiin kuin positiivisiin asioihin, ja usein uutisartikkeleissa nousee esiin huoli koulutuksen tai opetuksen tasosta (Berliner & Biddle 1999, Camara & Shaw 2012). Berlinerin ja Biddlen (1999) mukaan etenkin Yhdysvalloissa opetuksen uutisoinnissa on useita kompastuskiviä: Uutisten välittämä kuva on joko vaillinainen tai esittää asiat liian yksinkertaisessa muodossa, tilastojen ja koulutusta käsittelevien tutkimusten esitystavassa esiintyy puutteita aiheen ymmärryksessä, koulunkäynnin monimuotoisuutta ei huomioida tarpeeksi ja köyhyys esitetään juurisyynä koulutuksen ongelmiin korostetun usein.

Matematiikan opetuksesta kirjoitetuissa artikkeleissa vallitsee samankaltainen trendi kuin opetusta käsittelevissä artikkeleissa yleisemminkin. Uutisaiheet keskittyvät usein negatiiviseen, ja opetuksen tai osaamisen ongelmat korostuvat (Leder & Forgasz, 2010). Matematiikan opetuksesta kirjoitettuja lehtiartikkeleita on alettu tutkia lähinnä vasta 2000-luvulta eteenpäin ja aiheesta kirjoitetuista tutkimusartikkeleista suuri osa keskittyy kanadalaisen median tutkimuksiin (esim. Abtahi & Barwell 2019, Abtahi & Barwell 2017, Chorney, Ng & Pimm 2016, Rodney, Rouleau & Sinclair 2016, Wagner 2019).

Matematiikan opetusmetodeista uutisointi kanadalaisessa mediassa on kärjistyneesti kahtiajakoista (Abtahi & Barwell 2017, Chorney, Ng & Pimm 2016, Wagner 2019). Opetusta kuvataan uutisartikkeleissa joko perusasioiden opetukseen ja opetteluun keskittyvänä tai opiskelijan omaan havainnointiin pohjaavana oppimiskeinona (engl. discovery learning). Suomessa jälkimmäistä opiskelumetodia kuvataan usein ilmiö- tai ongelmalähtöisenä oppimisena. Perusasioiden opiskelu ja ongelmalähtöinen oppiminen nähdään mediassa toistensa vastakohtina, joista ensimmäinen on hyvä ja jälkimmäinen huono vaihtoehto, vaikka todellisuudessa matematiikan opetus ja oppiminen on monimutkainen kokonaisuus (Chorney, Ng & Pimm 2016, Wagner 2010). Abtahi ja Barwell (2017) mainitsevat huonon ja hyvän vaihtoehdon kamppailusta esimerkkinä muun muassa sen, että laajempien matemaattisten kokonaisuuksien ymmärtäminen kuvataan uutisartikkeleissa usein ongelmallisena, ja parempana vaihtoehtona tarjotaan "luonnollisempaa" tapaa opetella vakioituneita kaavoja ulkoa.

Abtahin ja Barwellin (2019) lehtiartikkeleiden moraalista ulottuvuutta käsittelevässä tutkimuksessa huomattiin, että matematiikan opetusmetodi, joka keskittyy perusasioihin, esitetään usein positiivisessa valossa, kun taas opiskelijoiden havainnointia ja itse oivaltamista painottava opetusmetodi nähdään huonona vaihtoehtona. Tätä vastakkainasettelua pidetään moraalisesti arveluttavana. Abtahi ja Barwell (2019) uskovat, että median valitsema tapa kirjoittaa aiheista vaikuttaa koko yhteiskunnan ajattelumalliin matematiikan opetuksesta. He huomauttavat, että ongelmalähtöisestä oppimisesta voitaisiin yhtä hyvin kirjoittaa positiiviseen sävyyn esimerkiksi kirjoittamalla *"opettajat rohkaisevat oppilaita miettimään itse"* sen sijaan, että kirjoitetaan *"jätetään oppilaat omilleen"*, jolloin ilmiöoppimisesta jäisi lukijalle positiivisempi kuva.

Kanadan vallitsevassa opetussuunnitelmassa korostuu lasten itse oppiminen ja oivaltaminen, eli ongelmalähtöinen oppiminen, ja media tuntuu vahvasti asettuneen tätä metodia vastaan (Abtahi & Barwell 2017). Ongelmalähtöinen oppiminen nähdään kanadalaisessa mediassa usein syypäänä siihen, etteivät lapset enää osaa matematiikkaa. Lasten matematiikan osaamattomuus on tutkijoiden mukaan kuitenkin median itsensä muodostama ongelma (Abtahi & Barwell 2017), sillä kanadalaiset lapset kuuluvat kansainvälisten vertailuiden valossa maailman parhaiten matematiikkaa osaavien joukkoon (Kupari ym. 2013, Leino ym. 2019). Uutisartikkeleissa halutaan kuitenkin usein nostaa esiin jokin ongelma (Price & Tewksbury 1997) ja kanadalaisessa mediassa matematiikan opetuksesta uutisoitaessa ongelman rooliin on valikoitunut lasten osaamisen taso. Abtahin ja Barwellin (2017) mukaan media ylläpitää kuvaa, jossa lasten matematiikan osaamisen taso on heikko ja lapset ovat huonon opetuksen uhreja, mikä vaikuttaa laajalti suuren yleisön mielipiteeseen lasten asemasta matematiikan oppijoina. Ratkaisuna ongelmaan media tarjoaa paluuta vanhan opetussuunnitelman mukaiseen opetukseen, jossa keskitytään perusasioihin (Abtahi & Barwell 2017). Myös Suomessa tuoreimmat opetussuunnitelmat niin peruskoulun kuin lukion osalta kehottavat opetuksessa painotettavan oppilaiden omaa oivaltamista ja ilmiöiden ymmärtämistä opettajajohtoisen opetuksen sijaan (Opetushallitus 2014, Opetushallitus 2019).

Wagner (2010) listaa edellä esitetyn kahtiajaon lisäksi kolme muuta asetelmaa, jotka usein esiintyvät kanadalaisissa matematiikan opetusta käsittelevissä artikkeleissa:

Ensinnäkin matematiikan osaaminen nähdään lehtiartikkeleissa yhteiskunnan voimavarana. Oppilaiden matemaattisella menestymisellä nähdään olevan yhteys yhteiskunnan taloudelliseen kasvuun, minkä vuoksi esimerkiksi Kanadan sijoitus PISA-tuloksissa yhdistetään Kanadan taloudelliseen asemaan muiden maiden joukossa. Toisaalta uutisista välittyy myös kuva, että nuoren menestyksellä koulumatematiikassa on yhteys hänen asemaansa yhteiskunnassa ja tulevaisuuteensa työelämässä. Matematiikan osaaminen kuvataan siis usein yksilön uraa hyödyttävänä ominaisuutena. Kolmantena Wagner nostaa esiin asetelman, jossa korostuu epäluottamus matematiikan opettajiin, päättäjiin ja tutkijoihin. Uutisissa esimerkiksi kritisoidaan nykyisiä opetusmetodeja ja syyksi oppilaiden huonoon matematiikan osaamiseen nostetaan opettajien osaamisen taso ja se, ettei opetus perustu luotettavaan tutkimukseen. (Wagner 2010)

Tutkimukset, joissa selvitetään suuren yleisön mielipidettä matematiikasta, sen opettamisesta ja vaikutuksista työuriin, ovat melko harvinaisia (Leder & Forgasz 2010), mutta matematiikan opetuksen julkisuuskuvan tutkiminen on kuitenkin jossain määrin yleistynyt viime vuosina. Esimerkiksi Australiassa, Isossa-Britanniassa ja Yhdysvalloissa on kyselytutkimuksilla selvitetty ihmisten ajatuksia ja mielipiteitä matematiikasta ja sen opetuksesta (Leder & Forgasz 2010, Lim & Ernest 2000, Lucas & Fugitt 2007).

Yhdysvaltojen keskilännessä toteutetussa kyselytutkimuksessa (Lucas & Fugitt 2007) kävi ilmi, että ihmiset ovat lähtökohtaisesti tietoisia siitä, miten matematiikkaa opetetaan kouluissa ja aihe koetaan kiinnostavaksi. Hyvän opetuksen tason uskotaan vaikuttavan positiivisesti nuorten tulevaisuuteen, mutta opetuksen koetaan osittain epäonnistuneen, sillä matematiikan tunneilla keskitytään liikaa teknologian opetteluun perusasioiden sijaan. Samansuuntaisia ongelmia nousi esiin myös Lederin ja Forgaszin (2010) Australian Victoriassa toteutetussa kyselytutkimuksessa, jossa teknologian koettiin ennemmin häiritsevän kuin hyödyttävän matematiikan oppimista. Lucasin ja Fugittin (2007) mukaan ihmiset kokevat, että opettajat ovat liian tiukkoja ja vaativia, vaikka matematiikan luokassa pitäisi vallita positiivinen ilmapiiri ja opiskelun tulisi olla hauskaa. Isossa-Britanniassa tehdyn kyselytutkimuksen (Lim & Ernest 2000) mukaan valtaosalla on asenteita matematiikkaa ja sen opiskelua vastaan, ja he kokevat matematiikan vaikeana tai tylsänä. Toisaalta taas menestymistä matematiikassa pidettiin arvokkaana ominaisuutena. Lederin ja Forgaszin (2010) mukaan asenteet matematiikkaa kohtaan vaihtelevat.

Kuten edellä on todettu, uutisartikkelit voivat voimakkaasti vaikuttaa ihmisten mielikuvaan uutisoiduista aiheista. Näin ollen myös kyselytutkimusten tuloksiin on voinut vaikuttaa se, mitä aiheista on kirjoitettu mediassa. Esimerkiksi Lederin ja Forgaszin (2010) tutkimuksessa vanhempi ikäpolvi koki selkeästi, että matematiikan opetus on muuttunut sitten heidän omien kouluaikojen ja tähän mielipiteeseen on todennäköisesti vaikuttanut matematiikan opetuksesta uutisointi.

Suomessa matematiikan osaamisesta kirjoitettuja uutisartikkeleita ei ole juurikaan tutkittu. Kansainvälisten selvitysten valossa suomalaisten ja kanadalaisten nuorten osaaminen on melko samalla tasolla (Kupari ym. 2013, Leino ym. 2019) ja molempien maiden kansallisissa opetussuunnitelmissa on viime aikoina korostettu ongelmalähtöistä oppimista (Abtahi & Barwell 2017, Opetushallitus 2014), joten tässä luvussa käsitelty kanadalainen tutkimus toimii hyvänä taustamateriaalina omalle tutkimukselleni.

2.1.2 Tiedeuutisointi

Tieteen, median ja yleisön suhde toisiinsa on kasvattanut kiinnostusta tieteen tekijöiden parissa 1980-luvulta lähtien (Väliverronen 1993). Aiheen tutkimusta hallitsi alkuun median tutkijat, mutta sittemmin aihetta on tutkittu myös muun muassa yhteiskuntatieteiden näkökulmasta (Väliverronen 1993, Väliverronen 2001). Monet tutkimukset ovat osoittaneet, että median raportoimat uutiset tieteestä ovat kansalaisille yksi merkittävimmistä tieteellisen tiedon lähteistä (esim. Barel-Ben David, Garty & Baram-Tsabari 2020, Norris, Phillips & Korpan 2003, Penney ym. 2003, Wellington 1991).

Tiedejournalismiksi ymmärretään usein uutisointi, jonka tehtävänä on popularisoida ja välittää tieteellistä tietoa tieteen tutkimustuloksia mahdollisimman laajalle yleisölle (Väliverronen 2003). Tiedejournalismin tarkoitus on tuoda tieteellistä tietoa ja uusia tutkimustuloksia kaikkien saataville mahdollisimman tarkasti, ymmärrettävästi ja kiinnostavasti (Peters 1995). Tieteellisistä aiheista kirjoitetaan mediassa myös muista näkökulmista. Petersin (1995) mukaan asiaa voidaan tarkastella esimerkiksi ongelmalähtöisesti, jolloin tieteestä uutisoinnin keskeinen tehtävä on informoida yleisöä sosiaalisista ongelmista, kuten tupakoinnin riskeistä tai ympäristön saastumisen ongelmista. Oman tutkimukseni kannalta on oleellista käsitellä kuitenkin erityisesti tiedejournalismia. Tiedeuutisilla tarkoitan tässä luvussa uutisia, jotka sopivat tiedejournalismin määritelmään, eli uutisissa kerrotaan tieteellisen tutkimuksen tuloksista.

Millaisia tiedeuutiset ovat?

Mediassa käsitellään tiedettä ja sen tuloksia melko harvakseltaan ja satunnaisista aiheista (Ashwell 2014, Väliverronen 1993, Zimmerman ym. 2001), vaikka lukijoiden kiinnostus tiedeuutisia kohtaan on suurta (Takahashi & Tandoc 2015, Verhoeven 2010). Suuren yleisön laajasta kiinnostuksesta huolimatta tiedeuutiset ovat usein suppeita uutissähkeitä (Verhoeven 2010, Zimmerman ym. 2001). Koska uutiset ovat usein lyhyitä, tieteen tutkimustuloksista uutisointi jää pinnalliseksi ja median antama kuva voi olla jopa harhaanjohtava (Väliverronen 2003). Kuitenkin median kautta saatu informaatio uskotaan liian helposti kyseenalaistamatta, sillä sekä Väliverrosen (1993) että Zimmermanin ja muiden (2001) mukaan kansalaisten tieteenlukutaito on puutteellista. Tieteeseen perehtymättömän yleisön lisäksi myös tieteen tekijät käyttävät tiedeuutisia tiedonlähteinään etenkin oman alan ulkopuolisten tieteen tutkimustulosten suhteen (Zimmerman ym. 2001), joten tiedeuutisten rooli yhteiskunnassa on merkittävä.

Ajankohtaiset tieteellisen tutkimuksen tulokset leviävät laajan yleisön tietoisuuteen parhaiten tiedettä käsittelevien uutisartikkelien kautta (Norris, Phillips & Korpan 2003, Zimmerman ym. 2001), sillä harva etsii ajankohtaista tieteellistä tietoa omatoimisesti etenkään, jos ei alun perin ole kuullut asiasta uutisten kautta (Barel-Ben David, Garty & Baram-Tsabari 2020). Koska uutisissa pyritään ajankohtaisuuteen, tiedeuutisoinnissa korostuu helposti aiheet, joita on tutkittu vasta vähän ja tulokset ovat vielä epävarmoja (Zimmerman ym.2001). Zimmermanin ja muiden (2001) mukaan kyky lukea ja kriittisesti arvioida tieteestä kirjoitettuja uutisartikkeleita onkin oleellinen taito, sillä tiedeuutisoinnilla voi olla laajojakin vaikutuksia siihen, mitä ihmiset ajattelevat ja uskovat.

Tiedeuutisoinnissa pätevät pitkälti samat lainalaisuudet kuin uutisoinnissa yleisemminkin. Ensinnäkin medialla on valta päättää, mitä tieteellisiä aiheita nostetaan uutisoitaviksi, mitä yksityiskohtia korostetaan ja mitä taas vähätellään (Einsiedel 1992). Toisaalta, tiedeuutisen sisältö kirjoitetaan ja järjestellään uutisformaattiin sopivalla tavalla, jolla saattaa olla vaikutusta siihen, miten lukija asian ymmärtää (Norris, Phillips & Korpan 2003). Näiden asioiden seurauksena tiedeuutiset voivat mahdollisesti jopa vaikuttaa ihmisten päätöksentekoon elämän tärkeissä valinnoissa, kuten lääketieteellisen hoitotoimen valinnassa (Norris, Phillips & Korpan 2003).

Aikaisempaa tutkimusta

Aikaisempien tutkimusten mukaan tiedeuutisissa käsitellään korostuneen usein luonnontieteitä ja teknologiaa (Verhoeven 2010) tai ympäristöasioita ja lääketiedettä (Zimmerman ym. 2001), ja valtaosa uutisista on keskittynyt empiirisiin tutkimuksiin teoreettisten löytöjen sijaan (Zimmerman ym. 2001). Vaikka luonnontieteet nousevat usein esiin tiedeuutisissa, matematiikkaa käsitteleviä uutisia on tutkittu varsin vähän. Syitä tähän voivat olla matematiikan teoreettinen luonne ja

Zimmermanin ja muiden (2001) mainitsema teoreettisten löytöjen vähäinen uutisointi.

Tiedeuutisten tutkimuksissa keskitytään usein uutisten sisältöihin (esim. Penney ym. 2003, Väliverronen 2001, Zimmerman ym. 2001). Penney ja muut (2003) vertasivat tutkimuksessaan tiedeuutisartikkeleiden ja yläkoulun tiedeoppikirjojen sisältöjä toisiinsa. Oppikirjoissa lähes kaikki asiat esitetään faktoina ilman perusteluja. Uutisissa taas osa asioista esitetään perustelemattomina faktoina, kun taas välillä väitteitä perusteltiin huomattavasti. Zimmerman ja muut (2001) analysoivat laajan joukon marketeissa myytävien uutis- ja aikakauslehtien tiedeuutisten sisältöjä Yhdysvalloissa ja Kanadassa. Heidän tutkimuksensa mukaan valtaosa tieteellisiä tutkimuksia käsittelevistä lehtiartikkeleista olivat lyhyitä uutissähkeitä, eikä laajempia tiedeuutisia löytynyt juuri lainkaan.

Tiedeuutisointia on tutkittu sisältöjen lisäksi myös esimerkiksi lukijoiden oppimisen kannalta. Takahashi ja Tandoc (2015) tutkivat sitä, miten ihmiset oppivat tieteestä muodollisen koulutuksen jälkeen. Heidän tutkimuksensa mukaan tiedeuutiset itsessään ovat merkittävä tieteellisen tiedon lähde, mutta oppimisen kannalta oleellista on, ettei tiedeuutisiin tule luottaa sellaisenaan. Takahashi ja Tandoc uskovat, että epäluottamus mediaa kohtaan johtaa luettujen asioiden syvempään prosessointiin ja kriittiseen ajatteluun, jonka tuloksena lukija ottaa itse asioista selvää ja oppii aiheesta enemmän. Mediaan sokeasti luottava lukija taas uskoo informaation sellaisenaan, jolloin tieto jää prosessoimatta ja oppimista ei tapahdu. Kuitenkin esimerkiksi Penney ja muut (2003) sekä Wellington (1991) pitävät tiedeuutisia yhtenä merkittävimmistä epämuodollisen oppimisen välineenä ottamatta kansaa siihen, miten lukija prosessoi uutisen luettuaan.

Uutisten siirtyminen verkkoon on johtanut siihen, että monet laadukkaat mediat ovat karsineet henkilöstöään ja sisältöjään juuri tieteen parista (Ashwell 2014, Barel-Ben David, Garty & Baram-Tsabari 2020, Peters ym. 2014). Barel-Ben David ja muut (2020) pyrkivät tutkimuksellaan selvittämään, voisivatko tutkijat itse kirjoittaa tiedeuutisia ja tuoda näin tieteen tuloksia paremmin ja tarkemmin esille nykypäivän lukijoille. He vertasivat toimittajien ja tutkijoiden samoista aiheista kirjoittamia uutisartikkeleita israelilaisten sanomalehtien verkkosivuilla ja mittasivat niiden saamaa huomiota verkossa. Tutkimuksesta kävi ilmi, että lyhyen tiedetoimittajan koulutuksen saaneet tutkijat pystyivät kirjoittamaan uutisartikkeleita, joita lukijat pitävät yhtä kiinnostavina, kuin ammattitoimittajien kirjoittamia uutisia. Barel-Ben Davidin ja muiden (2020) tutkimuksessa oli mukana myös matematiikasta kirjoitettuja lehtiartikkeleita.

Tänä päivänä lähes kaikki tieto on saatavilla internetissä. Vaikka tutkijoilla on mahdollisuus kertoa tutkimustuloksistaan itse sivustoilla, jonne kaikilla on vapaa pääsy, on median rooli tiedeuutisten välittäjänä yhä merkittävä ja arvostettu. Selkeä syy median valtaan on sekä Takahashin ja Tandocin (2015) että Petersin ja muiden (2014) mukaan se, että suuri yleisö lukee yleistietoa tieteestä ja teknologiasta ensisijaisesti uutismedioiden kautta ja vain pieni joukko lukijoista hakee yksityiskohtaisempaa tietoa netistä itse.

Suomalaiset ja tieteellinen tieto

Euroopan komissio suorittaa Euroopan unionin kansalaisten keskuudessa säännöllisesti kyselytutkimuksia monista kiinnostavista aiheista. Vuonna 2007 selvitettiin EU:n kansalaisten suhdetta tieteelliseen tutkimukseen mediassa. Seuraavat tiedot perustuvat Euroopan komission eurobarometritutkimusten raporttiin vuodelta 2007 (Euroopan komissio 2007).

Vuonna 2007 tehdyn haastattelututkimuksen mukaan suomalaisten kiinnostus tiedettä kohtaan on suurta. Suomalaisista 75 prosenttia lukee tiedeuutisia sanoma- ja aikakauslehdistä säännöllisesti tai toisinaan, mikä on kolmanneksi eniten kaikista EU-maista. Suomalaiset ovat EU:n tasolla myös ahkeria etsimään tietoa tieteellistä tutkimuksesta internetistä omatoimisesti: 42 prosenttia suomalaisista sanoo etsivänsä tietoa säännöllisesti tai toisinaan, mikä on toiseksi suurin prosenttiarvo heti tanskalaisten (44 %) jälkeen.

Suomessa ollaan myös tyytyväisiä siihen, miten media esittää eri näkökulmia tieteellisiin aiheisiin. 68 prosenttia suomalaisista kokee, että media huomioi useita mielipiteitä tiedeuutisten raportoinnissa usein tai toisinaan. Suomalaisten luottamus sanomalehtiuutisointia kohtaan on EU:n tasolla omassa luokassaan. Keskimäärin 42 prosenttia kyselyyn vastanneista luottaa sanomalehtiin tietolähteenä, mutta Suomessa sanomalehtiin luottaa jopa 75 prosenttia. 25 Euroopan unionin 27 jäsenmaasta vastasi luotettavimman tietolähteen olevan televisio ja vaikka Suomessa sanomalehteä pidettiin luotettavampana, niin luotto televisioonkin oli keskivertoa suurempaa (69 prosenttia, kun keskiarvo 68 prosenttia). Tämä viestii siitä, että Suomessa luottamus mediaa kohtaan on korkea.

Vuonna 2013 Euroopan komission haastattelututkimuksella selvitettiin EU:n kansalaisten mielipiteitä vastuullisesta tutkimuksesta tieteen ja teknologian saralla ja seuraavat tiedot pohjautuvat tähän selvitykseen (Euroopan komissio 2013). Tutkimuksen mukaan eurooppalaisten tiedeuutisten merkittävimpinä lähteinä ovat televisio (65 %) ja sanomalehdet (33 %). Nettisivut sijoittuivat kyselyssä kolmanneksi tärkeimmäksi tiedonlähteeksi (32 %), mutta kysyttäessä, mistä nettisivuista oli kyse, kävi ilmi, että valtaosa lukijoista tarkoitti perinteisten medioiden verkkoversioita. Suomalaisista suurin osa, eli 59 prosenttia, saa tietoa tieteen ja teknologian edistysaskelista sanomalehtien kautta, mutta myös televisiota, nettisivuja ja sosiaalista mediaa käytetään Suomessa keskivertoa ahkerammin tieteellisen tiedon lähteinä. Keskimäärin vain 10 prosenttia kyselyyn vastanneista käyttää sosiaalista mediaa ja blogeja tieteellisen tiedon lähteenä, mutta suomessa jopa 23 prosenttia vastaajista kertoi lukevansa tieteestä sosiaalisen median ja blogien kautta.

Vuoden 2013 haastattelututkimuksen mukaan Suomessa tieteen arvostus yleisesti on suurta. Jopa 93 prosenttia suomalaisista uskoo, että kiinnostus tieteeseen sivistää nuorisoa ja kehittää nuorisokulttuuria, ja 75 prosentin mielestä kiinnostus tieteeseen parantaa nuorten työllisyysmahdollisuuksia. Osasyynä tieteen arvostukseen Suomessa voi olla se, että suomalaiset opiskelevat ja työskentelevät tieteen parissa keskivertoeurooppalaisia enemmän. 26 prosentilla suomalaisista on korkeakouluopintoja tieteen tai teknologian parissa EU:n keskiarvon ollessa 14 prosenttia, ja 36 prosenttia suomalaisista sanoo, että perheeseen kuuluu henkilö, jolla on korkeakoulututkinto luonnontieteistä tai teknologiasta tai joka työskentelee tieteen parissa.

2.2 Matematiikan osaaminen

Tässä luvussa perehdyn nuorten suomalaisten matematiikan osaamiseen. Aineistona käytän pääasiassa tutkimuksia ja selvityksiä, joita on käytetty myös oman tutkimukseni lähdeaineiston taustamateriaalina. Aluksi käsittelen oppilaiden matematiikan osaamista peruskoulun päättyessä (luku 2.2.1), sitten opiskelijoiden matematiikan osaamisen muutosta koulu-uran aikana ja oppimistuloksia toisen asteen koulutuksen lopussa (luku 2.2.2) ja luvussa 2.2.3. teen katsauksen nuorten suomalaisten menestykseen kansainvälisissä matematiikkaa, luonnontieteitä ja lukutaitoa mittaavissa vertailuissa. Lopuksi tuon vielä ilmi, miten sosioekonominen status voi vaikuttaa oppilaan koulumenestykseen ja matematiikan osaamiseen (luku 2.2.4).

2.2.1 Matematiikan osaaminen peruskoulun lopussa

Kansallinen koulutuksen arviointikeskuksen (Karvi) lakisääteinen tehtävä on arvioida säännöllisesti matematiikan oppimistuloksia perusopetuksen päättövaiheessa. Arvioinnin tavoitteena on saada luotettava yleiskuva opetussuunnitelmassa asetettujen päämäärien toteutumisesta ja oppilaiden osaamisen tasosta perusopetuksen päättövaiheessa. Vuodesta 1998 alkaen arviointeja on tehty yhteensä seitsemän ja viimeisimpien selvitysten tulokset ovat vuosilta 2015, 2012 ja 2011. Tähän lukuun olen omin sanoin koonnut mielestäni oleellisimpia asioita oppilaiden matematiikan osaamisesta ja osaamisen muutoksista viimeisimpien oppimistuloksista laadittujen raporttien (Hirvonen 2012, Julin & Hirvonen 2016, Rautopuro 2013) pohjalta.

Kansalliset matematiikan oppimistulosten arvioinnit on toteutettu teettämällä 9. luokan oppilailla matematiikan tehtäviä, jotka on ryhmitelty tehtävätyypeittäin monivalinta-, päässälasku- ja ongelmanratkaisutehtäviin. Lisäksi oppilaat, opettajat ja rehtorit ovat vastanneet taustakyselyihin. Kolmeen edelliseen arviointiin on osallistunut kullakin kerralla noin 5000 oppilasta, jotka edustavat ikäluokkansa matematiikan osaamista.

Vuoden 2015 arvioinnissa oppilaiden kaikkien tehtävien keskimääräinen ratkaisuosuus oli 43 % arviointitehtävien kokonaispistemäärästä. Parhaiten sujuivat monivalintatehtävät (keskimääräinen ratkaisuosuus 54 %) ja heikoiten ongelmanratkaisutehtävät (34 %). Myös vuosien 2011 ja 2012 arvioinneissa tehtävätyypeistä monivalintatehtävät onnistuivat parhaiten (61 % vuonna 2011 ja 56 % vuonna 2012) ja eniten haasteita oli ongelmanratkaisutehtävissä (49 % molempina vuosina). Ongelmanratkaisutehtävien heikko ratkaisuosuus selittynee osittain sillä, että oppilailta vaadittiin oikean vastauksen ratkaisemiseksi syvällisempää matemaattista ajattelua ja täysien pisteiden saamiseksi vaadittiin vastauksen lisäksi perusteluja. Vuosina 2011 ja 2012 kaikkien tehtävien keskimääräiset ratkaisuosuudet ylsivät yli 50 prosenttiin.

Tehtävätyyppien lisäksi tehtäviä on arvioinneissa luokiteltu eri matematiikan osa-alueittain, jotka ovat *algebra*, *funktiot*, *geometria*, *luvut ja laskutoimitukset* sekä *tilastot ja todennäköisyys*. Vuonna 2011 matematiikan osa-alueista parhaiten hallittiin luvut ja laskutoimitukset (keskimääräinen ratkaisuosuus 65 %) ja heikoimmin geometriaan (42 %) liittyvät tehtävät. Myös vuonna 2012 parhaiten hallussa olivat luvut ja laskutoimitukset (62 %), heikoimmin geometrian lisäksi hallittiin funktioihin liittyvät tehtävät (molemmissa 46 %). Vuoden 2015 arvioinnissa geometria pysyi heikoimmin hallittavina osa-alueena 36 prosentin ratkaisuosuudella ja algebra (47 %) nousi parhaiten hallituksi osa-alueeksi prosenttiyksikön erolla lukuihin ja laskutoimituksiin. Vaikka prosenttilaskuja ei ole luokiteltu omaksi matematiikan osa-alueeksi, on niiden ratkaisuosuuksia tarkisteltu kaikissa arvioinneissa erikseen. Prosenttilaskuja osattiin heikosti kaikilla kolmella viime arviointikerralla muihin osa-alueisiin verrattuna. Vuonna 2011 prosenttilaskujen ratkaisuosuus oli 42 %, vuonna 2012 37 % ja vuonna 2015 vain 26 %, mikä oli selvästi heikompi kuin koko arvioinnin ratkaisuosuus.

Vaikka tehtävien ratkaisuosuudet ovat vuonna 2015 olleet keskimäärin selvästi alhaisempia kuin vuosina 2011 ja 2012, oppimistulosten tasosta tai niissä tapahtuneista muutoksista ei pelkästään niiden perusteella voida tehdä johtopäätöksiä. Tehtävien vaikeustaso on vaihdellut eri arviointikerroilla, eikä niitä näin ollen voida suoraan verrata toisiinsa. Oppilaiden osaamisen tasoa ja sen muutosta voidaan kuitenkin tarkastella vertailemalla arvioinnista toiseen samoina pysyneiden ankkuritehtävien ratkaisuosuuksia toisiinsa. Kun vuoden 2011 arvioinnin ankkuritehtäviä verrataan aiemmissa 9. vuosiluokan arvioinneissa mukana olleisiin tehtäviin, voidaan todeta, että osaamisen taso on heikentynyt kaikilla matematiikan osa-alueilla ja vuoden raportissa 2012 tulokset olivat edelleen laskeneet hieman. Vuoden 2012 jälkeen osaamisen tason heikentyminen näyttää kuitenkin pysähtyneen. Vuoden 2015 arvioinnissa oppimistulokset eivät olleet juurikaan muuttuneet vuosien 2011 ja 2012 arviointeihin verrattuna, ja voidaankin todeta, että vuodesta 2011 vuoteen 2015 osaamisen taso on pysynyt ennallaan. Toisaalta kun tarkastellaan osaamisen muutosta vuoden 1998 ensimmäisestä arvioinnista alkaen, peruskoulun päättövaiheen matematiikan osaaminen on yleisesti heikentynyt.

Sukupuolien välillä matematiikan osaamisessa ei ole merkittävää eroa. Vuoden 2015 arvioinnissa keskimääräinen tehtävien ratkaisuprosentti oli tyttöjen ja poikien keskuudessa sama 43 prosenttia. Päässälaskutehtävissä pojat ovat menestyneet kaikissa kolmessa viime arvioinnissa hieman tyttöjä paremmin, kun taas esimerkiksi vuoden 2011 arvioinnissa tytöt menestyivät poikia merkitsevästi paremmin ongelmanratkaisutehtävissä. Tyttöjen matematiikan osaaminen on yleisesti ottaen tasalaatuisempaa kuin poikien: erityisen matalat ja korkeat pistemäärät korostuvat poikien joukossa.

Perusopetuksen päättövaiheen matematiikan oppimistulosten arviointien yhteydessä teetettyjen taustakyselyiden perusteella esiin nousee oppilaan taustaan, tavoitteisiin ja asenteisiin liittyviä seikkoja, jotka vaikuttavat oppilaan matematiikan oppimistuloksiin. Vuoden 2015 arvioinnin perusteella vanhempien koulutustaustan yhteys oppilaan oppimistuloksiin oli tilastollisesti merkitsevä ja käytännössäkin kohtalaisen suuri. Oppilailla, joiden vanhempien korkein koulutus oli peruskoulu, oli 20 prosenttiyksikköä heikompi keskimääräinen ratkaisuosuus kuin oppilailla, joiden vanhemmilla korkein koulutus oli yliopisto, korkeakoulu tai ammattikorkeakoulu. Vanhempien koulutustaustan yhteys oppimistuloksiin havaittiin myös vuosina 2011 ja 2012 ja yhteys on todettu myös kaikissa aiemmissa matematiikan arvioinneissa sekä kansallisesti että kansainvälisesti.

Oppilaan tavoittelemalla jatko-opiskelupaikalla ja matematiikan oppimistuloksilla on myös selkeä yhteys. Vuoden 2015 arvioinnissa keskimääräinen ratkaisuosuus lukion pitkään matematiikkaan tähtäävillä oli 59 %, lukion lyhyen matematiikan valitsevilla 40 % ja ammatillisiin opintoihin aikovilla 32 %. Saman arvioinnin mukaan oma aktiivisuus ja usko omaan osaamiseen vaikuttavat positiivisesti oppimistuloksiin. Jos oppilas teki annetut matematiikan tehtävät oppitunneilla ja kotona sovitulla tavalla, oli oppilaan keskimääräinen ratkaisuosuus huomattavasti suurempi kuin sellaisen, joka teki tehtäviä harvoin tai ei lainkaan. Tilastolliset erot olivat merkitseviä ja suuria. Tämä selittynee osittain sillä, että matematiikan oppiminen ja sen ymmärtäminen edellyttää laskurutiinien hallintaa, joka kehittyy vain säännöllisellä tehtävien tekemisellä. Vaikka matematiikka ei ollut kovin pidetty oppiaine, oli asenne matematiikkaa kohtaan muuttunut myönteisemmäksi verrattuna aiempiin arviointeihin. Vuoden 2015 taustakyselyjen nojalla matematiikkaa pidettiin kuitenkin varsin hyödyllisenä oppiaineena ja käsitys omasta osaamisesta koettiin lievästi myönteisenä. Oppiaineesta pitämisellä, oppiaineen hyödylliseksi kokemisella ja uskolla omaan osaamiseen oli positiivinen ja tilastollisesti merkitsevä suhde oppimistuloksiin: mitä positiivisempia asenteet olivat opiskelua kohtaan, sitä parempia olivat oppimistulokset

Tuoreimmissa opetussuunnitelmissa digitaalisuuden osuus kasvaa ja myös matematiikan opetus sähköistyy (Opetushallitus 2014, Opetushallitus 2019). Tämä näkyy myös vuoden 2015 matematiikan oppimistulosten arvioinnissa, jossa osa oppilaista suoritti osan tehtävistä sähköisesti paperiversion sijaan. Huomioitavaa on, että sekä monivalintatehtävissä että päässälaskutehtävissä paperiversion oppilaat menestyivät paremmin kuin sähköversion oppilaat. Monivalintatehtävissä ero oli keskimäärin noin kaksi ja päässälaskutehtävissä noin neljä prosenttiyksikköä. Kummassakin tapauksessa ero on tilastollisesti merkitsevä. Vuoden 2015 arvioinnissa oli myös ensimmäistä kertaa uutena tehtävätyyppinä sähköinen GeoGebra-arviointi, jonka tuloksia ei kuitenkaan huomioitu kokonaisarvioinnissa.

2.2.2 Matematiikan osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa

Peruskoulun oppilaiden matematiikan osaamista arvioidaan säännöllisesti, mutta toisen asteen opiskelijoiden osaamisista ja sen muutosta arvioidaan harvoin.

Karvia koulutuksen arvioijana edeltänyt Opetushallitus (OPH) arvioi matematiikan osaamista ammatillisessa koulutuksessa kansallisesti vuonna 1998. Lukiokoulutuksen opiskelijoiden matemaattisen osaamisen tasoa Karvi tai OPH eivät taas olleet koskaan arvioineet vuoteen 2015 mennessä. Syynä lienee se, että osaamista voidaan seurata ylioppilastutkintojen avulla, mutta ylioppilaskoetulosten avulla ei päästä kiinni todellisessa osaamisessa tapahtuviin muutoksiin lukiokoulutuksen aikana.

Karvin vuonna 2017 julkaisemassa raportissa (Metsämuuronen 2017) selvitetään matemaattisen osaamisen tasoa ja siihen yhteydessä olevia tekijöitä toisen asteen koulutuksen lopussa lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Pitkittäisaineistossa on seurattu samojen opiskelijoiden matematiikan osaamista perusopetuksen nivelvaiheissa 2. luokan jälkeen vuonna 2005, 5. luokan jälkeen vuonna 2008 ja 9. luokan lopussa vuonna 2012 sekä ammatillisen- ja lukiokoulutuksen lopussa vuonna 2015. Tässä luvussa referoin omin sanoin raportin sisältöä. Olen poiminut aineistosta omasta mielestäni oleellisia asioita opiskelijoiden matematiikan osaamisesta toisen asteen koulutuksen päättövaiheessa ja osaamisen muutoksesta koulu-uran aikana.

Toisen asteen opintojen aikana matematiikan osaaminen lisääntyy selkeästi, kun arvioidaan osaamista kokonaisuutena: Keskimääräinen osaamisen taso toisen asteen opintojen lopussa oli 570 yksikköä asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500. Asteikossa 25 yksikköä vastaa noin yhden vuoden aikana saavutettua osaamista. Erot osaamisen tason muutoksessa ovat kuitenkin selkeitä niin lukiokoulutuksessa pitkän ja lyhyen oppimäärän välillä kuin lukion ja ammatillisen koulutuksen välillä. Osaamisen lisääntyminen selittyy pitkälti lukion pitkän matematiikan valinneiden opiskelijoiden matematiikan osaamisen muutoksella, kun taas ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden ja vain minimimäärän matematiikan kursseja suorittavien lukiolaisten matematiikan osaamisen taso pysyi keskimäärin 9. luokalla saavutetulla tasolla.

Kerätyn aineiston nojalla matemaattisen osaamisen tason eriytyminen tapahtuu jo varhaisina kouluvuosina, mutta voimistuu selkeästi perusopetuksen yläluokilla ja jatkuu toisen asteen loppuun saakka. Ammatilliseen koulutukseen haketutuneiden lähtötaso on siis selvästi matalampi, kuin lukio-opintoihin haketutuneiden, mutta ero kasvaa vielä merkittävästi toisen asteen opintojen aikana: Osaaminen eriytyy jo varhaisina kouluvuosina, ja peruskoulun päättyessä ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden osaamisen keskiarvo on 468 yksikköä, kun lukioon hakeutuneilla se on 565. Vaikka tämäkin ero on erittäin merkitsevä ja huomattavan suuri, se on kuitenkin selvästi vähäisempi kuin toisen asteen koulutuksen lopussa, jolloin lukio-opiskelijoiden keskiarvo on 627 ja ammatillisen koulutuksen valinneilla 469.

Perusopetuksen päättövaiheessa tehtyjen arviointien mukaan sukupuolien välillä matematiikan osaamisessa ei ole merkittävää eroa (Julin & Hirvonen 2016). Tämän aineiston nojalla tulos on peruskoulun päättyessä sama, eikä miesten ja naisten välillä ole kokonaisaineistossa merkittävää eroa osaamisen tasossa toisen asteen lopussakaan. Kuitenkin eroja sukupuolien välisessä osaamisessa havaitaan, kun osaamista tarkastellaan erikseen ammatillisen- ja lukiokoulutuksen aineistoissa. Molemmissa aineistoissa miehet menestyvät merkitsevästi paremmin kuin naiset. Naisten osaaminen on lukiossa noin yhden vuoden jäljessä miesten osaamisesta ja ammatillisessa koulutuksessa noin kahden vuoden verran.

Kuten perusopetuksen päättövaiheen arvioinnissa, myös toisen asteen opintojen lopussa matematiikan osaamista on kokonaisosaamisen lisäksi arvioitu matematiikan osa-alueittain. Kokonaisaineistossa matematiikan osa-alueista osattiin parhaiten *algebra* (582 yksikköä) ja *funktiot* (572) ja selvästi heikommin *geometria* (533) sekä *tilastot ja tietojen käsittely* (536). Algebran sekä *lukujen ja laskutoimitusten* alueilla vaihtelu opiskelijoiden osaamisessa on suurta: osa opiskelijoista hallitsee vain peruskoulun 3. luokan tason (39–49), kun taas osa yltää lukion pitkän matematiikan tasoon (716–824). Molempia ääripäitä löytyy sekä lukio- että ammatillisen koulutuksen aineistosta, mutta lähtökohtaisesti lukiokoulutus kehittää opiskelijoita huomattavasti paremmin juuri algebran (ero ammatilliseen koulutukseen 112 yksikköä) sekä lukujen ja laskutoimitusten (ero 83 yksikköä) osa-alueilla. Muilla osa-alueilla (funktiot, geometria sekä tilastot ja tietojen käsittely) ryhmien välinen ero on maltillisempi (20–49 yksikköä). Näiden tietojen valossa lukio-opetus harjaannuttaa algebran sekä lukujen ja laskutoimitusten alueilla myös niitä opiskelijoita, jotka eivät ole matemaattisesti orientoituneita.

Osaaminen toisen asteen aikana eriytyy voimakkaasti lukiokoulutuksen ja ammatillisen koulutuksen välillä, mutta myös lukiokoulutuksessa kurssimäärät ja valittu laajuus aiheuttaa osaamisessa suuria eroja. Lukion matematiikan pitkän oppimäärän suorittaneilla (12 kurssia tai yli) osaaminen lisääntyy keskimäärin 84 yksikköä ja lyhyen oppimäärän suorittaneilla, mutta ylimääräisiä kursseja ottaneilla (7–11 kurssia), osaaminen lisääntyi keskimäärin 56 yksikköä. Jos taas kursseja suoritettiin lukiossa vain minimimäärä, osaaminen ei käytännössä muuttunut 9. luokan jälkeen. Lukion minimikurssimäärän suorittaneet ovat siis samassa tilanteessa ammatillisen koulutuksen suorittaneiden kanssa. On kuitenkin huomioitava, yksittäisen opiskelijan osaamisen polkua ei voida ennustaa. Mielekkäästi valituilla taustamuuttujilla opiskelijoiden osaamisesta löytyy säännönmukaisuuksia, mutta esimerkiksi aktiivinen, ammatillisen koulutuksen valinnut opiskelija voi saavuttaa saman osaamisen tason kuin lukion pitkän matematiikan valinnut opiskelija.

Opiskelijan matematiikan osaaminen ei selity pelkästään valituilla koulutussuuntauksella tai kurssimäärällä, vaan oma asenne ja perheeseen liittyvät tekijät ovat vahvasti yhteydessä osaamisen tasoon. Kokonaisasenne ja positiivinen tunnetila matematiikkaa ajatellessa selittävät osaamisesta toisen asteen koulutuksen lopulla noin 28 prosenttia. Myös poissaolojen määrä ja oppilaitoksessa viihtyminen selittävät osaamista tilastollisesti merkitsevästi. Vanhempien koulutus ja kodin tarjoama tuki vaikuttavat myös opiskelijan matematiikan osaamiseen. Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen toisen asteen lopussa. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty näyttäytyy kuitenkin jo 9. luokan lopulla eikä lisäänny merkittävästi toisen asteen aikana. Kodin tuki sen sijaan selittää merkitsevästi ja merkittävästi osaamista kokonaisuutena sekä ammatillisessa että lukiokoulutuksessa. Lukiossa yhteys on suoraviivainen: mitä voimakkaammin opiskelija koki saavan tukea, sitä korkeampi osaamisen taso oli. Ero paljon ja ei lainkaan tukea saavien opiskelijoiden välillä voi olla jopa kahden vuoden osaamisen luokkaa. Ammatillisessa koulutuksessa kodin antama tuki ei näytä varsinaisesti kasvattavan osaamista, mutta erittäin vähän tukea saavien opiskelijoiden osaamisen taso on merkitsevästi matalampaa kuin muissa ryhmissä.

Sekä lukion että ammatillisen koulutuksen päättötodistusten arvosanoja käytetään jatkokoulutukseen hakeuduttaessa, joten niiden olisi syytä vertautua toisiinsa koulutuksellisen tasa-arvon toteutumiseksi. Opiskelijoiden saavuttaman matematiikan osaamisen ja kurssiarvosanojen välillä on kuitenkin erittäin merkittäviä eroja eri oppilaitosten välillä. Yleisesti ottaen parhaimpia tuloksia saavilla kouluttajilla on taipumusta vaatia enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimmin menestyneillä kouluttajilla. Esimerkiksi heikoimpia tuloksia ja parhaimpia tuloksia saaneissa lukiossa arvosanaan 8 vaadittava osaamisen ero voi olla yli sata osaamisyksikköä, mikä vastaa pahimmillaan jopa kuuden vuoden eroa osaamisen tasossa. Vastaavasti ammatillisessa koulutuksessa kiitettävän arvosanan voi saavuttaa heikkotasoisessa oppilaitoksessa noin neljä vuotta heikommalla osaamisen tasolla kuin hyvätasoisessa oppilaitoksessa. Mikäli toisen asteen päättöarvosanat perustuvat kursseilla saataviin arvosanoihin, on matematiikan päättöarvosanojen tasoissa huomattavia eroja oppilaitosten välillä, mikä johtaa epätasa-arvoiseen asemaan jatkokoulutukseen hakeutuessa. Lukion osalta hakutilannetta selkeyttää vertailukelpoinen ylioppilastutkinto, mutta ammatillisessa koulutuksessa vastaavaa ei ole.

2.2.3 Suomalaisten nuorten matematiikan osaaminen kansainvälisissä vertailuissa

Suomalaiset nuoret ovat menestyneet 2000-luvulla hyvin kansainvälisissä, matemaattisia taitoja mittaavissa arvioinneissa. 15-vuotiaiden (Suomessa 9. luokan oppilaiden) matematiikan ja luonnontieteiden osaamista sekä lukutaitoa on kartoitettu vuosina 2000–2018 seitsemässä PISA-tutkimuksessa, joista matematiikka on ollut pääalueena vuosina 2003 ja 2012. PISA-tutkimusohjelmassa (Programme for International Student Assessment) ei paneuduta koulussa opittuun tietoon, vaan selvitetään nuoren taitoa käyttää osaamista arjen todellisissa ongelmissa. Kansainvälisissä TIMSS-tutkimuksissa (Trends in Mathematics and Science Study) taas arvioidaan neljäs- ja kahdeksasluokkalaisten oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista joka neljäs vuosi. Suomesta TIMSS-tutkimukseen vuonna 2016 osallistui vain neljäsluokkalaiset ja vuonna 2012 neljäs-, ja kahdeksasluokkalaisten lisäksi seitsemäsluokkalaiset, sillä tätä edeltävän kerran suomalaisten matematiikan osaamista arvoitiin TIMSS-tutkimuksella vuonna 1999, jolloin suomesta arviointiin osallistuivat poikkeuksellisesti seitsemäsluokkalaiset. Ottamalla seitsemäsluokkalaiset mukaan vuoden 2012 arviointiin saatiin vertailukelpoista aineistoa seitsemäsluokkalaisten matematiikan osaamisen muutoksista. Tässä luvussa kartoitan suomalaisten yläkouluikäisten matematiikan osaamista ja osaamisen muutosta 2000-luvulla edellä mainittujen tutkimusten valossa.

Kaikissa vuosina 2000–2018 tehdyissä PISA-tutkimuksissa 15-vuotiaiden suomalaisten matematiikan osaaminen on ollut OECD-maiden parhaimmistoa. Vuosina 2000, 2003 ja 2006 Suomi sijoittui kärkisijalle tai lähelle kärkeä kaikilla kolmella aihealueella, eli matematiikassa, luonnontieteissä ja lukutaidossa, ja tämä herätti kansainvälisen kiinnostuksen Suomen koulutusjärjestelmää kohtaan (Välijärvi ym. 2007). Matematiikan osaamisessa vuonna 2000 Suomen sijoitus OECD-maiden keskuudessa oli neljäs (Välijärvi ym. 2001), vuonna 2003 OECD-maiden joukossa ensimmäinen ja kaikkien osallistujamaiden joukossa Hongkongin jälkeen toinen (Kupari ym. 2004) ja vuonna 2006 Suomi oli edelleen OECD-maiden kärjessä häviten niukasti kaikkien osallistujamaiden joukossa vain Kiinan Taipeille (Arinen & Karjalainen 2007). Vuosituhannen alun huippusijoitusten jälkeen odotukset suomalaisten PISA-menestystä kohtaan olivat korkealla. Seuraavissa arvioinneissa vuosina 2009, 2012, ja 2015 Suomi sijoittui yhä matematiikan osaamisessa lähelle kärkeä, mutta kirkkaimmasta kärjestä jäätiin jälkeen ja saavutetut pisteet olivat myös hieman aiempia arviointeja matalammat. Esimerkiksi vuonna 2012 Suomi sijoittui matematiikan osa-alueella OECD-maiden joukossa kuudenneksi ja kaikkien osallistujamaiden keskuudessa kahdenneksitoista (Kupari ym. 2013).

Matematiikan osaamisen tason muutosta on helpoin arvioida vuoien 2003 ja 2012 PISA-tulosten valossa, sillä tällöin matematiikka oli tutkimuksen päätalueena ja molemmissa tutkimuksissa oli mukana keskenään samoja tehtäviä. Vuosina 2003–2012 tapahtunut heikentyminen suomalaisnuorten matematiikan osaamisessa on selkeä, ja etenkin matematiikkaa heikosti osaavien nuorten osuuden kasvu sekä huippuosaajien määrän vähentyminen ovat huolestuttavia (Kupari ym. 2013). Heikkojen osaajien määrä kasvoi 7 prosentista kahteentoista ja huippuosaajien määrä laski 23 prosentista viiteentoista (Kupari ym. 2013).

Molemmat muutokset ovat tilastollisesti merkitseviä. Myös matematiikan kokonaisosaamisen keskiarvo oli samalla aikavälillä laskenut merkitsevästi: Suomalaisten osaamisen keskiarvo laski jopa 25 pistettä 544 pisteestä 519 pisteeseen, kun molemmissa tutkimuksissa mukana olleiden OECD-maiden keskiarvo laski 4 pistettä 500 pisteestä 496 pisteeseen (Kupari ym. 2013). Vuoden 2003 kärkimaista Suomen keskiarvon lasku oli kaikkein suurin, mitä voidaan pitää erittäin huolestuttavana. Laskevan kehityksen tekijöitä on haettu oppilaiden asenteiden, motivaation, uskomusten ja ajankäytön muutoksista sekä opetusjärjestelyihin, koulujen toimintaympäristöön, ohjaukseen, opiskeluilmastoon ja resursseihin liittyvistä tekijöistä (Kupari ym. 2013).

Vuoden 2015 PISA-tutkimuksessa suomalaisnuorten saavuttamien pisteiden keskiarvo oli 511 (Vettenranta ym. 2016) ja vuonna 2018 pisteitä kertyi keskimäärin 507 (Leino ym. 2019). Molemmissa tutkimuksissa Suomen keskiarvo oli edelleen selvästi OECD-maiden keskiarvoa parempi ja sijoitus kärkikymmenikön tuntumassa (Leino ym. 2019, Vettenranta ym. 2016). Jos vuoden 2018 tuloksia verrataan vuoteen 2015 ja vuoden 2015 tuloksia vuoteen 2012, ei matematiikan osaamisessa näyttäydy tilastollisesti merkitsevää heikkenemistä. Kuitenkin trendi suomalaisten 15-vuotiaiden matematiikan osaamisessa on laskeva ja vuosien 2012 ja 2018 tulosten vertailussa voidaan puhua jo tilastollisesti merkitsevästä osaamisen tason laskusta (Leino ym. 2019). Kokonaisuutena tarkastellen suomalaisnuorten matematiikan osaaminen on heikentynyt huomattavasti 2000-luvun alkupuoliskon huippuajoista, mutta viimeisimpien PISA-tulosten valossa heikkenemisen vauhti on hidastunut. Osaaminen on yhä heikkenemisestä huolimatta kansainvälisesti korkealla tasolla.

Kun PISA-tutkimuksilla mitataan arjessa tarvittavia, soveltavia matematiikan taitoja, TIMSS-tutkimukset keskittyvät enemmän vastaaviin sisältöalueisiin, joita koulussa opiskellaan, kuten lukuihin ja laskutoimituksiin, geometriaan ja algebraan. Vuoden 1999 TIMSS-tutkimukseen osallistui yhteensä 38 maata, joista 14 oli OECD-maita. Maamme tulokset olivat selvästi kansainvälistä keskitasoa korkeampia ja vain kuusi maata oli Suomea tilastollisesti merkitsevästi parempia matematiikassa. Vertailtaessa vain OECD-maiden menestystä toisiinsa, suomalaisten 7. luokkalaisten matematiikan suoritukset olivat keskitasoa (Kupari ym. 2001).

Kun 7. luokkalaisten matematiikan osaamista mitattiin TIMSS-tutkimuksella seuraavan kerran vuonna 2011, tulokset kertovat samanlaisesta osaamisen heikkenemisen trendistä kuin PISA-tuloksetkin. Vuodesta 1999 vuoteen 2011 suomalaisten seitsemäsluokkalaisten matematiikan osaaminen oli heikentynyt keskimäärin 38 pistettä, joka vastaa suunnilleen vuoden aikana karttunutta osaamista (Kupari, Vettenranta & Nissinen 2012). Voidaan siis sanoa, että seitsemäsluokkalaisten matematiikan osaaminen oli 12 vuoden aikana huonontunut runsaan yhden kouluvuoden verran.

Suomalaiset 8. luokkalaiset ovat osallistuneet TIMSS-tutkimukseen toistaiseksi vain vuonna 2011. Kun vertaillaan osallistujamaiden kansallisia keskiarvoja, suomalaisten kahdeksasluokkalaisten matematiikan osaaminen oli osanottajamaiden joukossa korkeatasoista. Suomen keskiarvo oli 42 maan joukossa kahdeksanneksi korkein, mikä oli samalla eurooppalaista kärkeä (Kupari, Vettenranta & Nissinen 2012). Tutkimukseen osallistuneiden OECD-maiden joukossa Suomi sijoittui neljänneksi. Vaikka Suomessa erinomaisiin suorituksiin yltäneiden oppilaiden osuus oli verraten pieni, muille suoritustasoille päässeiden oppilaiden osuudet olivat huomattavasti kansainvälisen mediaanin yläpuolella. Vain 4 prosenttia suomalaisista oppilaista jäi heikon suoritustason alapuolelle, kun kansainvälinen mediaani oli jopa 25 prosenttia (Kupari, Vettenranta & Nissinen 2012).

Sekä PISA- että TIMSS-tutkimuksissa suomalaisten tasoerot ovat olleet kansainväliesti verrattuna pieniä koko 2000-luvun ajan. TIMSS-tutkimuksissa vuosina 1999 ja 2011 suomalaisten oppilaiden suorituserot olivat tutkimukseen osallistuneiden maiden pienimpiä, ja sekä heikkoja että erinomaisia suorituksia oli suomalaisilla hyvin vähän (Kupari ym. 2001, Kupari, Vettenranta & Nissinen 2012). Myös PISA-tutkimuksissa korostuu suomalaisten matematiikan osaamisen tasaisuus. Vuosina 2003 ja 2006 osaamisen vaihtelua kuvaava keskihajonta oli Suomessa selkeästi pienin tutkimuksen huippumaista (Kupari ym. 2004, Arinen & Karjalainen 2007). Vuosina 2012 ja 2015 keskihajonta oli Suomessa merkittävästi OECD-maiden keskiarvoa pienempi ja pienimpiä hyvin menestyneiden maiden joukossa (Kupari ym. 2013, Vettenranta ym. 2016), ja vuonna 2018 edelleen selvästi OECD-maiden keskimääräistä keskihajontaa pienempi (Leino ym. 2019).

2.2.4 Sosioekonomisen statuksen vaikutukset matematiikan osaamiseen

Salmela-Aron ja Chmielewskin tutkimuksessa (2019) on analysoitu sosioekonomisen taustan vaikutusta suomalaisten oppilaiden menestykseen kansainvälisissä lukutaitoa, luonnontieteitä ja matematiikkaa käsittelevissä arvioinneissa vuosien 1964 ja 2015 välillä. Tutkimus antaa viitteitä siitä, että sosioekonomisen eriarvoisuuden vaikutus koulumenestykseen on viime vuosina lisääntynyt. Tässä luvussa esittelen omin sanoin edellä mainitun tutkimuksen tuloksia sosioekonomisen eriarvoisuuden vaikutuksista oppilaiden koulumenestykseen ja erityisesti matematiikan oppimistuloksiin.

Suomalainen koulutusjärjestelmä pyrkii takaamaan kaikille kansalaisille tasapuolisen mahdollisuuden hyvään koulutukseen. 1960- ja 70-lukujen taitteessa toteutettiin reformiuudistus, joka toi Suomeen kansa- ja oppikoulun tilalle yhdeksänvuotisen, kaikille saman peruskoulun, mikä onnistui luomaan Suomeen kansainvälisesti verraten varsin tasa-arvoisen koulutusjärjestelmän. Kansainvälisten oppimisarviointien valossa suomalaisten oppimistulokset, niin matematiikassa, luonnontieteissä kuin lukutaidossa tasoittuivat eri sosioekonomisen luokkien välillä heti peruskoulu-uudistuksen jälkeen. 2000-luvulle tultaessa Suomesta oli kehittynyt yksi maailman tasaisimpia oppimistuloksia tuottava ja poikkeuksellisen hyvin kansainvälisissä vertailuissa menestyvä valtio. Kuitenkin osaamiserot eri taustoista tulevien oppilaiden välillä näyttävät 2010-luvulla jälleen lisääntyneen.

Vuosituhannen alussa suomalaisten matematiikan osaaminen oli maailman kärkitasoa. Vuosien 2000, 2003 ja 2006 PISA-arvioinneissa suomalaiset sijoittuivat kirkkaimpaan kärkeen niin matematiikassa, luonnontieteissä kuin lukutaidossa ja suomalaisten osaaminen oli verrattain varsin tasaista. 2010-luvun PISA-arvioinneissa vuosina 2012, 2015 ja 2018 suomalaiset menestyivät edelleen hyvin, mutta keskimääräinen osaaminen oli heikentynyt hieman ja samalla tulosten tasoerot kasvoivat. Kansainvälisten arviointien yhteydessä tehdyistä taustakyselyistä selviää, että heikommista lähtökohdista ponnistavan oppilaan osaaminen on keskimäärin huonompaa kuin oppilaan, jonka sosioekonominen status on korkea. Oppimistulosten tasoerojen kasvu on siis yhteydessä oppilaiden taustoihin, ja sosioekonomiset erot suomalaisten oppilaiden välillä ovat kääntyneet viime vuosina kasvuun.

Suomalaisten koululaisten osaamisen tason lasku ja osaamisen eriarvoistuminen 2010-luvulla viittaavat siihen, että peruskoulu-uudistuksen tavoittelema tasa-arvoinen koulutus ei toteudu pitkällä aikavälillä. Näyttää siltä, että 2000-luvun alusta lähtien suomalainen kouluympäristö on muuttunut epätasa-arvoisempaan suuntaan. Etenkin tasoero erittäin heikoista lähtökohdista tulevien oppilaiden ja keskitason oppilaiden välillä on lisääntynyt 2000-luvulla. Syitä epätasa-arvon kasvuun on haettu muun muassa koulutuksen valinnanvapauden lisääntymisestä, yksinhuoltajaperheiden määrän kasvusta ja maahanmuuton kiihtymisestä.

Lähtökohtaisesti Suomessa on noudatettu lähikouluperiaatetta, eli suomalaiset oppilaat menevät opiskelemaan lähimpänä kotia sijaitsevaan kouluun. Vanhempien vaikutusmahdollisuuksia lastensa koulun valintaan lisättiin kuitenkin vuonna 1998. Kouluvalinnan mahdollisuutta on hyödynnetty erityisesti suurten kaupunkien alueilla korkean sosioekonomisen statuksen perheissä ja näin ollen suuriin kaupunkeihin on viime vuosina muodostunut niin sanottuja korkean ja matalan statuksen kouluja. Kun oppilaat jakautuvat eri kouluihin sosiaalisen statuksen mukaan, sosioekonominen eriytyminen lisääntyy ja koulutus epätasa-arvoistuu entisestään. Erityisen huolestuttavana voidaan pitää myös sitä, että Suomessa tasoero syntyperäisten suomalaisten ja maahanmuuttajataustaisten oppilaiden välillä on ollut kaikkien osallistujamaiden joukossa suurin viime vuosien PISA-arvioinneissa. Tämä puolestaan viittaa siihen, että Suomessa ei pystytä tarjoamaan maahanmuuttotaustaisille oppilaille yhtä hyvää koulutusta kuin syntyperäisille suomalaisille.

2.3 Matemaattinen tutkimus

Tässä luvussa esittelen matematiikkaa käsittelevän lähdeaineistoni taustamateriaalia. Matemaattista tutkimusta käsittelevä lähdeaineistoni koostuu kolmesta uutisartikkelista, joissa kussakin kerrotaan yhden matemaattisen ongelman ratkaisusta. Seuraavissa alaluvuissa avaan matemaattisten ongelmien taustoja ja ratkaisujen pääpiirteitä niistä kirjoitettujen tieteellisten artikkelien pohjalta.

2.3.1 Kolmen kuution summa

Ensimmäinen lähdeaineistoni uutisartikkeli käsittelee aihetta, jossa on löydetty ratkaisu seuraavalle yhtälölle: $x^3 + y^3 + z^3 = 42$. Uutisartikkeli on julkaistu lehdistötiedotteen (Bristolin yliopisto 2019) pohjalta ennen ratkaisun löytäneiden Bookerin ja Sutherlandin tieteellisen artikkelin (2020) julkaisua. Paneudun siis ongelmaan käyttäen lähteenä pääosin Bookerin (2019) aiempaa artikkelia, jossa esitetään vastaava ratkaisu luvulle 33.

Taustaa

Kysymys siitä, mitkä luvut voidaan esittää kolmen kokonaisluvun kuution summana, on askarruttanut matemaatikoita 1950-luvulta lähtien. 1990-luvulla Heath-Brown (1992) otaksui, että jos k on kokonaisluku, joka ei ole kongruentti jäännösluokan $\pm 4 \pmod 9$ kanssa, löytyy ääretön määrä kolmikkoja $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$, joille pätee seuraava yhtälö:

$$x^3 + y^3 + z^3 = k \tag{1}$$

Useat eri matemaatikot ovat hyödyntäneet tietokoneiden laskentatehoja löytääkseen ratkaisuja eri $k\text{:n}$ arvoille. Elsenhans ja Jahnel (2009) onnistuivat ratkaisemaan kaikki $k\text{:n}$ arvot ehdoilla $k < 1000$ ja $\max\{|x|, |y|, |z|\} \leq 10^{14}$, minkä jälkeen Huisman (2016) laajensi tutkimusjoukkoa muuttamalla jälkimmäisen ehdon muotoon $\max\{|x|, |y|, |z|\} \leq 10^{15}$. Molemmat hyödynsivät ratkaisussaan Elkiesin algoritmia, joka etsii rationaalisia pisteitä Fermat'n käyrän ($X^3 + Y^3 = 1$) läheisyydestä (Elkies 2000). Näin ollen ehdolla $k < 1000$ jäi jäljelle enää seuraavat 13 lukua, joiden ratkaisut olivat selvittämättä: $33,\ 42,\ 114,\ 165,\ 390,\ 579,\ 627,\ 633,\ 732,\ 795,\ 906,\ 921,\ 975.$

Ratkaisut luvuille 33 ja 795

Bookerin (2019) artikkelissa *Cracking the problem with 33* esitellään algoritmi, jonka avulla saatiin ratkaistua yhtälö (1), kun $k = 33$ ja kun $k = 795$. Alla selitän ratkaisun pääpiirteet pohjautuen Bookerin artikkeliin.

Booker lähti ratkomaan jäljelle jääneitä $k\text{:n}$ arvoja uudenlaisesta näkökulmasta. Siinä missä Elkiesin algoritmi pyrki löytämään ratkaisun mahdollisimman monelle $k\text{:n}$ arvolle samanaikaisesti, Bookerin algoritmin tehokkuus perustui valmiiksi kiinnitettyyn $k\text{:n}$ arvoon. Elsenhansin ja Jahnelin (2009) sekä Huismanin (2016) ratkaisuissa ehdoksi asetettiin maksimi joukon suurimmalle alkiolle, mutta Booker hyödynsi joukon pienimmän alkion minimiä, jolloin hakujoukkoa voitiin rajata aiempaa tehokkaammin.

Bookerin algoritmi pohjautuu havaintoon, että asettamalla alkuehto $|x| \geq |y| \geq |z|$, joka ei rajaa pois mahdollisia ratkaisuja, voidaan yhtälö muokata muotoon $k - z^3 = x^3 + y^3$, jolloin x ja y voidaan jakaa tekijöihin $(x + y)$ ja $(x^2 - xy + y^2)$. Olkoon nyt tekijän $(x + y)$ itseisarvo $d = |x + y| = |x| + y \operatorname{sng} x$, jolloin saadaan seuraava tulos:

$$\begin{aligned}\frac{|k - z^3|}{d} &= x^2 - xy + y^2 = x\big(2x - (x + y)\big) + y^2 \\ &= |x|(2|x| - d) + (d - |x|)^2 = 3x^2 - 3d|x| + d^2.\end{aligned}$$

Näiden havaintojen avulla joukolle $\{x, y\}$ voidaan löytää rajattu määrä ratkaisuja käymällä läpi d:n eri arvot siten, että k on kiinnitetty ja alkiolle z ehdotetaan eri minimiarvoja. Yksinkertaisimmillaan Bookerin algoritmi saa tällöin muodon:

$$\{x, y\} = \left\{\frac{1}{2}\operatorname{sng}(k - z^3)\left(d \pm \sqrt{\frac{4|k - z^3| - d^3}{3d}}\right)\right\}.$$

Tällaisenaan kaikkien mahdollisten ratkaisujen läpikäynti ei kuitenkaan ole mielekästä eikä tietokoneiden laskentatehon nojalla välttämättä edes mahdollista. Lisäoletusten avulla pyritään välttämään ylimääräistä laskemista muun muassa rajaamalla z:n ja d:n hakujoukkoja tehostaen näin algoritmin toimintaa. Koska edellä mainittu algoritmi toimii hyvin pienten ratkaisujen etsinnässä, voidaan olettaa, että $|z| > \sqrt{k}$ ja edelleen $|z| > \sqrt{k} \geq \sqrt[3]{k}$. Toisaalta myös tilanteet, joissa z:n ja y:n arvot ovat samat, ovat helpohkosti läpikäytävissä, eivätkä tuota uusia ratkaisuja, joten voidaan myös olettaa, että $y \neq z$. Muun muassa näiden tietojen valossa voidaan taas rajata d:n arvo välille $0 < d < \alpha|z|$, missä $\alpha = \sqrt[3]{2} - 1$.

Lopullista algoritmia varten otetaan käyttöön parametri B, joka rajaa z:n ja d:n arvoja seuraavasti: $|z| \leq B$ ja $0 < d \leq \alpha B$. Kun lopulliselle algoritmille asetetaan ehdoksi $\min\{|x|, |y|, |z|\} \leq 10^{16}$, saadaan selville kaksi uutta ratkaisua:

$$8866128975287528^3 + (-8778405442862239)^3 + (-2736111468807040)^3 = 33$$
$$(-1421904972535822 7)^3 + 14197965759741571^3 + 2337348783323923^3 = 795.$$

Ratkaisut luvuille 42, 165 ja 906 sekä uusi ratkaisu luvulle 3

Booker ja Sutherland tekivät muutoksia ja parannuksia Bookerin kehittelemään algoritmiin ja löysivät näin ratkaisut yhtälölle (1) k:n arvoilla 42, 165 ja 906 sekä kolmannen ratkaisun luvulle 3, jonka on otaksuttu olevan olemassa, mutta jota ei aiemmin ole pystytty selvittämään. Seuraavaksi esittelen pääpiirteet Bookerin algoritmiin tehdyistä parannuksista pohjautuen Bookerin ja Surtherlandin artikkeliin *On a question of Mordell* (2020).

Booker ja Sutherland pyrkivät tekemään algoritmiin muutoksia, joilla voitaisiin käydä läpi laajempi joukko ratkaisuvaihtoehtoja ilman, että tietokoneiden laskentateho loppuu kesken. Siinä missä Booker käytti yksittäistä parametria B rajaamaan z:n ja d:n arvoja, Booker ja Sutherland tekivät molemmille muuttujille omia rajauksia, jolloin suhde $|z|/d$ muuttui annettujen arvojen mukana. Algoritmin muistin ylikuormittumista pystyttiin estämään ja samalla laskentatehoa kasvattamaan käyttämällä leikkauspisteitä apuna z:n arvojen määrittämisessä. Näin pystyttiin myös tutkimaan aiempaa suurempia $|z|$:n arvoja. Dynaamisella optimoinnilla saatiin käytyä läpi tapauksia, joissa d saa huomattavasti pienemmän arvon kuin z_{max} ja näin voitiin edelleen rajata muuttujalle z syötettäviä arvoja. Muun muassa näiden parannusten avulla algoritmin tehoa onnistuttiin lisäämään ja voitiin käydä läpi uusia mahdollisia ratkaisuja, joita aiemmat algoritmit eivät pystyneet löytämään.

Algoritmin tehostamisesta huolimatta uusien ratkaisujen löytämiseen tarvittiin yhä valtavasti laskentatehoa. Booker ja Sutherland hyödynsivät Charity Enginen kautta saatujen 500 tuhannen tietokoneen laskentatehoa ja yhteensä 1,3 miljoonan tunnin laskemisen jälkeen löydettiin ratkaisu luvulle 42:

$$(-80538738812075974)^3 + 80435758145817515^3 + 12602123297335631^3 = 42.$$

Nyt oli löydetty vähintään yksi ratkaisu kaikille k:n arvoille, joille pätee $k < 100$. Bookerin ja Sutherlandin algoritmi ratkaisi yhtälön (1) myös k:n arvoilla 165 ja 906, joten ehdolla $k < 1000$ on heidän tutkimuksensa jälkeen jäljellä enää kahdeksan lukua, joiden ratkaisut ovat selvittämättä.

Jo 1950-luvulla Mordell (1953) esitti kysymyksen, onko k:n arvolle 3 olemassa muita ratkaisuja kuin $1^3 + 1^3 + 1^3 = 3$ ja $4^3 + 4^3 + (-5)^3 = 3$. Tähän ongelmaan on etsitty ratkaisua pitkään ja vihdoin onnistuttiin löytämään kolmas ratkaisu:

$$569936821221962380720^3 + (-569936821113563493509)^3 + (-472715493453327032)^3 = 3.$$

Ratkaisussa yksi muuttujista saa huomattavasti kahta muuta pienemmän arvon, minkä vuoksi aiemmat algoritmit eivät olleet pystyneet löytämään ratkaisua. Bookerin ja Sutherlandin tekemät parannukset algoritmiin tekivät mahdolliseksi sen, että algoritmi voi löytää myös ratkaisuja, joissa muuttujien arvot ovat kaukana toisistaan.

2.3.2 Lukujen alkutekijät lyhyillä lukuväleillä

Toisessa matemaattisen lähdeaineistoni uutisartikkelissa kerrotaan nuoresta suomalaisesta matemaatikosta, Kaisa Matomäestä, ja hänen saavutuksistaan analyyttisen lukuteorian parissa. Matomäki ja Radziwill ovat yhdessä tutkineet lukujen alkutekijöitä ja niiden ominaisuuksia. He ovat onnistuneet osoittamaan, että lyhyillä lukuväleillä pätee samoja ominaisuuksia, joita oli aiemmin todistettu pätevän vain pitkillä lukuväleillä. Alla käyn läpi Matomäen ja Radziwillin tutkimusten tuloksia pohjautuen heidän artikkeliinsa *Multiplicative functions in short intervals* (2016). Artikkelin lisäksi hyödynnän Matomäen Quanta-lehdelle aiheesta antamaa haastattelua (Hartnett 2017). Kerron Matomäen ja Radziwillin tutkimuksesta lähinnä yleiskielellä jättäen matemaattiset notaatiot pienemmälle huomiolle.

Kaikki luonnolliset luvut koostuvat alkutekijöistä, eli luku voidaan ilmoittaa alkulukujen tulona. Matomäki ja Radziwill todistavat työssään useita lauseita ja korollaareja, joiden avulla pitkillä lukuväleillä päteviä alkutekijöiden ominaisuuksia voidaan yleistää pätemään myös lyhyillä lukuväleillä. Yksi oleellisimmista työn tuloksista on se, että lukuvälin pituudesta riippumatta kaikilla väleillä on keskimäärin yhtä paljon parittomasta ja parillisesta määrästä alkutekijöitä koostuvia lukuja. Aiemmin on todistettu, että pitkillä väleillä noin puolella kaikista luvuista on pariton ja puolella parillinen määrä alkutekijöitä, mutta Matomäki ja Radziwill onnistuivat osoittamaan, että lyhyilläkin väleillä pätee sama jako.

Matomäki ja Radziwill hyödyntävät työssään multiplikatiivisia funktioita, eli funktioita f, joilla pätee $f(n_1 n_2) = f(n_1) f(n_s)$. Esimerkiksi lukujen alkutekijöiden määrän parillisuutta ja parittomuutta voidaan tutkia multiplikatiivisen funktion saamien arvojen avulla. Yksinkertaisimmillaan, jos funktio saa arvon 1, on luvun alkutekijöiden määrä parillinen ja jos funktio saa arvon -1 on alkutekijöiden määrä pariton.

Tutkimus lähtee liikkeelle lauseesta, jossa multiplikatiivisten funktioiden summan arvoa lyhyellä välillä arvioidaan pidempää väliä hyödyntäen:

Lause. Olkoon $f\colon \mathbb{N} \to [-1, 1]$ multiplikatiivinen funktio. On olemassa vakiot $C, C' > 1$ siten, että mille tahansa $2 \leq h \leq X$ ja $\delta > 0$ pätee epäyhtälö

$$\left| \frac{1}{h} \sum_{x \leq n \leq x+h} f(n) - \frac{1}{X} \sum_{X \leq n \leq 2X} f(n) \right| \leq \delta + C' \frac{\log \log h}{\log h}$$

kaikilla kokonaisluvuilla $x \in [X, 2X]$, jossa sallitaan poikkeuksia korkeintaan

$$CX \left(\frac{(\log h)^{1/3}}{\delta^2 h^{\delta/25}} + \frac{1}{\delta^2 (\log X)^{1/50}} \right) \text{ kappaletta.}$$

Pitkällä lukuvälillä, kuten välillä $[X, 2X]$, multiplikatiivisten funktioiden arvoja on huomattavasti helpompi arvioida kuin lyhyellä lukuvälillä. Matomäki ja Radziwill asettivat lyhyen välin h ehdoksi $2 \leq h \leq X$ sitoen lyhyen ja pitkän välin tilanteet toisiinsa ja todistivat tämän avulla, että funktioiden arvot ovat lähes vastaavia lukuvälin pituudesta riippumatta. Jo tämän lauseen avulla voidaan arvioida funktion arvoja aiempaa lyhyemmällä välillä $x \leq n \leq x + h$, mikä mahdollistaa uusia sovelluksia analyyttisen lukuteorian parissa.

Seuraavaksi Matomäki ja Radziwill lähtivät selvittämään, voidaanko välin pituutta edelleen rajata ja saavuttaa silti sama tulos. Välivaiheiden kautta he päätyivät todistamaan, että on olemassa vakio $C > 0$ siten, että jokaiselta lukuväliltä $[n, n + C\sqrt{n}]$ löytyy luku, jolla on parillinen määrä alkutekijöitä, ja luku, jolla on pariton määrä alkutekijöitä. Näin he saivat todistettua, että lukuvälin pituudesta riippumatta alkutekijöiden määrä on noin puolella luvuista parillinen ja puolella pariton.

Yksi oleellisimmista analyyttisen lukuteorian lauseista on alkulukulause, jonka mukaan välillä $[1, x]$ alkulukujen määrä noudattaa suunnilleen suhdetta $x/log(x)$. Alkulukujen määrä siis harvenee, mitä suurempiin lukuihin mennään, mutta niitä on kuitenkin ääretön määrä. Tämän lauseen on pitkään tiedetty olevan ekvivalenttia sen kanssa, että noin puolet luvuista koostuu parillisesta ja puolet parittomasta määrästä alkutekijöitä. Matomäen ja Radziwillin käyttämillä metodeilla tätä vastaavuutta ei kuitenkaan pystytty osoittamaan heidän tutkimillaan lyhyillä väleillä. Tämä ei kuitenkaan tarkoita, etteivät kyseiset väitteet olisi ekvivalentteja keskenään, vaan asia vaatii lisätutkimusta. Ilman näiden väitteiden vastaavuuttakin heidän työnsä tarjoaa työkaluja lukuisien uusien sovellusten kehittämiseen analyyttisen lukuteorian parissa.

2.3.3 Sub Rosa – laatoitusten kiertosymmetrian yleistys

Kolmannessa matemaattisen lähdeaineistoni uutisartikkelissa kerrotaan kuvataiteilija Markus Rissasesta, joka ratkaisi matemaatikoiden pitkään pohtineen, laatoitusten kiertosymmetrioihin liittyvän ongelman. Rissanen hahmotteli käsin piirtämällä kiertosymmetrian yleistyksen kuutta suuremmille kokonaisluvuille ja aiheen teoreettista todistusta varten sai yhteistyökumppanikseen matematiikan professori Jarkko Karin. Alla käyn läpi laatoituksen $2n$-kertaisen kiertosymmetrian yleistystä mille tahansa luvulle n pohjautuen Karin ja Rissasen (2015) artikkeliin *Sub Rosa, a system of quasiperiodic rhombic substitution tilings with n-fold rotational symmetry*.

Matemaattisesti laatoituksella tarkoitetaan tapaa peittää ääretön taso äärellisellä määrällä erilaisia peruskuvioita siten, että kuvioiden väliin ei jää rakoja tai reikiä. Rissasen ja Karin artikkelissa käsitellään nelikulmioilla peitettäviä laatoituksia, jotka ovat kiertosymmetrisiä. Heidän käyttämillä nelikulmioilla peruskuvion sivun pituus on aina yksi ja kulman suuruus vaihtelee. Näin laatat sijoittuvat laatoitukseen niin, että kahdella laatalla on aina joko yhteinen sivu tai kulma, tai ne eivät kosketa toisiaan. N-kertainen kiertosymmetria taas määritellään seuraavasti:

> **Määritelmä.** Laatoituksella on *n*-kertainen kiertosymmetria (keskipisteenä *P*), jos laatoitus pysyy muuttumattomana, kun sitä kierretään *P*:n ympäri kulman $2\pi/n$ verran.

Tapaukset, joissa $n = 2, 3, 4,$ ja 6, ovat triviaaleja ja niille löydetään myös jaksollisia, eli siirtosymmetrisiä ratkaisuja. Näissä tapauksissa kierron keskipisteitä voi olla loputon määrä, kun taas kaikissa muissa tapauksissa keskipisteitä voi olla korkeintaan yksi. Ensimmäisen epätriviaalin ratkaisun kiertosymmetriselle laatoitukselle löysi 1970-luvulla matemaatikko Roger Penrose, jonka mukaan nimetty Penrosen laatoitus tuottaa ratkaisun tapauksessa $n = 5$ (Penrose 1979). Tämän jälkeen löytyi Ammann-Beenker-laatoitus, joka toi ratkaisun 8-symmetriselle laatoitukselle (Beenker 1982). Viime aikoina erilaisia tapauksia on pyritty ratkaisemaan tietokonealgoritmien avulla. Näin onnistuttiin löytämään useita erilaisia 5- ja 7-symmetrisiä ratkaisuja, mutta tietokoneiden laskentatehot kuitenkin loppuivat 11-symmetrisen laatoituksen ratkaisun löydyttyä.

Rissasen ja Karin artikkelissa esitellään tapa sijoitella laatat siten, että ratkaisu voidaan yleistää n-kertaiselle symmetrialle. Heidän ratkaisuaan voidaan pitää Penrosen laatoituksen yleistyksenä, missä peruskuviot ovat nelikulmioita, joiden vierekkäiset kulmat suhtautuvat kuin luonnolliset luvut ja yhdessä pisteessä olevien kulmien summa on aina 2π. Työn keskeisimpänä tuloksena todistetaan seuraava lause:

> **Lause.** Jokaiselle n on olemassa valejaksollinen (engl.quasiperiodic) nelikulmiolaatoitus, jolle pätee $2n$-kertainen kiertosymmetria.

Työssä esitellään kaksi erilaista mallia, joista ensimmäinen on n-kertainen kiertosymmetria ja toinen laajempi $2n$-kertainen kiertosymmetria. Symmetrioiden ero on yksinkertaistettuna, esimerkiksi tapauksessa $n = 3$, että n-kertaisen symmetrian tapauksessa kuvion keskipisteen P ympärillä on kolme nelikulmiota ja $2n$-kertaisen symmetrian tapauksessa kuusi. Työn päätulos keskittyy $2n$-kertaiseen symmetriaan. $2n$-kertaisen kiertosymmetrian keskipiste P muistuttaa ulkonäöltään ruusua, minkä vuoksi Rissanen ja Kari ovat nimenneet kiertosymmetriansa *Sub Rosa* -laatoitukseksi. Koska peruskuvioiden sijoittelusäännöt ja skaalautuvuus eroavat toisistaan, kun n on parillinen ja kun n on pariton, niin molemmat tapaukset käydään erikseen läpi pienillä n:n arvoilla, minkä jälkeen todistetaan yleinen tapaus.

Kaikki Sub Rosa -laatoitukset ovat valejaksollisia, mutta eivät kuitenkaan siirtosymmetrisiä eli jaksollisia. Tämä tarkoittaa sitä, että jokainen laatoituksessa esiintyvä äärellinen kuvio esiintyy muuallakin samassa laatoituksessa äärettömän monta kertaa. Jaksollisuudesta poiketen näiden kuvioiden esiintyminen ei ole säännöllistä, mutta jokaiselle kuviolle voidaan määrittää oma esiintymistiheys

D. Arvo D voidaan mitata mistä tahansa tason pisteestä ja se on aina riippuvainen kuviosta, jolle esiintymistiheyttä määritetään. Esimerkiksi ruusuja esiintyy siis kaikkialla Sub Rosa -laatoituksessa, vaikka keskipisteitä on vain yksi.

Yllä esitetyn lauseen todistus osoittaa, että Sub Rosa -laatoitus on mahdollinen kuinka suurella tahansa arvolla n. Yksinkertaistaen lauseen todistuksessa hyödynnetään pienille n: n arvoille asetettuja sijoittelusääntöjä ja osoitetaan, että vastaavat sijoittelut ovat mahdollisia kaikille arvoille n. Siinä missä tietokonealgoritmi ratkaisi ongelman arvolla $n = 11$, Rissanen ja Kari onnistuivat luomaan yleisen järjestelmän, jossa mille tahansa positiiviselle kokonaisluvulle $n > 1$ voidaan konstruoida loputtomiin jatkuva valejaksollinen laatoitus, jolla on luvulla n jaollinen kiertosymmetria, oli luku kuinka suuri hyvänsä.

3 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tässä työssä tutkin, millaisia uutisartikkeleita matematiikasta ja matematiikan osaamisesta kirjoitetaan. Lähdeaineistoksi olen valinnut yhteensä kuusi Helsingin Sanomien verkkosivuille (myöhemmin HS.fi) vuosina 2015–2020 kirjoitettua uutisartikkelia, joiden sisältöä kuvaan, analysoin ja tulkitsen laadullisin menetelmin. Näiden erimerkkiartikkelien analysoinnin avulla luon kuvaa siitä, mitä, ja mihin sävyyn matematiikasta ja sen osaamisesta kirjoitetaan mediassa. Pohdin myös, millaisen mielikuvan uutiset välittävät matematiikan osaamisesta Suomessa, ja peilaan matematiikasta kirjoitettujen uutisartikkelien suhdetta tutkimukseni teoriataustan matematiikkaan.

Lähdeaineistossani korostuu kaksi eri teemaa. Matematiikasta kirjoitettuja artikkeleita edustavat matemaattiseen tutkimukseen pohjautuvat artikkelit matemaattisten ongelmien ratkaisuista, ja toinen teema on nuorten suomalaisten matematiikan osaaminen. Lähestyn kumpaakin teemaa omien tutkimuskysymysten kautta. Molempiin teemoihin liittyy yksi päätutkimuskysymys, jota selkeytän lisäkysymyksillä.

Tutkimuskysymykset liittyen matematiikan osaamiseen:

1. Mitä nuorten matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa?
    - 1.1. Mitä eri teemoja koululaisten osaamista käsittelevissä uutisartikkeleissa esiintyy?
    - 1.2. Minkälaisena nuorten matemaattinen osaaminen näyttäytyy HS.fi:n uutisartikkelien perusteella?
    - 1.3. Millainen sävy osaamista käsittelevistä uutisista välittyy?

Tutkimuskysymykset liittyen matemaattisten ongelmien ratkaisuihin:

2. Mitä matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa kirjoitetaan mediassa?
    - 2.1. Miten matemaattisista ongelmista ja niiden ratkaisuista kertovat uutisartikkelien sisällöt suhtautuvat aiheiden tieteellisiin artikkeleihin?
    - 2.2. Mitä tieteelliseen tutkimukseen liittymätöntä sisältöä on tuotu mukaan uutisartikkeleihin?

4 Tutkimuksen toteutus

Tutkimusmenetelmät jaetaan perinteisesti laadulliseen ja määrälliseen tutkimukseen. Tutkimukseni tarkoituksena on selvittää, miten matematiikasta ja sen oppimisesta kirjoitetaan mediassa, ja tutkittava aineistoni koostuu kuudesta uutisartikkelista, joten on luontevaa lähestyä asiaa laadullisen tutkimuksen kautta. Tähän tutkimukseen laadullisista tutkimusmenetelmistä käytettäväksi valikoitui laadullinen, aineistolähtöinen sisällönanalyysi, joka sopii hyvin lähdeaineistoni uutisartikkelien analysointiin. Ensin kerron tutkittavan lähdeaineiston valintaprosessista (luku 4.1), seuraavaksi esittelen laadullisen sisällönanalyysin pääpiirteitä ja kuvaan tekemiäni valintoja menetelmän suhteen (luku 4.2) ja lopuksi kuvaan tarkasti, miten hyödynnän laadullista sisällönanalyysia omassa työssäni (luku 4.3).

4.1 Tutkimusaineiston valinta

Tutkimukseni lähdeaineistoksi valikoitui yhteensä kuusi uutisartikkelia, jotka keskittyvät matematiikkaan tai sen osaamiseen. Näistä kolme käsittelee matemaattisten ongelmien ratkaisuja ja kolme suomalaisten nuorten matematiikan osaamista. Koska tutkimukseni tavoitteena on selvittää, miten matematiikasta ja sen osaamisesta kirjoitetaan mediassa, oli luontevaa etsiä tutkimusaineistoksi artikkeleita, jotka käsittelevät matematiikan osaamista. Toiseksi teemaksi valitsin matemaattisten ongelmien ratkaisut, sillä halusin tutkia sellaisia matematiikasta kirjoitettuja artikkeleita, jotka pohjautuvat matemaattiseen tutkimukseen. Tämä valinta tarjoaa minulle mahdollisuuden verrata uutisartikkelin tekstiä aiheen taustalla olevan tieteellisen artikkelin sisältöön.

Kaikki kuusi artikkelia on poimittu HS.fi-sivustolta vuosilta 2015–2020. HS.fi valikoitui tutkimusaineiston lähteeksi, koska sivustolla julkaistavat artikkelit ovat kaikkien saatavilla (tutkimuksen toteutuksen aikaan sivustolla pystyi lukemaan viisi ilmaista artikkelia päivittäin) ja sivuston lukijakunta on laaja edustaen näin hyvin tavallisia suomalaisia ihmisiä. Esimerkiksi vuonna 2019 HS.fi:n keskimääräisen viikon lukijoiden nettolukijamäärä oli 1 255 000 lukijaa (Kansallinen Mediatutkimus 2020). Saman sivuston hyödyntäminen kaikkien artikkelien suhteen helpottaa myös tutkimusmetodini linjaamista, sillä artikkelit noudattavat keskenään melko samanlaista rakennetta ja ne koostuvat samantyylisistä osioista.

Artikkelien valinnassa hyödynsin sivuston hakutoimintoa (hs.fi/haku). Hain artikkeleita ensin hakusanalla *matematiikka* osiosta *kotimaa* aikavälillä 1.1.2015–1.10.2020. Haku tuotti 91 osumaa, joista valitsin otsikon perusteella tarkempaan tarkasteluun neljä matematiikan osaamista käsittelevää artikkelia. Näistä lopulliseen tutkimusaineistoon päätyi kaksi artikkelia, joissa juuri matematiikan osaaminen on vahvasti esillä. Tämän jälkeen tein saman haun samalla aikavälillä osiossa *autot ja tiede*. Haku tuotti 65 osumaa, joista otsikon perusteella luin viisi matemaattisten ongelmien ratkaisuihin keskittyvää artikkelia ja kaksi matematiikan osaamista käsittelevää artikkelia. Valitsin matemaattisten ongelmien ratkaisuja käsittelevistä artikkeleista kolme sopivinta lopulliseen tutkimusaineistooni ja osaamista käsittelevistä artikkeleista yhden. Näin ollen hakuprosessini karsinnan jälkeen tuotti kolme matematiikan osaamista käsittelevää artikkelia ja kolme matemaattisten ongelmien ratkaisua käsittelevää artikkelia.

Kuusi yhdeltä sivustolta valittua artikkelia eivät luonnollisesti anna kattavaa ja kokonaisvaltaista kuvaa siitä, mitä ja miten matematiikasta ja sen osaamisesta mediassa kirjoitetaan. Koen kuitenkin, että HS.fi:n matematiikasta kirjoitettujen uutisten analyysi antaa viitteitä siitä, millaisena matematiikka ja sen osaaminen välittyy median kautta tavallisille suomalaisille. Suomalaisen median esittämän matematiikkakuvan kokonaisvaltaisen kartoittamisen sijaan tarjoankin tässä tutkimuksessa lähinnä esimerkin siitä, minkä tyylistä matematiikan uutisointi voi olla.

4.2 Laadullisen sisällönanalyysin esittely

Tutkimusmenetelmänä käytän laadullista sisällönanalyysia. Analyysimenetelmää on käytetty muun muassa poliittisten puheiden, mainosten sekä sanoma- ja aikakauslehtien artikkelien tutkimiseen (Elo & Kyngäs 2008), joten menetelmän käyttö tuntuu luontevalta oman tutkimukseni osalta. Kyseinen menetelmä ei linkity mihinkään tiettyyn tieteenalaan, ja se on laajasti sovellettavissa (Bengtsson 2016, Tuomi & Sarajärvi 2009).

Laadullinen sisällönanalyysi etenee kolmessa päävaiheessa: Valmistelu, luokittelu ja raportointi (Elo & Kyngäs 2008). Valmisteluvaiheessa kartoitetaan, mikä analysoitavassa aineistossa on mielenkiintoista ja miten aineistoa on syytä tarkastella tutkimuskysymysten kannalta, sekä päätetään, millaisiin analyysiyksiköihin aineisto jaetaan (Tuomi & Sarajärvi 2009). Tutkimuksen tarkoitus ohjaa analyysiyksikön valintaa, ja yksikkö voi olla esimerkiksi sana, lause, kirjan luku tai vaikka keskusteluun käytetty ajanjakso (Elo & Kyngäs 2008). Omassa tutkimuksessani käytän analyysiyksikkönä uutisartikkelin kappaletta ja perustelen valintaani tarkemmin seuraavassa luvussa (luku 4.3).

Laadullisessa sisällönanalyysissä lähtökohtana on luokitella tutkittava aineisto eri kategorioihin ja hyödyntää luokittelua aineiston analysoinnissa ja tulkinnassa (Bengtsson 2016, Mayring 2000, Tuomi & Sarajärvi 2009). Luokittelun avulla aineistosta voidaan myös karsia epäoleellista materiaalia ja keskittyä näin tutkimuskysymysten kannalta oleellisen datan tutkimiseen (Tuomi & Sarajärvi 2009). Menetelmässä valitaan tutkimustarkoitusten mukaan joko deduktiivinen tai induktiivinen analyysi (Mayring 2000). Termit deduktiivinen ja induktiivinen ovat laajalti käytössä yhdysvaltalaisessa laadullisen tutkimuksen perinteessä, kun taas Tuomi ja Sarajärvi (2009) käyttävät lähes vastaavista analyysimenetelmistä nimityksiä teorialähtöinen ja aineistolähtöinen analyysi. Oleellinen ero näiden lähestymistapojen välillä on siinä, miten aineisto luokitellaan. Deduktiivisessa eli teorialähtöisessä analyysissa luokittelu pohjautuu olemassa olevaan teoriaan tai aiempaan tutkimukseen, kun taas induktiivisessa eli aineistolähtöisessä analyysissa luokittelua ohjaa analysoitava aineisto (Mayring 2000, Tuomi & Sarajärvi 2009). Induktiivisessa lähestymismallissa luokittelukategorioita ei tarvitse lyödä lukkoon ennen analysointia, vaan aineiston perusteella niitä voidaan lisätä, arvioida ja muokata analysointiprosessin aikana tukemaan paremmin tutkimustarkoituksia (Tuomi & Sarajärvi 2009). Tuomen ja Sarajärven (2009) mukaan analyysiyksiköt voidaan esimerkiksi ensin jakaa pääkategorioihin ja näiden kategorioiden sisältö edelleen tarkempiin alakategorioihin. Oman tutkimukseni keskiössä ovat analysoitava aineisto ja sen piirteet, joten käytän työssäni aineistolähtöistä analyysiä. Lisäksi hyödynnän tutkimuksessani eritasoisia kategorioita.

Luokittelun avulla aineistoa voidaan tulkita systemaattisemmin kuin kokonaisuutena tarkasteltuna. Metodin avulla aineistosta voidaan löytää piirteitä, jotka kokonaisuudessa jäisivät huomaamatta. Luokittelun jälkeen aineistosta tehdään yhteenveto, joka pyrkii raportoimaan aineiston tarjoamaa kokonaiskuvaa tutkimuskysymysten kannalta. Luokittelu mahdollistaa myös kvantitatiivisten, eli määrällisten elementtien tuomisen mukaan laadulliseen tutkimukseen. Esimerkiksi eri luokittelukategorioiden esiintymistiheyttä tutkittavassa aineistossa voidaan analysoida (Mayring 2000).

Sisällönanalyysia ja etenkin aineistolähtöistä lähestymistapaa kritisoidaan usein tutkimusmenetelmänä sen subjektiivisuuden vuoksi. Tuomen ja Sarajärven (2009) mukaan takana on ajatus siitä, että ei ole olemassa objektiivisia, ”puhtaita” havaintoja sinällään, vaan muun muassa jo käytetyt käsitteet, tutkimusasetelma ja menetelmät ovat tutkijan asettamia ja vaikuttavat aina tuloksiin. Laadullisessa tutkimuksessa tämän ongelman myöntäminen on oleellinen askel tutkimuksen luotettavuuden kannalta (Bengtsson 2016, Elo & Kyngäs 2008, Tuomi & Sarajärvi 2009). Tutkimuksen luotettavuuden lisäämiseksi tutkijan on pystyttävä osoittamaan yhteys analysoitavan aineiston ja tutkimustulosten välillä (Elo & Kyngäs 2008). Tässä apuna toimii analyysiprosessin yksityiskohtainen kuvaaminen ja selostaminen tutkimustulosten raportoinnin yhteydessä (Elo & Kyngäs 2008, Tuomi & Sarajärvi 2009). Lisäksi omien tulosten vertaaminen aiempaan tutkimukseen ja oman tutkimuksen teoreettiseen viitekehykseen lisäävät tutkimuksen luotettavuutta (Tuomi & Sarajärvi 2009). Oman tutkimukseni luotettavuuden lisäämiseksi käyn seuraavassa luvussa (4.3) tarkemmin läpi, miten luokittelen, analysoin ja tulkitsen aineistoani laadullisen sisällönanalyysin keinoin. Lisäksi tutkimustulosten yhteydessä (luku 5) vertaan tutkimukseni tuloksia teoriaosuudessa esiteltyyn kirjallisuuteen tuoden teoriaa mukaan tutkimukseeni. Palaan vielä pohtimaan tutkimukseni luotettavuutta tarkemmin luvussa 6.

4.3 Laadullisen sisällönanalyysin soveltaminen tutkimusaineistoon

Lähdeaineistossani on kolme matematiikan osaamiseen liittyvää artikkelia ja kolme matemaattisten ongelmien ratkaisuihin liittyvää artikkelia. Saadakseni aineistostani mahdollisimman paljon irti sovellan laadullista sisällönanalyysia hieman eri tavalla kumpaankin teemaan. Aluksi käyn läpi kumpaakin aineistoa koskevia valintojani ja tämän jälkeen esittelen erikseen menetelmiäni matematiikan osaamisen (luku 4.3.1) ja matemaattisten ongelmien ratkaisujen suhteen (luku 4.3.2).

En näe järkeväksi tutkia artikkelien sisältöä sanatasolla, sillä ajatus on muodostaa kokonaiskuva siitä, miten osaamista ja matemaattisia ongelmia artikkeleissa käsitellään. Tämän vuoksi käytän kaikissa analysoitavissa uutisartikkeleissa analyysiyksikkönä yhtä *kappaletta* ja tutkin tekstin sisältöä kappale kerrallaan. Kappaleet ovat HS.fi-sivuston artikkeleissa 1–4 lauseen mittaisia ja kussakin kappaleessa pysytään pääpiirteittäin saman teeman sisällä. Leipätekstin kappaleiden lisäksi artikkelien otsikot ja ingressit ovat mielestäni kiinnostavia tutkimuskysymysteni kannalta, joten ne ovat myös omia analyysiyksiköitä tutkimuksessani. Näin ollen määrittelen analyysiyksikön omassa tutkimuksessani seuraavasti: Aineiston analyysiyksikkö on uutisartikkelin kappale, ingressi tai otsikko.

Kuvat, kuvatekstit, artikkelin kirjoittajan ja julkaisuajankohdan, tekstistä tehdyt nostot sekä mahdolliset faktalaatikot ja artikkelien loppuun tehdyt lisäykset jätän analyysini ulkopuolelle.

Sekä matematiikan osaamista että matemaattisten ongelmien ratkaisuja käsittelevien artikkelien osalta olen kiinnostunut siitä, mitä juuri kyseisistä aiheista kirjoitetaan ja miten niitä käsitellään. Molemmissa tapauksissa erottelen artikkelin sisällöstä ensin yhteen pääkategoriaan ne analyysiyksiköt, joissa käsitellään tutkimuskysymysteni kannalta oleellisia aiheita ja tämän kategorian sisältöä luokittelen, teemoitan ja analysoin tarkemmin.

4.3.1 Matematiikan osaamista käsittelevien uutisartikkelien sisällönanalyysi

Matematiikan osaamista käsitellään kolmessa lähdeaineistoni artikkelissa. Käyn jokaisen artikkelin läpi yksitellen luokitellen aineiston ensin artikkeli kerrallaan ja lopuksi vedän yhteen matematiikan osaamista käsittelevien artikkeleiden kokonaisuuden.

Jaan ensin artikkelien analyysiyksiköt kahteen pääkategoriaan: *Osaaminen*-kategoriaan sisällytän kaikki yksiköt, joissa käsitellään kaikkea oppilaiden ja opiskelijoiden osaamiseen liittyvää, ja *muut*-kategoriaan kaikki loput yksiköt eli ne, joissa käsitellään jotain muuta kuin osaamista. Kategoriasta muut mainitsen muutamalla lauseella, mitä teemoja siihen sisältyy, mutta kyseistä kategoriaa en analysoi sen tarkemmin. Osaaminen-kategoriaan sijoitan analyysiyksiköt, joissa kerrotaan jostain seuraavista aiheista: Osaaminen, oppiminen, menestys, tasoerot, opetus, arviointi. En edellytä, että jokin edellä mainituista sanoista esiintyy analyysiyksikössä sellaisenaan, vaan sallin synonyymit ja muut rakenteet, joista jokin edellä mainituista aiheista käy ilmi. Tämä rajaus on avoin tulkinnalle, mutta pyrin luokittelua tehdessäni kiinnittämään huomiota tutkimuskysymyksiini ja rajaamaan aineistoa niin, että kaikki tutkimuskysymysteni kannalta oleellinen materiaali tulee mukaan analysoitavaan aineistoon.

Osaaminen-kategorian jaan edelleen kahtia kategorioihin *matematiikan osaaminen* ja *muu osaaminen* ja luokittelen niissä esiintyvää sisältöä esiin nousevien teemojen mukaan. Tässä työvaiheessa perehdyn sisältöön tarkasti ja analysoin yksikkö kerrallaan, mihin osaamisen teemaan sisältö keskittyy. Muu osaaminen -kategoriasta nostan esiin muutamia esimerkkejä ja kerron sisällöstä lyhyesti omin sanoin. Tämän jälkeen otan tarkempaan käsittelyyn matematiikan osaamista käsittelevät yksiköt ja analysoin sisältöä artikkeli kerrallaan. Kerron, mitä teemoja luokitteluni perusteella materiaalista löytyi ja nostan kunkin teeman piiristä esimerkkejä, joita analysoin tarkemmin. Perehdyn sisältöön pääosin tutkimuskysymysteni kannalta. Käyn siis läpi, mitkä teemat korostuvat ja saavat artikkelissa paljon huomiota, miten oppilaiden ja opiskelijoiden osaamista kuvataan artikkeleissa ja voiko tekstiä kuvata negatiiviseen tai positiiviseen sävyyn kirjoitettuna. Analysoituani kaikki kolme artikkelia teen lopuksi vielä yhteenvedon siitä, millaisena matematiikan osaaminen näyttäytyy mediassa näiden artikkelien perusteella.

4.3.2 Matemaattisten ongelmien ratkaisuja käsittelevien uutisartikkelien sisällönanalyysi

Kolme lähdeaineistoni artikkelia käsittelee matemaattisten ongelmien ratkaisuja. Noudatan näiden artikkelien kanssa samanlaista pääperiaatetta kuin osaamista käsittelevien artikkelien, eli käyn artikkelit läpi yksitellen luokitellen aineiston ensin artikkeli kerrallaan ja lopuksi vedän kokonaisuuden yhteen.

Koska matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovat artikkelit ovat tutkimuksessani esimerkkejä siitä, miten matematiikasta kirjoitetaan mediassa, analysoin sisältöä siitä näkökulmasta, mitä matematiikkaa artikkeleissa on esillä. Jaan analyysiyksiköt ensin kahteen pääkategoriaan: *matematiikka* ja *muut*.

Näistä *matematiikka*-kategoriaan sijoitan yksiköt, joissa käsitellään jotain seuraavista aiheista: artikkelissa käsiteltävän matemaattisen ongelman ratkaisua, sen taustaa tai siihen liittyvää jatkotutkimusta, matemaattisten termien tai ilmiöiden selityksiä tai kuvailuja, ratkaisun keksineitä henkilöitä tai artikkelissa esiintyvien henkilöiden ajatuksia matematiikasta. Yksiköt, joissa matematiikka ei ole lainkaan läsnä, sijoitan muut-kategoriaan. Matematiikka-kategorian rajaus ei ole yksiselitteinen, sillä artikkelit käsittelevät melko spesifejä matemaattisia tapauksia, eivätkä niinkään matematiikkaa yleisesti. Näin ollen erityisen tarkkoja määritelmiä siitä, mikä lasketaan matemaattiseksi sisällöksi, on vaikea asettaa. Olen kuitenkin teoriaosuudessani perehtynyt uutisartikkelien taustalla olevien tieteellisten artikkelien sisältöihin ja käytän tässä prosessissa hankkimaani tietoa apuna tehdessäni päätöksiä siitä, mitkä analyysiyksiköt uutisartikkeleissa liittyvät kyseisten ongelmien ratkaisuihin ja sitä kautta sijoittuvat matematiikka-kategoriaan.

Matematiikka-kategorian analyysiyksiköt luokittelen edelleen seuraaviin alakategorioihin: Artikkelissa esitellyn *ongelman tausta*, kyseisen *ongelman ratkaisu*, *jatkoa ratkaisulle*, *ratkaisun löytäjä* ja *muu matemaattinen sisältö*. Näistä kolme ensimmäistä liittyvät matemaattisiin ongelmiin ja niiden ratkaisuihin, ja kyseisten kategorioiden analysoinnissa hyödynnän tutkielmani teoriaosuudesta löytyvää taustamateriaalia matemaattisista tutkimuksista, joihin analysoitavat uutisartikkelit pohjautuvat. Erottelen kategorioista sisällöt, jotka pohjautuvat tieteelliseen tutkimukseen ja vertaan näiden aiheiden käsittelytapaa mediassa ja tieteellisessä artikkelissa toisiinsa. Lisäksi analysoin, mitä matemaattisiin ongelmiin liittyvää sisältöä uutisartikkeliin on tuotu matemaattisen tutkimuksen ulkopuolelta. Ratkaisun löytäjä ja muu matemaattinen sisältö -kategorioita analysoin hieman pintapuolisemmin nostaen kuitenkin mukaan esimerkkejä matemaattiseen tutkimukseen liittymättömistä sisällöistä.

5 Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa

Tässä tutkielmani tulososiossa analysoin matematiikasta kirjoitettuja lehtiartikkeleita ja pyrin löytämään vastauksia asettamiini tutkimuskysymyksiin. Edellisessä luvussa toin ilmi, miten toteutan analyysini ja nyt paneudun siihen, mitä analyysissa kävi ilmi. Tutkimukseni jakautuu kahteen eri teemaan, joista ensimmäinen käsittelee matematiikan osaamisesta välittyvää kuvaa mediassa ja toinen sitä, miten matemaattista tutkimusta ja ratkaistuja matemaattisia ongelmia käsitellään mediassa. Matematiikan osaamista käsitteleviä uutisartikkeleita analysoin luvussa 5.1 ja selvitän, mitä nuorten matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa seuraavien alakysymysten avulla: Mitä eri teemoja koululaisten osaamista käsittelevissä uutisartikkeleissa esiintyy, minkälaisena nuorten matemaattinen osaaminen näyttäytyy HS.fi:n uutisartikkelien perusteella ja millainen sävy osaamista käsittelevistä uutisista välittyy? Matemaattista tutkimusta käsitteleviä uutisartikkeleita analysoin luvussa 5.2 ja haen analyysillani vastauksia seuraaviin kysymyksiin: Mitä matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa kirjoitetaan mediassa, miten matemaattisista ongelmista ja niiden ratkaisuista kertovat uutisartikkelien sisällöt suhtautuvat aiheiden tieteellisiin artikkeleihin ja mitä tieteelliseen tutkimukseen liittymätöntä sisältöä on tuotu mukaan uutisartikkeleihin?

5.1 Matematiikan osaamiseen liittyvät uutisartikkelit

Matematiikan osaamista käsittelevissä lähdeaineistoni artikkeleissa sisällön pääpaino on koululaisten osaamisessa. Juuri matematiikan osaaminen on erityisen vahvasti esillä kahdessa artikkelissa, joiden pohjana on käytetty Karvin kansallisia selvityksiä oppilaiden tai opiskelijoiden matematiikan osaamisesta. Kolmannen artikkelin taustalla on tieteellinen tutkimus, jossa analysoidaan sosioekonomisten erojen vaikutuksia oppilaiden osaamiseen kansainvälisin arviointeihin pohjautuen. Kansainväliset arvioinnit mittaavat oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista sekä lukutaitoa, joten artikkeli keskittyy oppilaiden osaamiseen hieman laajemmin kuin vain matematiikan osalta. Kuitenkin uutisartikkelista löytyy myös pelkästään matematiikkaa käsittelevää sisältöä.

Jokainen lähdeaineiston analyysiyksikkö ei kuitenkaan liity osaamiseen, ja nämä sisällöt olen luokitellut muut-kategoriaan analysoitavan aineiston ulkopuolelle. Muut-kategorian sisällöissä käsitellään muun muassa uutisartikkelien lähteenä olevien selvitysten ja tutkimusten taustoja, kuten osallistujamäärää ja oppilaiden perhetaustoja sekä koulutusvalintoja. Lisäksi yhdessä artikkelissa pohditaan usean kappaleen verran lukion päättöarvosanan vaikutuksia opiskelijoiden jatkokoulutusmahdollisuuksiin, mikä ei myöskään suoranaisesti liity opiskelijoiden osaamiseen. Taulukosta 1 käy ilmi, että vajaa neljännes (24,0 %) kaikkien artikkelien sisällöistä yhteensä käsittelee jotain muuta kuin osaamista ja lopuissa analyysiyksiköissä (76 % sisällöistä) osaaminen on jollain tapaa esillä.

Taulukko 1. Artikkelien sisällöt luokiteltuna kategorioihin osaaminen ja muut.

	Osaaminen	**Muut**
	analyysiyksiköiden määrä / prosentuaalinen osuus koko sisällöstä	
Artikkeli 1	21 / 95,5 %	1 / 4,5 %
Artikkeli 2	18 / 58,1 %	13 / 41,9 %
Artikkeli 3	37 / 78,7 %	10 / 21,3 %
Yhteensä	**76 / 76,0 %**	**24 / 24,0 %**

Osaaminen-kategorian sisällön olen luokitellut alakategorioihin matematiikan osaaminen ja muu osaaminen. Muu osaaminen -kategoriassa käsiteltävä osaaminen liittyy uutisartikkelien tausta-aineistojen valossa ainakin osittain matematiikan osaamiseen, joten käyn aluksi kyseisen aineiston läpi ja analysoin sisältöä tutkimuskysymysteni kannalta.

5.1.1 Nuorten osaaminen HS.fi:n artikkeleissa

Muu osaaminen -kategoriassa käsitellään nuorten osaamista yleisemmin, kuin pelkästään matematiikan osalta. Tässä kategoriassa osaamisen teemoista korostuvat *osaamisen taustatekijät* ja *osaamisen erot* oppilaiden välillä. Myös suomalaisten koululaisten *osaamisen taso* nousee esiin. Osaamisen taustatekijöinä mainitaan vanhempien koulutustausta, perhetausta yleisemmin ja oppilaan perheen yhteiskuntaluokka. Kaikkien näiden kerrotaan myös vaikuttavan nuorten välisiin osaamisen eroihin, joten taustatekijät ja osaamisen erot kietoutuvat vahvasti toisiinsa.

> (1) *Oppilaiden tuloksissa näkyy myös vanhempien koulutustausta: jos vanhempien koulutus oli peruskoulu, oppilaiden tulokset olivat heikommat kuin korkeakoulutettujen vanhempien lapsilla.* (HS.fi 25.4.2016)

> (2) *Tutkijat muuttivat eri testeissä saadut tulokset yhteismitallisiksi. Näin he saivat selville, että perhetaustan merkitys arvosanoihin väheni pitkän aikaa, kunnes se alkoi taas voimistua.* (HS.fi 30.9.2019)

> (3) *Uuden tutkimuksen mukaan 2000-luvulla eri yhteiskuntaluokista tulevien nuorten oppimistulokset ovat erkaantuneet yhä jyrkemmin.* (HS.fi 30.9.2019)

Esimerkit 1–3 kuvaavat hyvin oppilaan taustan vaikutuksia oppimistuloksiin ja sitä kautta osaamiseen. Vanhempien koulutustausta sai muu osaaminen -kategorian aineistossa eniten mainintoja osaamiseen vaikuttavana taustatekijänä. Usein tällä kerrottiin olevan vaikutusta oppilaiden tuloksiin tai menestykseen, kuten esimerkissä 1. Lähes yhtä usein mainittiin perhetaustan merkitys. Esimerkissä 2 kuvataan perhetaustan merkityksen vaikutuksen muutosta arvosanoihin ja todetaan perhetaustan merkityksen voimistuneen viime aikoina. Esimerkissä 3 taas kirjoitetaan yhteiskuntaluokista, ja siitä käy ilmi, että suomalaisten nuorten tasoerot ovat viime aikoina kasvaneet. Kaikki edellä esitetyt esimerkit kytkeytyvät siis sekä teemaan osaamisen taustatekijät että osaamisen erot.

Osaamisen tasosta kirjoitettaessa esiin nousee kaksi eri teemaa: tasoryhmien vaikutus oppilaiden koulumenestykseen ja arvosanojen suhde opiskelijoiden todelliseen osaamiseen.

> (4) *Jos etevät oppilaat kootaan yhteen, he pärjäävät kansainvälisten tutkimusten mukaan hieman paremmin kuin sekaluokissa, joissa on eritasoisia oppilaita.* (HS.fi 30.9.2019)

(5) *Taustalla on opettajien taipumus antaa arvosanoja oppilaitoksen oman jakauman pohjalta. Lukion parhaille annetaan ysejä ja heikoille kuutosia riippumatta todellisesta osaamistasosta.* (HS.fi 14.3.2017)

Muu osaaminen -kategorian aineistosta välittyy kuva, että osaaminen ja arvosanat ovat sidoksissa siihen, millaisessa ryhmässä opetus tapahtuu. Jos etevät oppilaat kootaan yhteen, he menestyvät paremmin kuin sekaluokissa (esimerkki 4). Toisaalta aineistossa kerrotaan myös, että vaikutus on käänteinen heikkojen oppilaiden tapauksessa: he hyötyvät sekaryhmästä enemmän kuin tasoryhmästä. Esimerkin 5 tapauksessa taas opiskelijan saama arvosana riippuu muiden saman oppilaitoksen opiskelijoiden tasosta, eikä pelkästään opiskelijan omasta osaamisen tasosta. Arvosanojen ja osaamisen suhde näyttäytyy aineistossa kahdessa eri valossa: Toisaalta hyvä arvosana rinnastetaan korkeaan osaamisen tasoon ja toisaalta taas, etenkin lukio-opiskelijoista kirjoitettaessa, arvosanaa todellisen osaamisen mittarina kritisoidaan, sillä arvosanaan vaikuttavat todellisen osaamisen lisäksi muutkin tekijät.

Negatiivista tai positiivista sävyä muu osaaminen -kategorian sisällöistä on vaikea löytää, sillä valtaosassa materiaalia teksti on toteavaa ja kertoo tutkimusten tai selvitysten tuloksista neutraalisti. Kuitenkin muutamissa analyysiyksiköissä kirjoitetaan muutoksesta huonompaan suuntaan ja näistä välittyy negatiivinen sävy.

(6) *Enää ei voi kehua, että suomalaisten menestys Pisassa on saavutettu sosiaalisesti tasa-arvoisella koululla.* (HS.fi 30.9.2019)

Esimerkissä 6 käytetään koulutuksen tasa-arvosta kirjoitettaessa ilmaisua *enää ei voi kehua*, mikä sisältää ajatuksen, että aiemmin on voitu kehua. Tämä antaa mielikuvan siitä, että koulutuksen tasa-arvo on muuttunut huonompaan suuntaan, mistä voi välittyä lukijalle negatiivinen kuva. Myös esimerkeissä 2 ja 3 muutos huonompaan suuntaan ja sitä kautta negatiivinen sävy on läsnä. Esimerkissä 2 mainitaan, että perhetaustan merkitys arvosanoihin on viime aikoina voimistunut ja esimerkissä 3 taas kirjoitetaan oppimistulosten yhä jyrkemmästä erkaantumisesta. Kaikki kolme esimerkkiä kertovat epätasa-arvoisuuden lisääntymisestä kouluissa ja sama ajatus välittyy sisällöissä useampaan kertaan. Toisaalta nämä kolme esimerkkiä ovat artikkelista, joka kertoo nimenomaan sosiaalisten erojen paluusta kouluun. Toimituksessa on kuitenkin tehty valinta kirjoittaa artikkeli kyseisestä aiheesta, korostettu tekstissä sosiaalisten erojen vaikutusta oppimistuloksiin ja tätä kautta välitetty lukijoille negatiivista kuvaa koulutuksen tasa-arvosta.

Seuraavaksi käsittelen tarkemmin matematiikan osaaminen -kategorian teemoja, analysoin uutisartikkelien välittämää kuvaa oppilaiden ja opiskelijoiden matematiikan osaamisen tasosta ja pohdin matematiikan osaamista käsittelevien sisältöjen sävyjä artikkeli kerrallaan.

5.1.2 Yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaaminen mediassa

Ensimmäinen lähdeaineistoni artikkeli käsittelee yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamista. Tässä Karvin kansalliseen selvitykseen pohjautuvassa uutisartikkelissa analyysiyksiköistä 18/22 keskittyy matematiikan osaamisen käsittelyyn. Artikkelin sisällöstä on tunnistettavissa seuraavat viisi teemaa: *osaamisen erot*, *ratkaisuja osaamisen parantamiseen*, *osaamisen muutos*, *osaamisen taustatekijät* ja *osaamisen taso*. Näistä teemoista korostuvat osaamisen erot (6 mainintaa) ja osaamisen taso (5 mainintaa).

Osaamisen eroista kertovissa sisällöissä etenkin tyttöjen ja poikien väliset erot saavat paljon huomiota. Kaksi kolmasosaa tämän kategorian analyysiyksiköstä keskittyy juuri tyttöjen ja poikien välisiin eroihin matematiikan osaamisessa. Näistä yhdessä tuodaan esiin tyttöjen ja poikien välisen osaamisen tasaisuus ja kolmessa korostetaan sukupuolten välisiä eroja.

> (7) *Yhdeksäsluokkalaiset tytöt ja pojat osaavat matematiikkaa keskimäärin yhtä hyvin. Matematiikkaa pidetäänkin Julinin mukaan yhtenä tasa-arvoisimmista oppiaineista.* (HS.fi 25.4.2016)

> (8) *Yhdeksäsluokkalaisten poikien arvioinnissa havaittiin kuitenkin polarisoitumista eli tulosten jakautumista ääripäihin. Kun tyttöjen tulokset*

> *sijoittuvat lähelle mediaania, sekä parhaiten menestyneessä kärjessä että häntäpäässä on enemmän poikia kuin tyttöjä.* (HS.fi 25.4.2016)

Yhdeksäsluokkalaisten oppilaiden osaamista käsiteltäessä yleinen näkemys on, että tyttöjen ja poikien osaamisen välillä ei ole merkittävää eroa, kuten esimerkistä 7 käy ilmi. Kuitenkin uutisartikkeliin on nostettu useampi yksityiskohtia tyttöjen ja poikien matematiikan osaamisen eroista. Esimerkissä 8 tuodaan esiin, että yhdeksäsluokkalaisten poikien arvosanojen polarisoitumisen on yleisempää kuin tyttöjen. Materiaalissa mainitaan myös erot tyttöjen ja poikien asenteissa matematiikkaa kohtaan ja niiden vaikutukset oppimistuloksiin. Tyttöjen ja poikien osaamiserojen lisäksi yhdessä analyysiyksikössä kerrotaan kodin ilmapiirin ja perhetaustan vaikuttavan juuri matematiikan oppimistuloksiin erityisen vahvasti. Lisäksi osaamisen erot eri maantieteellisten alueiden välillä tuotiin esiin kertaalleen.

Oppilaiden osaamisen tasoa käsittelevistä sisällöistä välittyy huoli oppilaiden matematiikkataitojen riittämättömyydestä arkielämän ongelmien edessä. Etenkin prosenttilaskujen heikko osaaminen saa paljon huomiota. Ajatus arkielämän kannalta riittämättömästä osaamisen tasosta käy ilmi kolmesta analyysiyksiköstä, joista kahdessa mainitaan prosenttilaskut.

> (9) *Monet oppilaat eivät hallitse prosenttilaskua. He eivät siis osaa esimerkiksi laskea, että jos 50 euron paita on 30 prosentin alennuksessa, mikä on uusi hinta ja kannattaako paita ostaa.* (HS.fi 25.4.2016)

Esimerkissä 9 tuodaan mukaan käytännön esimerkki heikosta prosenttilaskuosaamisesta. Myös ongelmanratkaisutehtävien osaaminen on artikkelin mukaan suurella osalla riittämätöntä arkielämän tarpeisiin. Kolmen osaamisen heikosta tasosta kertovan analyysiyksikön lisäksi matematiikan osaamisen tasoa kuvataan yleisesti kertomalla oppilaiden keskimääräinen ratkaisuosuus kokonaispistemäärästä Karvin toteuttamassa arvioinnissa. Yhdessä analyysiyksikössä tuodaan myös esiin koulujen arviointikäytäntöjen ja oppilaan todellisen osaamisen suhde, mitä käsiteltiin jo edellisessä luvussa osaamisen yhteydessä yleisemmin. Tämän artikkelin yhteydessä kerrotaan kuitenkin nimenomaan matematiikan osaamisesta ja siitä, että samalla matematiikan osaamisen tasolla arvosana voi koulusta riippuen vaihdella jopa kahdella numerolla.

Oppilaiden osaamisen tasoon liittyvät oleellisesti myös sisällöt, joissa kirjoitetaan osaamisen muutoksesta. Tässä artikkelissa osaamisen muutosta kuvataan vertaamalla vuoden 2015 kansallisen selvityksen osallistuneiden yhdeksäsluokkalaisten arvioinnin tuloksia aiempiin vastaaviin arviointeihin. Näin ollen osaamisen muutoksella ei siis viitata tietyn oppilaan osaamisen muutokseen koulu-uran aikana, vaan yhdeksäsluokkalaisten kansalliseen osaamisen tason muutokseen vuosien saatossa. Tähän teemaan liittyy kolme uutisartikkelin analyysiyksikköä, joista kahdessa osaamisen kerrotaan pysyneen ennallaan ja yhdessä tuodaan esiin, että pidemmällä aikavälillä tarkasteltaessa osaamisen taso on heikentynyt.

> (10) *Edellisissä arvioinneissa vuosina 2011 ja 2012 yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaaminen oli heikentynyt. Uusien tulosten perusteella tämä kehityskulku näyttää pysähtyneen.* (HS.fi 25.4.2016)

Vaikka esimerkissä 10 tuodaan esiin yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisen heikentyminen, kehityskulun pysähtymisen mainitseminen tuo sisältöön positiivista sävyä.

Edellä mainittujen teemojen lisäksi artikkelissa käsitellään osaamisen taustatekijöitä ja ratkaisuja osaamisen kehittämiseen. Molemmat teemat mainitaan kahdessa analyysiyksikössä. Artikkelissa haastatellun asiantuntijan mukaan osaamisen tasoa voitaisiin parantaa lisäämällä peruslaskutaitojen harjoittelua ja kotitehtävien määrää. Myös tehtävien mielekkyydellä ja hauskuudella voidaan artikkelin mukaan vaikuttaa osaamisen kehittymiseen. Osaamisen taustatekijöistä esiin nousee asenne matematiikkaa kohtaan.

> (11) *Matematiikan osaamiseen vaikuttaa asenne. Jos oppiaine tuntuu tylsältä ja ahdistavalta, helpotkin tehtävät voivat mennä väärin.* (HS.fi 25.4.2016)

Esimerkissä 11 korostetaan huonon asenteen negatiivisia vaikutuksia matematiikan osaamiseen. Toisessa analyysiyksikössä taas tuodaan esiin asenteen käänteinen vaikutus: matematiikassa menestyy, jos siitä pitää.

Keskeinen ajatus artikkelin sisällössä on, että osaamisen taso on pysynyt ennallaan, mistä välittyy neutraali tai jopa hieman positiivinen sävy. Kuitenkin yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamista kokonaisuutena tarkasteltaessa artikkelin tarjoama kuva on negatiivinen. Osaamisen tason kerrotaan pysyneen samana edellisiin arviointeihin verrattuna, mutta heikentyneen, jos osaamista tarkastellaan pidemmällä aikavälillä. Lisäksi osaamisen tasosta kirjoitetaan useaan kertaan, että oppilaiden matematiikan osaaminen ei yllä arkielämän tarpeisiin. Toisaalta myös osaamisen erojen esiin nostaminen tyttöjen ja poikien sekä eri perhetaustoista tulevien välillä välittää enemmän negatiivista kuin positiivista kuvaa koulutuksesta.

Artikkelista on löydettävissä enemmän negatiivisia kuin positiivisia piirteitä, mutta yksiselitteisesti negatiivinen artikkelin sävy ei kuitenkaan ole. Osaamisen ennallaan säilyminen voidaan mieltää positiiviseksi. Lisäksi esimerkissä 7 matematiikan kerrotaan olevan yksi tasa-arvoisimmista oppiaineista, mikä antaa matematiikasta positiivisen kuvan lukijalle.

5.1.3 Median kuva matematiikan osaamisesta toisen asteen lopussa

Toinen lähdeaineistoni artikkeleista käsittelee pitkälti lukiolaisten matematiikan osaamista ja artikkeli pohjautuu Karvin selvitykseen, jossa arvioitiin opiskelijoiden matematiikan osaamisen kehitystä koulu-uran aikana ja osaamista toisen asteen koulutuksen lopussa. Artikkelin sisällöstä reilu kolmannes (12/31 analyysiyksikköä) keskittyy nimenomaan matematiikan osaamiseen. Matematiikan osaamisesta kertova sisältö voidaan luokitella seuraavien teemojen mukaan: *Osaamisen erot*, *ratkaisuja osaamisen parantamiseen*, *osaamisen muutos* ja *osaamisen taso*. Materiaali jakautuu teemoittain melko tasaisesti, mutta eniten mainintoja löytyy osaamisen eroista.

Osaamisen eroista kirjoitettaessa kantavana ajatuksena on, että opiskelijoiden osaaminen alkaa eriytyä jo varhaisina kouluvuosina ja erot kasvavat koulu-uran edetessä. Kahdessa analyysiyksikössä puhutaan osaamisen eriytymisestä yleisellä tasolla viittaamalla koko arvioinnin osallistujajoukon osaamiserojen kasvuun opintojen aikana. Kolmannessa analyysiyksikössä kirjoitetaan sukupuolien välisten osaamiserojen kehityksestä.

> (12) *Myös tyttöjen ja poikien matematiikan osaamisen ero alkaa näkyä voimakkaasti kuudennesta luokasta alkaen. Lukiossa naiset ovat osaamisessaan keskimäärin runsaan vuoden miehiä jäljessä, ammattikoulussa peräti kaksi vuotta.* (HS.fi 14.3.2017)

Toisen asteen opiskelijoita käsittelevässä artikkelissa kirjoitetaan paljon suoremmin tyttöjen ja poikien välisen osaamisen eroista kuin yhdeksäsluokkalaisten osaamista käsittelevässä materiaalissa. Esimerkissä 12 sukupuolien välisten erojen kerrotaan näkyvän jo kuudennesta luokasta alkaen ja kasvavan opintojen edetessä. Materiaalissa tuodaan vahvasti esiin se, että toisella asteella tyttöjen matematiikan osaaminen on poikien osaamista heikompaa.

Toisen asteen opiskelijoita käsittelevässä artikkelissa osaamisen muutos näyttäytyy hieman eri tavoin kuin edellisen artikkelin yhteydessä. Sen sijaan, että puhuttaisiin jollain tietyllä koulutusasteella olevien oppilaiden matematiikan osaamisen tason muutoksesta vuosien saatossa, viitataan osaamisen muutoksella siihen, miten opiskelijoiden osaaminen on kehittynyt koulu-uran aikana. Vaikka artikkelin taustalla olevan selvityksen mukaan opiskelijoiden keskimääräinen matematiikan osaamisen taso nousee toisen asteen opintojen aikana (Metsämuuronen 2017), on artikkelissa kirjoitettu tapauksista, joissa osaamisen taso ei nouse tai jopa taantuu.

> (13) *Erityisen huolestuttavana Metsämuuronen pitää sitä, että noin viisi prosenttia nuorista taantuu matematiikan osaamisessaan toisluokkalaisen osaamisen tasolle.* (HS.fi 14.3.2017)

Esimerkissä 13 tuodaan esiin opiskelijoiden ääripää, joilla matematiikan osaamisen taso toisen asteen opintojen aikana taantuu peräti alakoululaisten tasolle. Toisessa tämän teeman analyysiyksikössä kirjoitetaan lukiolaisista, joiden osaaminen pysyy lukio-opintojen aikana peruskoulun päättyessä saavutetulla tasolla. Artikkelissa ei ole lainkaan mainintoja osaamisen tason noususta, vaikka uutisartikkelin tausta-aineistojen perusteella valtaosalla opiskelijoista osaamisen taso nousee selvästi toisen asteen opintojen aikana.

Osaamisen tasosta kirjoitettaessa nousee myös tässä artikkelissa esiin huoli arkielämän kannalta riittämättömästä matematiikan osaamisen tasosta, kuten esimerkistä 14 käy ilmi.

> (14) *”Vakavasti pitää kysyä, miten he selviävät myöhemmässä elämässään pikavippimainosten paineessa. Ymmärtävätkö vaalituloksia, osaavatko antaa mummolle lääkkeitä?”* (HS.fi 14.3.2017)

Toinen osaamisen tasoon liittyvä teema on todellisen osaamisen tason ja arvosanan välinen suhde. Kahdessa analyysiyksikössä kirjoitetaan siitä, kuinka samalla matematiikan osaamisen tasolla voi lukiosta riippuen saada joko arvosanan kuusi tai yhdeksän. Tämän lisäksi artikkelissa kirjoitetaan paljon siitä, miten lukiolaisten arviointi vaikuttaa jatko-opiskelumahdollisuuksiin. Kyseinen aihe ei kuitenkaan suoraan liity osaamiseen ja jäi siksi analyysin ulkopuolelle.

Viimeinen artikkelissa esiin nouseva matematiikan osaamisen teema on ratkaisuja osaamisen parantamiseen. Artikkelissa haastatellun asiantuntijan mukaan matematiikan osaamisen tasoa voidaan nostaa yksinkertaisesti vaatimalla opiskelijoilta enemmän. Esimerkissä 15 vaatimisen rinnalle nostetaan myös pehmeät arvot toteamalla, että oppilasta tulee samalla rakastaa ja tukea.

> (15) *Pahkinin mielestä mitään uutta ei tarvitse keksiä, jotta matematiikan osaamisen taso nousee.*

> *”Vaaditaan enemmän. Kun vaaditaan, myös tarkistetaan, että oppi on mennyt perille. Vaatimusten kanssa oppilasta ei jätetä yksin. Pitää rakastaa, olla tukena ja antaa apua.”* (HS.fi 14.3.2017)

Toisen asteen opiskelijoiden matematiikan osaamisesta välittyy artikkelin perusteella selvästi negatiivinen sävy. Yhdessäkään analyysiyksikössä ei tuoda esiin positiivisia asioita opiskelijoiden osaamisen kehityksestä tai osaamisen tasosta yleisemmin, vaikka artikkelin tausta-aineistosta löytyy paljon positiivistakin. Negatiivisuus korostuu etenkin esimerkissä 13, johon on päätetty nostaa tieto siitä, että viisi prosenttia nuorista taantuu matematiikan osaamisessaan toisluokkalaisen tasolle. Toisaalta myös koulutusjärjestelmästä saa artikkelin perusteella negatiivisen kuvan. Tähän viittaavat etenkin matematiikan osaamisen eriytymisestä koulu-uran aikana kertovat sisällöt ja maininnat samalla osaamisen tasolla saavutetuista eri arvosanoista. Artikkelin ainoa matematiikan osaamiseen liittyvä positiivinen vivahde löytyy esimerkin 15 asiantuntijan mielipiteestä. Asiantuntijan mukaan mitään uutta ei tarvitse keksiä osaamisen tason nostamiseksi. Tästä jää lukijalle kuva, että osaamisen tason nostaminen ei vaadi ihmeitä ja tasoa on mahdollista nostaa tulevaisuudessa.

5.1.4 Sosiaaliset erot ja matematiikan osaaminen mediassa

Kolmas tutkimusaineistoni lähdeartikkeli keskittyy sosioekonomisen aseman ja oppimisen suhteeseen koulussa. Artikkelin taustalla oleva tutkimus pohjautuu kansainvälisiin selvityksiin, joissa on tarkasteltu oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaamista sekä lukutaitoa. Tämän artikkelin sisällöstä valtaosa keskittyy osaamiseen yleisemmällä tasolla kuin pelkästään matematiikan osalta, ja osaamista yleisemmin käsiteltiin luvussa 5.1.1. Nyt käyn läpi tarkemmin artikkelin matematiikkaan keskittyviä sisältöjä.

13–15-vuotiaiden, eli yläkouluikäisten nuorten sosiaalisten erojen vaikutuksista matematiikan osaamiseen kirjoitetaan artikkelin kolmessa analyysiyksikössä. Nämä voidaan luokitella teeman osaamisen erot alle. Kahdessa muussa matematiikan osaamiseen liittyvässä yksikössä kerrotaan taustatietoa matematiikan osaamisen testaamisesta kansainvälisillä tutkimuksilla. Näitä sisältöjä en luokitellut sen tarkemmin minkään teeman alle.

Matematiikan osaamisen eroista kertovissa sisällöissä käsitellään erilaisista taustoista tulevien lasten välisiä osaamisen eroja. Kahdessa tapauksessa vanhempien koulutustausta tuodaan esiin osaamisen eroja selittävänä tekijänä.

> (16) *Hyppäys näyttää kansainvälisesti ottaen melko isolta. Vuoden 2015 Pisa-tutkimuksen matematiikan osiossa keskimääräinen piste-ero matalasti ja korkeasti koulutetun perheen lapsen välillä oli vain Ruotsissa suurempi kuin Suomessa.* (HS.fi 30.9.2019)

Esimerkissä 16 havainnollistetaan sitä, kuinka suuri merkitys juuri Suomessa perheen koulutuksella on lapsen osaamiseen. Vaikka kansainvälisissä vertailuissa Suomen tasoerot ovat verrattain pieniä (Arinen & Karjalainen 2007, Leino ym. 2019, Vettenranta & Nissinen 2012), on esimerkissä nostettu esille, että perheen koulutustason merkitys osaamiseroihin on vain Ruotsissa suurempi kuin Suomessa.

Vanhempien koulutustaustan lisäksi osaamisen erojen kasvuun haetaan syitä maahanmuuton lisääntymisestä. Vaikka artikkelissa mainitaan, että Suomessa maahanmuuttajien osuus ei selitä osaamisen erojen kasvua viime vuosina, tuodaan kuitenkin esiin, että maahanmuuttajataustaisten lasten matematiikan osaaminen on kantasuomalaisten osaamista heikompaa.

> (17) *Tuoreimman Pisa-tutkimuksen mukaan maahanmuuttajataustaisten lasten matematiikan osaaminen on keskimäärin kaksi vuotta kantasuomalaisten osaamista jäljessä. Ero on OECD-maiden suurimpia.* (HS.fi 30.9.2019)

Esimerkissä 17 mainitaan kantasuomalaisten ja maahanmuuttajataustaisten lasten osaamisen erojen lisäksi, että ero on näiden ryhmien välillä OECD-maiden suurimpia, mikä antaa kansainvälisesti verraten negatiivisen kuvan suomalaisen koulutusjärjestelmän tasa-arvoisuudesta. Lukijalle voi jäädä mielikuva, että koulutusjärjestelmä ei kykene tarjoamaan maahanmuuttajataustaisille yhtä laadukasta opetusta kuin kantasuomalaisille. Myös maininnat vanhempien koulutuksen vaikutuksista matematiikan osaamiseen tuovat artikkelin sisältöön negatiivista sävyä.

5.1.5 Yhteenveto tutkimustuloksista matematiikan osaamisen osalta

Matematiikan osaamisesta kertovissa lähdeaineistoni artikkeleissa korostuvat tietyt osaamisen teemat ja artikkeleista välittyy huoli koululaisten osaamisen tasosta. Lisäksi artikkeleissa on nostettu esiin aiheita, jotka välittävät negatiivista kuvaa nuorten osaamisesta ja suomalaisesta koulutusjärjestelmästä. Alla vedän yhteen kolmen osaamiseen liittyvän tutkimusaineistoni artikkelin analyysit ja tiivistän oleellisimmat tutkimustulokset aihepiireittäin.

Matematiikan osaamisen teemat

Kolmen lähdeaineistoni artikkelin perusteella matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa monipuolisesti, mutta tietyt teemat korostuvat teksteissä. Matematiikan osaaminen -kategorian sisällöistä on tunnistettavissa viisi eri teemaa, jotka esiintyvät aineistossa useampaan kertaan: *osaamisen erot*, *ratkaisuja osaamisen parantamiseen*, *osaamisen muutos*, *osaamisen taustatekijät* ja *osaamisen taso*. Näistä teemoista vahvimmin esiin nousee osaamisen erot, mitä käsitellään laajasti kaikissa kolmessa tutkimusaineistoni artikkelissa. Taulukkoon 2 on kirjattu kaikkien eri teemojen esiintymiskerrat matematiikan osaaminen -kategoriassa.

Taulukko 2. Matematiikan osaaminen -kategorian sisältö luokiteltu teemoittain.

Matematiikan osaamisen teemoja	**Analyysiyksiköiden määrä matematiikan osaaminen -kategoriassa**
Osaamisen erot	10
Ratkaisuja osaamisen parantamiseen	4
Osaamisen muutos	6
Osaamisen taustatekijät	2
Osaamisen taso	8

Kun tutkimusaineistoa käsitellään kokonaisuutena, matematiikan osaamisen teemoista korostuvat osaamisen erot, muutos ja taso. Osaamisen eroja käsittelevä sisältö keskittyy eroihin tyttöjen ja poikien osaamisen välillä sekä eroihin eri taustoista tulevien koululaisten välillä. Yhdessä artikkeleista kerrotaan tyttöjen osaamisen olevan poikien osaamista heikompaa, toisessa taas tuodaan esiin muun muassa osaamisen polarisoitumista poikien keskuudessa. Perhetausta ja vanhempien koulutus mainitaan myös useaan kertaan nuorten osaamisen eroa selittävänä tekijänä. Tiivistettynä artikkeleista välittyy ajatus, että paremmasta perhetaustasta tulevan nuoren osaaminen on parempaa kuin heikommasta taustasta tulevan.

Matematiikan osaamisen muutosta käsitellään kahdesta eri näkökulmasta. Yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisen kerrotaan pysyneen viime vuosina ennallaan, mutta pidemmällä aikavälillä tarkasteltaessa osaamisen taso on heikentynyt. Käsiteltäessä osaamisen muutosta opiskelijan koulu-uran aikana karttuneen kehityksen näkökulmasta, nostetaan aineistossa esiin tapauksia, joissa osaaminen on heikentynyt tai pysynyt ennallaan, vaikka tausta-aineiston perusteella opiskelijoiden keskimääräinen osaaminen kasvaa koulu-uran aikana.

Huoli matematiikan osaamisen riittämättömyydestä

Matematiikan osaamisen tasoa käsittelevistä sisällöistä välittyy huoli nuorten matematiikkataitojen riittämättömyydestä arkielämän tarpeisiin. Arkisten tilainteiden, kuten lääkkeiden annostelun tai alennuksien suuruuksien ymmärtämisen kannalta huolestuttavan heikko matematiikan osaaminen tulee esiin sekä yläkoululaisia että toisen asteen opiskelijoita käsittelevissä aineistoissa. Aihetta käsitellään osaamista kartoittavien selvitysten valossa, ja myös artikkeleissa haastatellut asiantuntijat ilmaisevat huolensa osaamisen tasosta. Riittämättömän osaamisen lisäksi aineistossa käsitellään matematiikan todellisen osaamisen ja arvosanojen suhdetta. Artikkeleissa on nostettu esiin muun muassa se, että opiskeluryhmä ja oman osaamisen suhde muiden osaamiseen vaikuttavat koululaisten saavuttamiin arvosanoihin.

Artikkeleista välittyy negatiivinen sävy

Vaikka kansainvälisten vertailujen valossa suomalaisten nuorten osaaminen on edelleen maailman parhaimmistoa (Kupari, Vettenranta & Nissinen 2012, Leino ym. 2019, Vettenranta ym. 2016), on artikkeleissa nostettu esiin enemmän negatiivisia kuin positiivisia piirteitä nuorten matematiikan osaamisesta. Maininnat yhdeksäsluokkalaisten osaamisen tason laskusta pitkällä aikavälillä sekä toisen asteen opiskelijoiden osaamisen tason taantuminen alakoululaisten tasolle välittävät selkeästi negatiivista kuvaa. Lisäksi useampaan kertaan esiin nostettu huoli siitä, riittävätkö koulussa saavutetut matematiikkataidot arkielämästä selviämiseen, virittää artikkeleihin negatiivisen tunnelman.

Toinen negatiivista sävyä artikkeleihin tuova seikka on koulutuksen epätasa-arvoisuuden korostaminen. Artikkeleissa tuodaan esiin osaamisen eroja tyttöjen ja poikien, kantasuomalaisten ja maahanmuuttajien sekä eri perhetaustoista tulevien välillä. Vaikka artikkelien taustamateriaalien valossa suomalainen koulutusjärjestelmä on verrattain tasa-arvoinen, tämä eri lähtökohdista tulevien nuorten osaamisen erojen korostaminen luo negatiivista kuvaa suomalaisesta koulutusjärjestelmästä. Kun positiiviset asiat suomalaisen koulutuksen tasa-arvosta on jätetty kertomatta, maininnat tyttöjen, matalammin koulutettujen perheiden lasten ja maahanmuuttajien heikommasta menestyksestä matematiikan parissa vievät artikkelien välittämää kokonaiskuvaa negatiiviseen suuntaan.

5.2 Matemaattisiin ongelmiin liittyvät uutisartikkelit

Tutkimuksessani analysoin matemaattisesta tutkimuksesta välittyvää mediakuvaa matemaattisten ongelmien ratkaisuista kirjoitettujen artikkelien kautta. Kaikissa kolmessa lähdeaineistoni artikkelissa matematiikka on vahvasti esillä ja sisältö painottuu artikkeleissa käsiteltäviin ongelmiin, niiden taustoihin ja ratkaisijoihin. Kunkin artikkelin taustalla on uutisoituun ongelmaan liittyvä tieteellinen tutkimus. Taulukkoon 3 on luokiteltu artikkelien sisällöt kategorioiden *matematiikka* ja *muu* alle, ja siitä käy ilmi, että artikkelien sisällöistä yhteensä lähes 80 prosenttia keskittyy matematiikkaan.

Taulukko 3. Matemaattisien ongelmien ratkaisuja käsittelevien artikkelien sisältö luokiteltuna kategorioihin matematiikka ja muut.

	Matematiikka	**Muut**
	Analyysiyksiköiden määrä / prosentuaalinen osuus kokosisällöstä	
Artikkeli 4	32 / 88,9 %	4 / 11,1 %
Artikkeli 5	42 / 70,0 %	18 / 30,0 %
Artikkeli 6	25 / 86,2 %	4 / 13,8 %
Yhteensä	**99 / 79,2 %**	**26 / 20,8 %**

Seuraavaksi analysoin kolme lähdeaineistoni artikkelia yksitellen lähestyen aiheita tutkimuskysymysteni näkökulmasta. Luvun lopussa teen yhteenvedon matemaattisten ongelmien ratkaisuja käsittelevästä aineistostani.

5.2.1 Kolmen kuution summan käsittely mediassa

Neljäs tutkimusaineistoni artikkeli on lähdemateriaalini artikkeleista ensimmäinen, jossa käsitellään matemaattisen ongelman ratkaisua. Tässä artikkelissa kirjoitetaan matemaatikoiden ratkaisseen yhtälön, jossa kolmen kuution summaksi saadaan luku 42. Artikkelin matematiikkaan keskittyvä sisältö voidaan luokitella alakategorioihin taulukon 4 mukaisesti. Tässä artikkelissa ei ollut sisältöjä, jotka kuuluisivat muu matemaattinen sisältö -kategoriaan. Valtaosa artikkelin sisällöistä käsittelee ongelman taustaa ja sen ratkaisua. Sisältöä, jota ei luokiteltu matematiikka-kategoriaan, on artikkelissa vain neljän analyysiyksikön verran. Tässä muu-kategoriaan luokitellussa sisällössä kerrotaan muun muassa siitä, että Douglas Adamsin *Linnunradan käsikirja liftareille* -tieteiselokuvassa supertietokone antaa vastaukseksi elämän tarkoitukseen luvun 42.

Taulukko 4. Kolmen kuution summaa käsittelevän artikkelin matematiikka-kategorian sisällöt.

Matematiikan alakategoriat	**Analyysiyksiköiden määrä**
Ongelman tausta	14
Ongelman ratkaisu	13
Jatkoa ratkaisulle	3
Ratkaisun löytäjä	2
Muu matematiikka	0

Ongelman taustaa käsittelevästä sisällöstä suurin osa pohjautuu aiheesta kirjoitettuihin tieteellisiin artikkeleihin. Taustamateriaalin tavoin uutisessa kerrotaan haasteista, joita kolmen kuution summien ratkaisemiseen liittyy. Uutisessa mainitaan sopivien kuutioiden summien hakemisen olevan käytännössä hyvin työlästä ja vaikeaa, mikä käy ilmi myös aiheen matemaattisista tutkimusartikkeleista. Lisäksi uutisartikkelissa määritellään, mitkä luvut voidaan ilmaista kolmen kuution summana ja tuodaan esiin aiemmin löydettyjä ratkaisuja kolmen kuution summille.

Siinä missä tieteellisessä artikkelissa kolmen kuution summina ilmaistavat luvut määritellään lyhyesti matemaattisin merkinnöin, uutisartikkelissa aihetta selitetään yksityiskohtaisesti. Kirjalliseen selitykseen on käytetty artikkelissa kuusi analyysiyksikköä, vaikka tieteellisessä tutkimuksessa määrittelyyn riittää yksi matemaattinen lause. Kirjoitetun selityksen tukena on käytetty kuvatiedostona tekstin joukkoon liitettyjä matemaattisia yhtälöitä, joilla lukujoukkoa havainnollistetaan. Kuvia en kuitenkaan analysoi tässä tutkimuksessa sen tarkemmin. Sen sijaan esimerkeistä 18, 19 ja 20 voi huomata, että matematiikan selittäminen sanallisesti niin, että aiheeseen perehtymätön käsittää, mistä on kyse, on työlästä ja sille on annettu artikkelissa hyvin tilaa.

(18) *Toisaalta tämän jälkeen tiedetään se, että jokaisen kokonaisluvun kuutio on yhdeksällä jaollisesta luvusta enintään yhden päässä.* (HS.fi 18.9.2019)

(19) *Niinpä kolmen tällaisen luvun (kokonaisluvun kuution) summa ei voi olla kauempana kuin kolmen päässä yhdeksästä jaollisesta luvusta.* (HS.fi 18.9.2019)

(20) *Esimerkiksi 4, 5, 13, 14, 22, 23 eivät voi tulla esitetyksi kolmen kokonaisluvun kuution summana.* (HS.fi 18.9.2019)

Ongelman taustaan keskittyvässä materiaalissa aiempaa tutkimusta aiheen tiimoilta käsitellään tuomalla esiin jo ratkaistuja kolmen kuution summia. Aiemmista ratkaisuista mainitaan kolme ja niiden yhteydessä kerrotaan ongelman ratkaisija ja ajankohta, kuten tieteellisessä artikkelissakin. Siinä missä tieteellisessä taustamateriaalissa tuodaan esiin matematiikkaa aiempien ratkaisujen taustalla ja ratkaisuissa käytettyjen algoritmien ominaisuuksia, uutisartikkelissa aiempia ratkaisuja ei kuvailla tarkemmin, vaan käsittely jää pitkälti maininnan tasolle. Esimerkissä 21 matemaatikko Elkiesin kerrotaan löytäneen ratkaisu usealle luvuille samalla kerralla.

(21) *Vuonna 2000 matemaatikko Noam Elkies suunnitteli käytännöllisen algoritmin tällaisten asioiden laskemiseen. Tällä tavoin ratkaisu löydettiin monille pienehköille luvuille.* (HS.fi 18.9.2019)

Tieteellisiin artikkeleihin pohjautuvan sisällön lisäksi ongelman taustan käsittelyssä on tuotu esiin kolmen kuution summia käsitteleviä Youtube-videoita. Aiheesta tehtyjä Youtube-videoita mainitaan kaksi ja artikkeliin on sisällytetty myös linkit videoihin niistä kiinnostuneille lukijoille.

(22) *Vuonna 2015 matemaatikko Timothy Browning teki Numberphile (Numeroidenrakastaja) -Youtube-kanavalle videon, jossa hän selitti asiaa. Silloin kaksinumeroisista luvuista oli ratkaisematta vain 33, 42 ja 74.* (HS.fi 18.9.2019)

Esimerkissä 22 mainitun videon lisäksi artikkelissa mainitaan toisessa analyysiyksikössä video, jossa esitetään ratkaisu numerolle 72. Videoiden mainitseminen artikkelissa tuo aihetta mahdollisesti lähemmäs matematiikkaan perehtymätöntä lukijaa ja tekee näin matematiikasta helposti lähestyttävämpää.

Itse ongelman ratkaisua käsitellään artikkelissa melko pintapuolisesti. 13:sta kyseiseen ongelmaan liittyvästä analyysiyksiköstä seitsemässä lähinnä mainitaan, että kolmen kuution summan ratkaisu luvulle 42 on löytynyt. Muutamassa näissä analyysiyksiköistä mukaan tuodaan hieman lisätietoa aiheesta, kuten esimerkissä 23.

> (23) *42 oli viimeinen alle sadan suuruisista luvuista, joka osattiin ratkaista kolmen kuution summana. Seuraava haaste on 114.* (HS.fi 18.9.2019)

Yhden ratkaisuun liittyvän analyysiyksikön yhteydessä on myös kuvatiedosto, jossa ratkaisu on esitetty matemaattisena yhtälönä. Ratkaisun löytymisen mainintojen lisäksi ongelman ratkaisu -kategoriassa kirjoitetaan siitä prosessista, joka johti kyseisen ratkaisun löytymiseen. Näissä sisällöissä keskitytään pääosin siihen, miten saatiin hankittua tarpeeksi laskentatehoa ratkaisun löytämiseen.

> (24) *He hyödynsivät Charity Engine -tietokonesovellusta. Sen avulla kotitietokoneiden omistajat voivat myydä verkon yli tietokoneensa käyttämättä olevaa laskentatehoa yliopistoille ja yrityksille.* (HS.fi 18.9.2019)

Tietokoneiden laskentatehosta ja sen tarvittavasta määrästä ratkaisun löytämiseksi kirjoitetaan viidessä analyysiyksikössä. Esimerkissä 24 kerrotaan matematikoiden käyttäneen Charity Engine -sovellusta saadakseen tarpeeksi laskentatehoa ratkaisun etsimiseen, mikä tuotiin ilmi myös tieteellisen artikkelin yhteydessä. Muissa laskentatehoon liittyvissä analyysiyksiköissä laskentatehon määrää havainnollistetaan tarkemmin kuin tieteellisessä artikkelissa. Tieteellisen artikkelin mukaan ratkaisun löytymiseen vaikutti riittävän laskentatehon lisäksi laskenta-algoritmiin tehdyt muutokset, joiden ansiosta voitiin rajata joukkoa, josta ratkaisuja etsittiin. Uutisartikkelissa algoritmista mainitaan vain, että siihen tehtiin hieman muutoksia kertomatta muutoksista sen enempää.

> (25) *Kaverukset muuttivat algoritmia hieman siitä, mikä oli sopiva 33:n laskemiseen.* (HS.fi 18.9.2019)

Ongelman taustan ja ratkaisun lisäksi artikkelissa kerrotaan, miten kolmen kuuton summaan liittyvä tutkimus etenee. Jatkoa ratkaisulle -kategoriaan luokitelluista analyysiyksiköistä kahdessa kerrotaan ratkaisun löytäneiden matemaatikoiden jatkosuunnitelmista ja yhdessä siitä, mille luvuille ratkaisu on vielä löytämättä. Myös tieteellisessä artikkelissa mainitaan luvut, joille ratkaisua ei ole vielä löydetty. Luvun 42 kolmen kuution summan ratkaisi kaksi matemaatikkoa, Booker ja Sutherland. Ongelman ratkaisija -kategoriaan sijoittui tämän artikkelin yhteydessä kaksi analyysiyksikköä, joista molemmissa kerrotaan matemaatikko Sutherlandista. Näistä toisessa Sutherlandin kerrotaan olevan maailmanennätystason tutkija äärimmäistä laskentakapasiteettia vaativissa pulmissa ja toisessa hänen kerrotaan olevan Adams-fani, mikä luo yhteyttä artikkelin ei-matemaattisen, Douglas Adamsin tieteiselokuvasta kertovan sisällön ja matemaattisen sisällön välille.

> (26) *Myös Sutherlands itse on Adams-fani ja oli siksi innoissaan arvoituksen ratkaisusta.* (HS.fi 18.9.2019)

5.2.2 Median kuva Kaisa Matomäen alkulukututkimuksesta

Toinen matemaattisten ongelmien ratkaisuja käsittelevä uutisartikkeli, eli kaikista tutkimusaineistoni artikkeleista viides, perehtyy suomalaisen nuoren matemaatikon, Kaisa Matomäen, uraan ja alkulukuihin liittyvään tutkimukseen. Tässä artikkelissa keskitytään Matomäkeen henkilönä ja matemaatikkona, ja hänen työparinsa kanssa ratkaisema matemaattinen ongelma jää vähemmälle huomiolle. 30 prosenttia artikkelin sisällöstä sijoittuu kategoriaan muu, joka jää analyysini ulkopuolelle. Muu-kategoriaan sijoitetut, matematiikkaan liittymättömät sisällöt käsittelevät Matomäen perhettä ja kuvailevat hänen kotiseutuaan. Taulukosta 5 nähdään, että matematiikkaan liittyvissä sisällöissä ongelman taustaa, ratkaisua ja sen jatkoa käsitellään 13 analyysiyksikössä ja ratkaisun löytäjää 22:ssa.

Taulukko 5. Kaisa Matomäen alkulukututkimukseen liittyvän artikkelin matematiikka-kategorian sisällöt.

Matematiikan alakategoriat	**Analyysiyksiköiden määrä**
Ongelman tausta	4
Ongelman ratkaisu	6
Jatkoa ratkaisulle	3
Ratkaisun löytäjä	22
Muu matematiikka	7

Alkulukujen lyhyisiin lukuväleihin liittyvän ongelman taustaa ja ratkaisua käsitellään artikkelissa suppeasti, vaikka ratkaisun löytyminen on nostettu artikkelin otsikon kärkeen. Taustaan keskittyvässä sisällössä määritellään, mitä alkuluvut ovat ja yhdessä analyysiyksikössä mainitaan Eukleideen todistaneen jo luvulla 300 eaa., että alkulukuja riittää äärettömästi. Esimerkissä 27 taas kerrotaan, miten muut luvut suhtautuvat alkulukuihin.

> (27) *Kaikki muut luvut ovat jaollisia alkuluvuilla eli ne voidaan kirjoittaa alkulukujen tulona, esimerkiksi 20=2x2x5 ja 21=3x7.* (HS.fi 6.2.2019)

Aiheen tieteellisessä artikkelissa alkulukuja ei määritellä, vaan artikkelin lukijan oletetaan tietävän, mitä alkuluvuilla tarkoitetaan. Uutisartikkelissa vastaavaa ei oleteta, vaan asia selitetään kattavasti ja mukaan otetaan havainnollistavia esimerkkejä, kuten esimerkissä 27.

Itse ongelman ratkaisua kuvaillaan käytännössä vain yhdessä analyysiyksikössä, johon on kuitenkin saatu tiivistettyä ratkaisun oleellisin sisältö ymmärrettävään muotoon. Muuten ongelman ratkaisuun liittyvissä sisällöissä kerrotaan ratkaisulla saavutetuista palkinnoista ja yhdessä analyysiyksikössä kuvataan Matomäen ja Radziwillin työskentelytapoja ratkaisun löytämiseksi.

(28) *Jo hyvän aikaa sitten on osoitettu, että noin puolella kaikista luvuista on pariton määrä näitä alkutekijöitä ja puolella parillinen. Matomäki ja Radziwill todistivat, että lyhyilläkin lukuväleillä pätee sama jako.* (HS.fi 6.2.2019)

(29) *Tulos ei kuulosta mullistavalta, mutta se on: Sastra-Ramanujan palkinnon perustelujen mukaan vallankumouksellinen ja New Horizons -palkintoraadin mukaan perustavanlaatuinen läpimurto.* (HS.fi 6.2.2019)

Esimerkin 28 jälkimmäinen lause on ainoa maininta siitä, minkä ongelman Matomäki ja Radziwill tutkimuksessaan ratkaisivat. Tieteellisen artikkelin mukaan tutkimuksessa osoitettiin useita tuloksia, joista tämä mainittu parillisten ja parittomien alkutekijöiden jakautuminen tasan lyhyillä lukuväleillä oli merkittävässä roolissa. Palkitun tutkimuksen sisältö saa uutisartikkelissa kuitenkin yllättävän vähän huomiota, eikä matematiikkaa todistuksen takana avata lainkaan. Sen sijaan ratkaisun merkittävyyttä tuodaan esiin sen saavuttamien palkintojen kautta laajemmin, kuten esimerkissä 29. Tutkimuksen saavuttamista palkinnoista ei luonnollisesti ole mainintoja itse tieteellisessä tutkimuksessa.

Jatkoa ratkaisulle -kategorian sisällöissä kirjoitetaan siitä, mitä hyötyä ratkaisun löytymisestä on ollut. Vaikka tulosta kuvataan artikkelissa vallankumoukselliseksi, sen merkityksistä kirjoitettaessa kerrotaan, että ratkaisuun liittyviä sovelluksia matematiikan ulkopuolella ei ole vielä tiedossa. Artikkelissa on kuitenkin nostettu esiin, että alkulukujen lyhyisiin lukuväleihin liittyviä menetelmiä ja tuloksia on sovellettu matematiikan sisällä, kuten esimerkistä 30 käy ilmi.

(30) *”Matematiikan sisällä muut ovat pystyneet soveltamaan sekä menetelmäämme että sen tuloksia.”* (HS.fi 6.2.2019)

Jos uutisartikkelin ja tieteellisen artikkelin ongelmaan ja sen ratkaisuun liittyviä sisältöjä verrataan toisiinsa, ei niissä ole juuri lainkaan yhtäläisyyksiä. Matomäen ja Radziwillin tieteellinen artikkeli aiheesta on varsin teoreettinen ja koostuu useista matemaattisista lauseista ja niiden todistuksista. Uutisartikkelissa taas lähinnä kerrotaan, mitä alkuluvut ovat ja mainitaan lyhyesti, mihin Matomäen ja

Radziwillin tieteellinen tutkimuksen tulos liittyy. Kyseinen artikkeli voidaankin ennemmin luokitella henkilökuvaksi matemaatikko Matomäestä kuin matemaattisen ongelman ratkaisusta kertovaksi artikkeliksi, vaikka osa sisällöstä liittyykin matemaattiseen ongelmaan.

Ratkaisun löytäjä -kategorian sisällöissä kerrotaan Matomäen koulutaustasta ja polusta matemaatikoksi, hänen työskentelytavoistaan ja saavutuksistaan matematiikan parissa sekä tulevaisuuden suunnitelmista. Näistä teemoista korostuu etenkin Matomäen koulutausta, josta kirjoitetaan kahdeksassa analyysiyksikössä. Artikkelissa käydään läpi Matomäen tausta peruskoulusta yliopiston jatko-opintojen pariin.

> (31) *Lukioon Matomäki lähti sisäoppilaitokseen, Päivölän opiston matematiikkalinjalle Valkeakoskelle. Siellä opiskeltiin kahdessa vuodessa lukion matematiikan oppimäärä ja lisäksi joitakin yliopistokursseja.* (HS.fi 6.2.2019)

> (32) *Jo kouluaikana Matomäki voitti lukiolaisten valtakunnallisen matematiikkakilpailun, ja gradustaan hän sai Ernst Lindelöf -palkinnon, jonka Suomen matemaattinen yhdistys antaa vuoden parhaan matematiikan gradun tekijälle.* (HS.fi 6.2.2019)

Matomäen taustaa käsittelevistä sisällöistä välittyy hänen intohimonsa matematiikkaa kohtaan ja hänen kuvataan olleen lahjakas matematiikan suhteen jo nuorena. Esimerkki 31 kertoo Matomäen panostuksesta matematiikkaan lukio-opintojen aikana. Esimerkissä 32 taas on tuotu ilmi Matomäen varhaisia saavutuksia matematiikan parissa. Artikkelissa esitetty tarina Matomäen matkasta kansainvälisesti palkituksi matemaatikoksi luo Matomäestä kuvaa lahjakkaana, innostuneena ja ahkerana henkilönä, joka on poikkeuksellisen nuorena saavuttanut paljon matematiikan parissa. Matomäen kanssa alkulukujen tutkimuksesta palkittu matemaatikko Radziwill mainitaan kolmessa ratkaisun löytäjä -kategorian analyysiyksikössä. Hänen kirjoitetaan olleen mukana palkitussa tutkimuksessa, ja lisäksi hänen kansalaisuutensa, ikänsä ja työtehtävänsä kerrotaan, mutta muuten Radziwill jää artikkelissa etäiseksi.

Seitsemän analyysiyksikköä on luokiteltu kategoriaan muu matematiikka. Kyseiseen kategoriaan sijoitin muun muassa Matomäen sitaatit, joissa hän kertoo, mitä hyötyä matematiikasta on elämässä, mikä matematiikassa kiehtoo ja millaisia taitoja matemaatikolta vaaditaan. Lisäksi kategorian sisällöissä kerrotaan siitä, millaista matematiikan opiskelu oli Matomäen yläasteella ja lukiossa.

> (33) *Matomäen mielestä on tärkeää, että koulussa ei opeta pelkkää mekaanista laskutoimitusten suorittamista vaan myös ymmärrystä, ongelmanratkaisua ja loogista päättelyä. Se palvelisi muitakin kuin tulevia matemaatikoita.* (HS.fi 6.2.2019)

Etenkin Matomäen sitaatit matematiikasta ja hänen mielipiteensä matematiikan opetuksesta esimerkissä 33 avaavat lukijalle sitä, millaista matematiikka on ja miksi sen opiskelu on tärkeää. Matomäen kommentit luovat matematiikasta kuvaa hyödyllisenä oppiaineena ja avaavat matematiikan luonnetta lukijoille, joille aihe on vieras.

5.2.3 Laatoitusten kiertosymmetrioiden käsittely mediassa

Viimeinen lähdeaineistoni uutisartikkeli (artikkeli 6) kertoo suomalaisesta kuvataitelija Markus Rissasesta ja hänen matemaattisesta löydöstään liittyen kiertosymmetrisiin laatoituksiin. Artikkelin matemaattinen sisältö keskittyy pitkälti Rissasen ratkaisemaan matemaattiseen ongelmaan, mutta myös ongelman taustaa ja Rissasta henkilönä tuodaan esiin. Taulukkoon 6 on luokiteltu artikkelin matemaattiset sisällöt alakategorioiden mukaan. Matematiikkaan liittymättömissä, muu-kategoriaan luokitellussa sisällössä, keskitytään Rissasen taiteen väitöskirjaan.

Taulukko 6. Kiertosymmetrisiä laatoituksia käsittelevän artikkelin matematiikka-kategorian sisällöt.

Matematiikan alakategoriat	**Analyysiyksiköiden määrä**
Ongelman tausta	7
Ongelman ratkaisu	12
Jatkoa ratkaisulle	0
Ratkaisun löytäjä	5
Muu matematiikka	1

Uutisartikkelin ongelman taustaa käsittelevässä materiaalissa tuodaan esiin samoja aiheita kuin Rissasen ja Karin ongelman ratkaisusta kertovassa tieteellisessä artikkelissa. Molemmissa mainitaan kiertosymmetrioiden historiasta, että kiertosymmetriat ovat yksinkertaisia kierron ollessa jaollinen kahdella, kolmella, neljällä tai kuudella. Valtaosa ongelman tausta -kategorian analyysiyksiköistä keskittyy Roger Penrosen ratkaisemaan ensimmäiseen epätriviaaliin kiertosymmetriaan, eli Penrosen laatoitukseen, jonka yleistyksenä Rissasen ratkaisua voidaan pitää.

(34) *Kirjassa esiteltiin Penrosen laatoitus. Fyysikko Roger Penrosen keksimä loppumaton kuvio on kahdella palalla toteutettava, viidellä jaollisen kiertosymmetrian omaava kvasiperiodinen laatoitus. Sellaisen voi nähdä Helsingin Keskuskadulla.* (HS.fi 9.12.2016)

(35) *Vuonna 2011 Penrosen laatoituksesta tuli taas ajankohtainen. Silloin israelilainen kemisti Dan Shechtman voitti kemian Nobel-palkinnon löydettyään viidellä kiertosymmetriset kvasikristallit. Ne todistivat, että Penrosen laatoitusta vastaava rakenne löytyy myös luonnosta.* (HS.fi 9.12.2016)

Uutisartikkelissa Penrosen laatoitusta käsitellään kattavasti, neljässä analyysiyksikössä. Esimerkissä 34 kuvaillaan, millaisesta laatoituksesta on kyse ja laatoitusta havainnollistetaan sekä tuodaan lähemmäs lukijaa kertomalla, että Helsingin Keskuskadulta löytyy kyseinen laatoitus. Tieteellisessä artikkelissa Penrosen laatoitus sen sijaan vain mainitaan. Myös esimerkin 35 sisältö tulee tieteellisen artikkelin ulkopuolelta. Siinä tuodaan esiin mielenkiintoinen yksityiskohta

Penrosen laatoitusta vastaavan rakenteen löytymisestä luonnosta. Ongelman taustaa käsiteltäessä Rissasen käsin ratkaisemalle ongelmalle saadaan hyvä kontrasti kertomalla, että Britanniassa ongelmaa yritettiin samoihin aikoihin ratkaista tietokoneella, mutta laskentatehot loppuivat ryhmän ratkaistua 11-symmetrisen laatoituksen. Kyseinen tieto löytyy myös tieteellisestä artikkelista.

Ongelman ratkaisua taas käsitellään tieteellisessä artikkelissa ja uutisartikkelissa hyvin eri tavoin. Siinä missä tieteellinen artikkeli keskittyy todistamaan, että mille tahansa positiiviselle kokonaisluvulle voidaan konstruoida loputtomiin jatkuva valejaksollinen ja kiertosymmetrinen laatoitus, paneudutaan uutisartikkelissa ongelman ratkaisun löytymiseen johtaneeseen prosessiin. Kategorian sisällöissä korostetaan Rissasen tehneen löytö kynällä ja paperilla ilman matemaattista akateemista koulutusta. Lisäksi kerrotaan siitä, kuinka Rissanen etsi itselleen yhteistyökumppanin voidakseen todistaa ratkaisunsa matemaattisesti.

> (36) *Kaksi kuukautta Rissanen paini ongelman kanssa. Hän laski ja piirsi, piirsi ja laski, mutta ratkaisua ei löytynyt. Kunnes yhtäkkiä, maaliskuisena iltana, hän saikin ideansa toimimaan.* (HS.fi 9.12.2016)

> (37) *Lukiomatematiikan, kynän ja taskulaskimen avulla oli tehty matemaattinen löytö.* (HS.fi 9.12.2016)

> (38) *Rissanen ei osannut todistaa Sub Rosaksi nimeämäänsä löytöä tieteellisesti. Hän etsi yhteistyökumppania pitkään, kunnes lopulta löysi Turun yliopistosta matematiikan professorin Jarkko Karin.* (HS.fi 9.12.2016)

Esimerkissä 36 kuvataan Rissasen työskentelytapaa. Siinä yksinkertaisen metodin lisäksi korostuu ajatus, että matematiikassa usein kokeillaan eri vaihtoehtoja, kunnes asiat mahdollisesti loksahtavat kohdalleen. Esimerkki 37 taas esittelee Rissasen työskentelyvälineitä. Vaikka matematiikka mielletään usein todellisuudesta irralliseksi ja vaikeaksi hahmottaa, tässäkin esimerkissä korostuu matematiikan yksinkertaisuus: mullistavaan matemaattiseen löytöön ei välttämättä tarvita kuin kynä ja taskulaskin. Esimerkki 38 puolestaan kertoo siitä, että ratkaisun löytyminen vaatii vielä tieteellisen todistuksen, jotta se hyväksytään tiedeyhteisössä.

Rissasen yhteistyökumppanin etsimisestä sekä hänen ja Karin yhteistyöstä kerrotaan yhteensä kolmessa analyysiyksikössä. Esimerkissä 38 mainitaan myös löydölle keksitty nimi Sub Rosa, joka esiintyy Rissasen ja Karin aiheen tieteellisen artikkelin nimessä.

Siitä, mistä Rissasen matemaattisessa löydössä varsinaisesti on kyse, kerrotaan vain yhdessä analyysiyksikössä. Aihetta ei avata lukijalle matemaattisesti tai selitetä tarkemmin, mitä tieteellisessä tutkimuksessa todistetaan, vaan asiaa lähestytään kertomalla laattojen sijoittelutavasta, joka mahdollisti kiertosymmetriaan liittyvän teorian yleistämisen, kuten esimerkistä 39 käy ilmi. Lukija saa siis artikkelin perusteella käsityksen siitä, että Rissanen on ratkaissut jotain laatoitusten kiertosymmetrioihin liittyvää, mutta itse ratkaisun käsittely jää artikkelissa pinnalliselle tasolle. Esimerkkiin 39 tiivistyy kuitenkin tieteellisen artikkelin oleellisin tulos, eli laatoitusten kiertosymmetrian yleistys.

> (39) *Aiemmin löytynyt tapa asetella laattoja riveittäin toimikin myös ympyrämäisesti keskipistettä kiertämällä. Tämä mahdollisti kiertosymmetrian yleistämisen kuutta suuremmille kokonaisluvuille.* (HS.fi 9.12.2016)

Ratkaisun löytäjä -kategorian sisältö keskittyy pitkälti Rissasen kiinnostukseen matematiikkaa ja laatoituksia kohtaan. Inspiraation laatoitusten tutkimiseen hän sai artikkelin mukaan matemaattisista mysteereistä kertovasta kirjasta, mistä kirjoitetaan esimerkissä 40. Yhdessä analyysiyksikössä kerrotaan myös hänen opiskelutaustastaan. Siinä käy ilmi hänen kokeilleen matematiikan opintoja, mutta ne eivät tuntuneet omilta.

> (40) *Kiertosymmetriset laatoitukset olivat kiehtoneet Rissasta pitkään. Alun perin hän innostui niistä lukiolaisena löydettyään matemaattisista mysteereistä kertovan kirjan Pariisin-matkallaan.* (HS.fi 9.12.2016)

Rissasesta ja hänen matemaattisesta kiinnostuksestaan kertovat sisällöt eivät liity aiheen tieteelliseen artikkeliin. Tässä artikkelissa ei ollut sisältöjä, joissa kerrottaisiin ratkaisun jatkosta, eli joko Rissasen tai Karin tulevista suunnitelmista laatoitusten parissa tai ratkaisun hyödyistä esimerkiksi jatkotutkimuksen kannalta. Muu matematiikka -kategoriaan sijoittui yksi analyysiyksikkö, jossa kerrotaan, että amatöörien tekemät matemaattiset löydöt eivät ole geometrian parissa tavattomia. Tämä tuo matematiikkaa helpommin lähestyttäväksi aiheeksi ja tieto saattaa mahdollisesti rohkaista visuaalisista asioista kiinnostuneita lukijoita geometrian pariin.

5.2.4 Yhteenveto tutkimustuloksista matemaattisten ongelmien osalta

Matemaattisesta tutkimuksesta kertovien artikkelien analyysissa kävi ilmi, että vaikka uutisartikkelien aiheet ammentavat tieteellisestä tutkimuksesta, käsitellään uutisissa aiheita itse tutkimuksiin verraten eri tavoin ja erilaisesta näkökulmasta. Artikkelien sisällöistä valtaosa keskittyy kuitenkin tutkimuksissa ratkaistuihin ongelmiin ja niiden taustoihin, mutta myös ratkaisujen löytäjät saavat teksteissä huomiota, kuten taulukosta 7 käy ilmi. Alla tiivistän oleellisimmat tulokset kolmen matemaattiseen tutkimukseen liittyvän tutkimusaineistoni artikkelin analyyseista.

Taulukko 7. Kaikkien matemaattista tutkimusta käsittelevien artikkelien matematiikan ala-kategorioiden analyysiyksiköt yhteenlaskettuina.

Matematiikan alakategoriat	**Analyysiyksiköiden määrä**
Ongelman tausta	25
Ongelman ratkaisu	31
Jatkoa ratkaisulle	6
Ratkaisun löytäjä	29
Muu matematiikka	8

Uutisartikkeleilla vähän yhtäläisyyksiä aiheiden tieteellisiin artikkeleihin

Matemaattisten ongelmien ratkaisujen keskeinen sisältö tuodaan uutisartikkeleissa esiin, mutta ratkaisujen käsittely jää varsin pintapuoliseksi. Siinä missä tieteelliset artikkelit keskittyvät todistamaan ratkaisun pitävän paikkansa, uutisartikkelissa lähinnä mainitaan lyhyesti, mihin aiheeseen liittyvä ongelma on ratkaistu selittämättä ratkaisua tai sen taustalla olevaa matematiikkaa sen enempää. Ratkaistujen ongelmien käsittelyssä on myös nostettu esiin useita seikkoja tieteellisten artikkelien ulkopuolelta. Esimerkiksi luvun 42 kolmen kuution summaa käsittelevässä artikkelissa kerrotaan Youtube-videoista, joissa aihetta käsitellään ja Matomäen alkulukututkimuksia käsittelevässä artikkelissa kerrotaan tutkimuksen saavuttamista palkinnoista.

Eniten yhteistä uutisartikkeleilla ja tieteellisillä artikkeleilla toistensa kanssa on ongelmien taustoja käsittelevissä sisällöissä. Niissä tuodaan esiin aiheiden historiaa ja aiempia tutkimuksia aiheiden parissa. Näidenkin käsittelytavoissa on kuitenkin eroja. Esimerkiksi kiertosymmetrisistä laatoituksista kertovassa uutisartikkelissa aiemmasta tutkimuksesta nostetaan laajasti esiin Penrosen laatoitus, jonka avulla ongelmaa havainnollistetaan lukijalle, kun taas tieteellisessä artikkelissa käsitellään suppeammin useampia aiempia tutkimuksia. Uutisartikkeleissa ongelmien taustoja käsittelevissä sisällöissä myös selitetään ongelmien kannalta oleellisia matemaattisia termejä, jotka tieteellisissä artikkeleissa lukijan oletetaan tuntevan. Esimerkiksi kolmen kuution summia käsittelevässä uutisartikkelissa selitetään kattavasti, mitkä luvut voidaan ilmaista kolmen kuution summana ja alkulukututkimukseen keskittyvässä artikkelissa määritellään ja havainnollistetaan, mitä alkuluvut ovat ja kerrotaan muiden lukujen suhteesta niihin.

Matemaattisen ratkaisun käsittely keskittyy prosessiin

Siinä missä itse ongelmien ratkaisuja käsitellään suppeasti, keskitytään uutisartikkeleissa enemmän ongelmien ratkaisuihin johtaneisiin prosesseihin. Esimerkiksi kolmen kuution summan tapauksessa kirjotetaan laajasti ongelman ratkaisun kannalta riittävän laskentatehon löytämisestä ja kiertosymmetrioiden tapauksessa paneudutaan ratkaisun keksineen Rissasen työskentelytapoihin sekä aiheen matemaattiseen todistamiseen tarvittavan yhteistyökumppanin hankkimiseen. Matomäen alkulukututkimusta käsittelevän artikkelin ongelman ratkaisuun keskittyvissä sisällöissä taas tuodaan esiin ratkaisun merkittävyyttä kertomalla itse ratkaisun ja siihen johtaneen prosessin sijaan ratkaisun saavuttamista palkinnoista.

Suomalaiset ongelmien ratkaisijat saavat huomiota

Kiertosymmetrioita käsittelevän ratkaisun löysi suomalainen Rissanen, ja alkulukujen lyhyitä lukuvälejä tutkivat suomalainen Matomäki ja kanadalainen Radziwill. Valtaosa alkulukututkimusta käsittelevän artikkelin sisällöstä keskittyi

Matomäen taustaan, työskentelytapoihin ja saavutuksiin ja myös kiertosymmetrioita käsittelevässä artikkelissa Rissasen työskentelytapoihin ja kiinnostukseen matematiikkaa kohtaan kiinnitettiin paljon huomiota. Sen sijaan Matomäen kanssa tutkimusta tehnyt Radziwill ja kolmen kuution summaa käsittelevässä artikkelissa ongelman ratkaisseet ulkomaalaiset matemaatikot jäivät artikkeleissa vähemmälle huomiolle.

Ongelmien ratkaisijoita käsittelevät sisältöjen ohella tieteellisiin artikkeleihin liittymätöntä sisältöä sijoittui kahden artikkelin osalta muu matematiikka -kategoriaan. Näissä sisällöissä käsiteltiin matematiikkaa laajemmin kuin ratkaistun ongelman osalta. Alkulukututkimusta käsittelevän artikkelin muu matematiikka -kategoriassa kerrotaan muun muassa Matomäen mielipiteistä matematiikan hyödyllisyydestä ja kiertosymmetrioita käsittelevän artikkelin yhteydessä kerrotaan geometristen löytöjen yleisyydestä amatöörien parissa.

6 Luotettavuus

Tutkimuksessani nostin esiin esimerkkejä matematiikasta ja sen osaamisesta kirjoitetuista uutisartikkeleista ja analysoin niitä laadullisin menetelmin. Vaikka lähdin rakentamaan ajatuksiani aiheesta kysymyksen *Mitä matematiikasta kirjoitetaan mediassa?* ympärille, ei tutkielman tarkoituksena ole tarjota kokonaisvaltaista vastausta tähän kysymykseen. Ennemminkin kyseessä on katsaus muutamiin artikkeleihin teemoista matematiikan osaaminen ja matemaattinen tutkimus, ja tutkimus pyrkii tarjoamaan erään näkemyksen siitä, millaisena matematiikka näyttäytyy lukijoille uutisartikkelien kautta.

Kuten kaikessa tutkimuksessa, myös omassani, tutkimustulokset ovat vain yhdenlainen versio tutkittavasta aiheesta, eikä niihin voi täysin luottaa. En siis pyrikään väittämään, että tutkimukseni tarjoaisi objektiivista tai absoluuttista tietoa käsittelemästäni aiheesta, vaan tulokseni ovat aikaan, paikkaan ja omaan toimintaani sidoksissa. Joku toinen voisi samoista lähtökohdista ja samoilla rakennuspalikoilla rakentaa matematiikan mediakuvasta erilaisen kuvan kuin mitä minun tutkimukseni tarjoaa, tai ainakin mahdollisesti painottaa tuloksissaan eri teemoja ja asioita kuin itse olen painottanut.

Valitsemani tutkimusmenetelmä, eli laadullinen aineistolähtöinen sisällönanalyysi, jättää paljon tilaa tutkijan omalle tulkinnalle. Omassa työssäni olen pyrkinyt vähentämään tätä tulkinnan kirjoa kuvaamalla mahdollisimman tarkasti, miten tutkimus on toteutettu ja millaisia menetelmällisiä ratkaisuja olen tutkimuksen toteutuksessa tehnyt. Valintojeni perusteluina olen käyttänyt sisällönanalyysistä kertovaa metodikirjallisuutta kattavasti. Koska laadullinen sisällönanalyysi on laajasti sovellettavissa eri tieteenaloilla, on menetelmäkirjallisuuden tarjoamat vaihtoehdot tutkimuksen toteuttamisen suhteen melko yleispäteviä ja suuntaa-antavia. Tutkimusmenetelmällisten valintojeni lisäksi olen luvussa 4.3 kuvaillut tarkasti sekä matematiikan oppimista että matemaattista tutkimusta käsittelevien artikkelien analysointiprosessin, mikä mahdollistaa tutkimuksen toistettavuuden ja lisää näin sen luotettavuutta. Myös tutkimusaineistoni, eli matematiikasta kertovien uutisartikkelien valintaan johtaneen prosessin olen kuvannut tarkasti luvussa

4.1 ja perustellut valintaprosessin yhteydessä, miksi valitsin kyseiset tutkittavat artikkelit ja miksi käytin lähteenä HS.fi-sivustoa.

Olen pyrkinyt perustelemaan valintojani läpi koko tutkielman lisätäkseni näin tutkimukseni luotettavuutta, mutta myönnän, että myös erilaiset valinnat tutkimuksen suhteen olisivat perusteltavissa. Koen kuitenkin onnistuneeni siinä, että tekemieni valintojen avulla olen pystynyt vastaamaan asettamiini tutkimuskysymyksiin ja näin toteuttanut itselleni asettamaani tutkimustehtävää. Asetin itselleni kaksi päätutkimuskysymystä: Mitä nuorten matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa ja mitä matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa kirjoitetaan mediassa? Tutkimusaineistoon sopivien lisäkysymysten avulla koen saavuttaneeni erään näkemyksen tutkimastani aiheesta.

Kun vertaan tutkimukseni tuloksia aiheen teoriataustaan, huomaan löytäväni teoriasta tukea tutkimustuloksilleni. Jos tulokseni olisivat pahasti ristiriidassa aiemman tutkimuksen kanssa, en voisi pitää melko suppeasta materiaalista syntyneitä omia tuloksiani luotettavina. Teoriaosuudesta löytyvät yhtäläisyydet oman tutkimukseni kanssa kuitenkin vahvistavat näkemystäni siitä, että tutkimustuloksissani piilee totuuden siemen. Seuraavassa luvussa pohdin tarkemmin muun muassa tutkimustulosteni ja teoriaosuuteni suhdetta toisiinsa.

7 Pohdintaa

Tässä työssä analysoitiin matematiikasta ja matematiikan osaamisesta kirjoitettuja uutisartikkeleita laadullisen, aineistolähtöisen sisällönanalyysin keinoin. HS.fi:stä kootun lähdeaineistoni artikkeleista kolme käsittelee suomalaisten nuorten matematiikan osaamista ja kolme matemaattisten ongelmien ratkaisuja. Näitä artikkeleita analysoimalla etsin vastauksia kysymyksiin *mitä nuorten matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa* ja *mitä matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa kirjoitetaan mediassa*. Alla käsittelen molemmat tutkimuskysymykseni erikseen esitellen ensin johtopäätökset, minkä jälkeen pohdin aiheita laajemmin muun muassa verraten tuloksiani tutkielmani teoriapohjaan ja tuoden esiin jatkotutkimusaiheita.

7.1 Johtopäätökset ja pohdintaa matematiikan osaamisesta mediassa

Ensimmäiseen tutkimuskysymykseeni, eli siihen, mitä matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa, vastasin lisäkysymysten kautta. Lisäkysymysten avulla käsittelin artikkeleissa esiintyviä teemoja, nuorten matematiikan osaamisen kuvailua ja artikkeleista välittyvää sävyä. Artikkeleissa esiintyi teemoja osaamisen erot, osaamisen taso, osaamisen muutos, osaamisen taustatekijät ja ratkaisuja osaamisen parantamiseen, joista kolme ensimmäistä saivat eniten huomiota. Koululaisten matematiikan osaamisen käsittelystä välittyi huoli oppilaiden ja opiskelijoiden matematiikan osaamisen tason riittävyydestä arkielämän haasteisiin. Artikkeleissa nostettiin myös esiin esimerkiksi koulutuksen epätasa-arvoisuutta ja heikosta osaamisesta kertovia yksityiskohtia, minkä vuoksi artikkeleista välittyy lukijalle pääosin negatiivinen sävy. Näiden tietojen valossa voidaan sanoa, että matematiikan osaamisesta kirjoitetaan mediassa monipuolisesti, mutta artikkeleissa korostuvat koulutuksen ja osaamisen negatiiviset piirteet sekä huoli osaamisen riittämättömyydestä.

Analyysini matematiikan osaamisesta kirjoitetuista lehtiartikkeleista on suppea, sillä aineistoni koostuu vain kolmesta artikkelista, jotka ovat kaikki saman median julkaisemia. Tuloksilleni löytyy kuitenkin tukea tutkielmani teoriataustasta, joten koen tulosteni tarjoavan kuvan matematiikan osaamisen uutisoinnista olevan ainakin jossain määrin totuudenmukainen. Suomessa matematiikan osaamisen mediakuvaa ei kuitenkaan ole aiemmin juuri tutkittu, joten en voi suoranaisesti verrata tuloksiani aiempaan tutkimukseen. Vastaavanlaista tutkimusta on sen sijaan tehty esimerkiksi Kanadassa, jossa tuloksissa on osittain samoja piirteitä kuin oman tutkimukseni tuloksissa. Kanadalaisen median matematiikan opetuksesta kertovissa artikkeleissa uutisaiheet keskittyvät usein negatiiviseen, ja opetuksen tai osaamisen ongelmat korostuvat (Leder & Forgasz, 2010). Tämä kävi ilmi myös omassa analyysissani esimerkiksi koulutuksen epätasa-arvoisuuden korostamisena ja huolena riittämättömästä osaamisen tasosta. Uutisartikkeleissa on luontevaa nostaa esiin ongelmia (Price & Tewksbury 1997) ja kanadalaisessa mediassa matematiikan opetuksesta uutisoitaessa ylläpidetään kuvaa, jossa lasten matematiikan osaamisen taso on heikko ja lapset ovat huonon opetuksen uhreja (Abtahi & Barwell 2017). Oman tutkimukseni tuloksissa osaamisen heikosta tasosta ei suoraan syyllistetä huonoa opetusta, mutta nuorten riittämätön matematiikan osaaminen on lähdeaineistoni artikkeleissa vahvasti esillä.

Analysoimani artikkelit pohjautuvat nuorten osaamista kartoittaviin selvityksiin ja tutkimuksiin, joita olen käsitellyt tutkielmani teoriataustassa. Uutisartikkeleissa esitetyt tiedot osaamisen tasosta löytyvät pitkälti teoriataustani materiaaleista, mutta kiinnostavaa on se, mitä uutisissa on päätetty julkaista ja mitä on jätetty kertomatta. Esimerkiksi toisen asteen opiskelijoiden osaamista käsittelevässä uutisartikkelissa nostetaan esiin yksityiskohtia, joissa kerrotaan osaamisen säilyvän peruskoulun päättövaiheen tasolla tai jopa taantuvan, vaikka Metsämuurosen (2017) selvityksen mukaan toisen asteen opintojen aikana matematiikan osaaminen lisääntyy selkeästi. Tämä osaamisen tason nousu on uutisessa täysin sivuutettu. Yhdeksäsluokkalaisten osaamisen yhteydessä taas on esimerkiksi kirjoitettu prosenttilaskujen ja ongelmanratkaisutehtävien heikosta osaamisesta, mutta jätetty valtaosa selvityksessä ilmenneitä positiivisia seikkoja mainitsematta, kuten läksyjen tekemisen vaikutus parempiin oppimistuloksiin, mikä on selvityksen mukaan ilmeinen (Julin & Hirvonen 2016). Toimittajien erilaisilla valinnoilla artikkelien tarjoama kuva koululaisten matematiikan osaamisesta voisi olla hyvinkin erilainen.

Koska mediassa kirjoitetut artikkelit ovat monelle tärkeä tiedonlähde, uutisten tarjoama kuva nuorten osaamisesta voi vaikuttaa suuren yleisön mielipiteeseen suomalaisesta koulutusjärjestelmästä ja matematiikan osaamisen tasosta Suomessa. Omassa tutkimuksessani en kuitenkaan ota kantaa siihen, millainen vaikutus uutisoinnilla on yleiseen mielipiteeseen, mutta jatkotutkimuksen kannalta aihe on mielenkiintoinen. Matematiikan osaamisesta kertovien artikkeleiden välittämää mielikuvaa voisi selvittää artikkelien lukijoille suunnatun kyselytutkimuksen avulla. Jotta matematiikan osaamisen käsittelystä mediassa saataisiin kokonaisvaltaisempi kuva, tulisi aihetta tutkia laajemmassa mittakaavassa ja hyödyntää lähdemateriaalina kattavammin myös eri medioiden artikkeleita.

7.2 Johtopäätökset ja pohdintaa matemaattisen tutkimuksen käsittelystä mediassa

Toinen tutkimukseni teemoista liittyy matemaattisen tutkimuksen käsittelyyn mediassa. Selvittääkseni, mitä matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa kirjoitetaan mediassa, analysoin uutisartikkelien suhdetta aiheen tieteellisiin artikkeleihin käsitellen niin ongelmista ja niiden ratkaisuista kertovia sisältöjä, kuin ratkaisuihin liittymätöntä, matemaattista sisältöä. Analyysissani kävi ilmi, että uutisartikkeleilla ja tieteellisillä artikkeleilla on vain vähän yhtäläisyyksiä toisiinsa. Uutisissa ongelmien ratkaisuista kerrotaan tiiviisti ja pintapuolisesti, ja tekstissä keskitytään itse ratkaisun kuvailun sijaan enemmän siihen johtaneeseen prosessiin. Ratkaisujen taustoja käsittelevissä sisällöissä on havaittavissa joitakin yhtäläisyyksiä. Ongelman ratkaisuun ja aiheen matemaattiseen tutkimukseen liittymättömistä sisällöistä huomiota saavat eniten ratkaisuja keksineet henkilöt. Analyysini perusteella voidaankin sanoa, että matemaattisten ongelmien ratkaisuista kertovissa uutisartikkeleissa ratkaisujen käsittely jää pinnalliseksi, mutta ratkaisujen oleellinen sisältö niistä käy ilmi, ja ratkaisujen lisäksi sisällöissä keskitytään ongelmien taustoihin sekä ongelmien ratkaisijoihin.

Matemaattisen osaamisen tavoin myös matemaattista tutkimusta käsittelevä analyysini on suppea pohjautuen vain kolmen artikkelin sisältöihin. Matematiikasta kertovia uutisartikkeleita on tutkittu Suomessa hyvin suppeasti ja maailmanlaajuisestikin varsin vähän, joten minun on vaikea verrata tutkimukseni tuloksia aiempaan vastaavaan tutkimukseen. Teoriataustassani käsittelin kuitenkin tiedejournalismia, jota myös tutkimani artikkelit edustavat. Tiedejournalismin tehtävänä popularisoida ja välittää tieteellistä tietoa tieteen tutkimustuloksia mahdollisimman laajalle yleisölle (Väliverronen 2003), ja tässä tehtävässä tutkimani uutisartikkelit mielestäni onnistuivat hyvin. Artikkeleissa matemaattisten ongelmien ratkaisut kuvataan yksinkertaisesti ja niihin liittyvää termistöä selitetään auki, jotta myös matematiikkaan perehtymätön lukija käsittää, mihin ongelman ratkaisu liittyy.

Matematiikkaa ja tiedettä yleisemmin käsittelevien uutisartikkelien tutkiminen on mielestäni tärkeää, sillä lukijoiden kiinnostus tiedeuutisia kohtaan on suurta (Takahashi & Tandoc 2015) ja ne toimivat monille merkittävänä tieteellisen tiedon lähteenä (Penney ym. 2003). Ei siis ole yhdentekevää, mitä aiheita ja teemoja tieteen tutkimustuloksista uutisoidaan ja miten niitä käsitellään mediassa. Etenkin suomalaiset ovat kiinnostuneita tieteestä, ja Euroopan komission kyselytutkimuksen (2007) mukaan 75 prosenttia suomalaisista lukee tiedeuutisia sanoma- ja aikakauslehdistä säännöllisesti tai toisinaan. Oma tutkimukseni antaa hieman osviittaa siitä, mitä ja miten matematiikan tutkimustuloksista uutisoidaan Suomessa, mutta asian laajempi kartoittaminen vaatii lisää tutkimusta. Paremman ja luotettavamman kuvan siitä, miten matematiikan tutkimustuloksia käsitellään mediassa, saisi tekemällä omaani vastaavan tutkimuksen, mutta valitsemalla kattavamman ja monipuolisemman lähdemateriaalin, johon sisältyisi artikkeleita useista eri medioista.

Yhtenä luontevana jatkotutkimusmahdollisuutena näkisin tutkia sitä, miten lukijat ymmärtävät ja tulkitsevat matematiikkaa käsitteleviä uutisia. Uskon, että matemaattisten aiheiden käsittely mediassa mielenkiintoisella tavalla voi parhaimmillaan lisätä ihmisten ymmärrystä matematiikasta, mutta hypoteesini on täysin vahvistamaton. Suomalaisista jopa 75 prosenttia sanoo luottavansa sanomalehtiuutisointiin (Euroopan komissio 2013), joten matematiikkaa käsittelevien tiedeuutisten faktojen kriittinen tarkastelu voisi myös olla mielenkiintoinen tutkimusaihe.

Analysoitavat artikkelit

Matematiikan osaaminen

Puttonen, M. 30.9.2019, HS.fi, *Sosiaaliset erot palasivat kouluihin: Koulutettujen perheiden lapset saavat parempia tuloksia kuin kouluttamattomien*. Osoitteessa: https://www.hs.fi/tiede/art-2000006253728.html Luettu 5.10.2020

Valtavaara, M. 14.3.2017, HS.fi, *Tuore selvitys: Lukioiden välillä suuria eroja – samalla matematiikan osaamisella voi eri kouluissa saada arvosanan 6 tai 9*. Osoitteessa: https://www.hs.fi/kotimaa/art-2000005126529.html. Luettu 5.10.2020

Vihavainen, S. 25.4.2016, HS.fi, *Ysiluokkalaisten matematiikan osaaminen ei enää heikentynyt – moni ei silti osaa laskea, mitä maksaa 30 prosentin alennuksessa oleva paita*. Osoitteessa: https://www.hs.fi/kotimaa/art-2000002898045.html. Luettu 5.10.2020

Matematiikan tutkimustulokset

Kivimäki, A. 18.9.2019, HS.fi, *Matemaatikkojen vaikea laskelma tuotti vihdoin kaivatun luvun 42*. Osoitteessa: https://www.hs.fi/tiede/art-2000006242092.html. Luettu 5.10.2020

Merimaa, J. 9.12.2016, HS.fi, *Kuvataiteilija ratkaisi Penrosen laattojen matemaattisen ongelman piirustuspaperilla ja taskulaskimella*. Osoitteessa: https://www.hs.fi/tiede/art-2000004999176.html. Luettu 5.10.2020

Mutanen, A. 6.2.2019, HS.fi, *Kaisa Matomäki teki vallankumouksellisen matemaattisen löydön luvuista, joita on tutkittu jo antiikin Kreikassa.* Osoitteessa: https://www.hs.fi/tiede/art-2000005990565.html. Luettu 5.10.2020

Lähteet

Abtahi, Y. & Barwell, R. 2019. *Mathematical Morality Tales: Mathematics Education in Canadian Newspapers*. Canadian Journal of Science, Mathematics & Technology Education, 19(1), s. 48-60. DOI 10.1007/s42330-019-00042-0.

Abtahi, Y. & Barwell, R. 2017. *Where are the children? An analysis of news media reporting on mathematics education.* Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference, vol. 2, s. 359-360. Volos, Kreikka.

Ashwell, D. 2014. *The challenges of science journalism: The perspectives of scientists, science communication advisors and journalists from New Zealand*. Public understanding of science (Bristol, England), 25. DOI 10.1177/0963662514556144.

Arinen, P. & Karjalainen, T. 2007. *PISA 2006 ensituloksia*. Opetusministeriön julkaisuja 2007:38. Helsinki: Opetusministeriö ja Koulutuksen arviointikeskus. http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-485-453-5

Barel-Ben David, Y., Garty, E.S. & Baram-Tsabari, A. 2020. *Can scientists fill the science journalism void? Online public engagement with science stories authored by scientists*. PLoS ONE, 15(1), s. 1-15. DOI 10.1371/journal.pone.0222250.

Beenker, F. P. M. 1982. *Algebraic theory of non-periodic tilings of the plane by two simple building blocks : a square and a rhombus*. EUT report. WSK, Dept. of Mathematics and Computing Science; 82(4). Eindhoven University of Technology.

Berliner, D.C. & Biddle, B.J. 1999. *The awful alliance of the media and public-school critics*. The Education Digest, 64(5), s. 4.

Booker, A.R. 2019. *Cracking the problem with 33*. Research in Number Theory, 5(3), s. 26. DOI 10.1007/s40993-019-0162-1.

Booker, A.R. & Sutherland, A.V. 2020. *On a question of Mordell*. arXiv preprint arXiv:2007.01209.

Bristolin yliopisto 2019. *Sum of three cubes for 42 finally solved – using real life planetary computer*. Lehdistötiedote 6.9.2019. Osoitteessa: https://www.bristol.ac.uk/news/2019/september/sum-of-three-cubes-.html. Viitattu 27.10.2020.

Camara, W.J. & Shaw, E.J. 2012. *The Media and Educational Testing: In Pursuit of the Truth or in Pursuit of a Good Story?* Educational Measurement: Issues & Practice, 31(2), s. 33-37. DOI 10.1111/j.1745-3992.2012.00233.x.

Chorney, S., Ng, O. & Pimm, D. 2016. *A tale of two more metaphors: Storylines about mathematics education in Canadian national media*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 16(4), s. 402-418.

Einsiedel, E.F. 1992. *Framing science and technology in the Canadian press*. Public Underst Sci, 1(1), s. 89-101. DOI 10.1088/0963-6625/1/1/011.

Elkies N.D. 2000. *Rational Points Near Curves and Small Nonzero* | *x3 − y2*| *via Lattice Reduction*. Teoksessa: Bosma W. (toim.) Algorithmic Number Theory. ANTS 2000. Lecture Notes in Computer Science, vol 1838. Springer, Berliini, Heidelberg. DOI 10.1007/10722028_2

Elsenhans, A. & Jahnel, J.ö 2009, *New sums of three cubes*. Math.Comput., 78, s. 1227-1230. DOI 10.1090/S0025-5718-08-02168-6.

Euroopan komissio 2007. *Scientific research in the media*. Special Eurobarometer 282. Osoitteessa: http://data.europa.eu/88u/dataset/S616_67_2_EBS282. Viitattu 5.10.2020.

Euroopan komissio 2013. *Responsible Research and Innovation (RRI), Science and Technology*. Special Eurobarometer 401. Osoitteessa: http://data.europa.eu/88u/dataset/S1096_79_2_401. Viitattu 5.10.2020

Galtung, J. & Ruge, M. 1965. *The Structure of Foreign News*. Journal of Peace Research - J PEACE RES, 2, s. 64-90. DOI 10.1177/002234336500200104.

Harnett, K. 2017. *Kaisa Matomäki Dreams of Primes*. Artikkeli 20.7.2017. Quanta magazine. Osoitteessa: https://www.quantamagazine.org/kaisa-matomaki-dreams-of-primes-20170720/. Viitattu 4.11.2020

Heath-Brown, D. 1992. *The Density of Zeros of Forms for which Weak Approximation Fails*. Mathematics of Computation, 59(200), s. 613-623. DOI 10.2307/2153078.

Hirvonen, K. 2012. *Onko laskutaito laskussa? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2011*. Koulutuksen seurantaraportit 2012:4. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy

Huisman, S.G. 2016. *Newer sums of three cubes*. arXiv preprint arXiv:1604.07746.

Julin, S & Hirvonen K. 2016. *Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015*. Julkaisut 20:2016. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Tampere. Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy

Kansallinen Mediatutkimus 2020. *KMT 2019 lukijamäärät ja kokonaistavoittavuudet*. MediaAuditFinland Oy. Kantar TNS Oy. Osoitteessa: https://mediaauditfinland.fi/wp-content/uploads/2020/03/Lukijamaarat2019.pdf. Viitattu 9.11.2020

Kari, J. & Rissanen, M. 2015. *Sub Rosa, A System of Quasiperiodic Rhombic Substitution Tilings with n-Fold Rotational Symmetry*. Discrete & Computational Geometry, 55. DOI 10.1007/s00454-016-9779-1.

Kupari, P., Reinikainen, P., Nevanpää, T. & Törnroos, J. 2001. *Miten matematiikkaa ja luonnontieteitä osataan suomalaisessa peruskoulussa? Kolmas kansainvälinen matematiikka- ja luonnontiedetutkimus TIMSS 1999 Suomessa*. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos.

Kupari, P., Vettenranta, J. & Nissinen, K. 2012. *Oppijalähtöistä pedagogiikkaa etsimään. Kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa*. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Opetus- ja kulttuuriministeriö.

Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I., Nissinen, K., Puhakka, E. & Vettenranta J. 2013. *PISA12 ensituloksia*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2013:20. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö ja Koulutuksen tutkimuslaitos. http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-263-241-8

Kupari, P., Välijärvi, J., Linnakylä, P., Reinikainen, P., Brunell, V., Leino, K., Sulkunen, S., Törnroos, J., Malin, A. & Puhakka, E. 2004. *Nuoret osaajat. PISA 2003 -tutkimuksen ensituloksia*. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Kopijyvä Oy.

Leder, G.C. & Forgasz, H.J. 2010. *I Liked It till Pythagoras: The Public's Views of Mathematics*. Mathematics Education Research Group of Australasia, Australia.

Leino, K., Ahonen, A., Hienonen, N., Hiltunen, J., Lintuvuori, M., Lähteinen, S., Lämsä, Joni., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Pulkkinen, J., Rautopuro, J., Sirén, M., Vainikainen, M-P. & Vettenranta, J. 2019. *PISA18 Ensituloksia. Suomi parhaiden joukossa*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2019:40. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö ja Koulutuksen tutkimuslaitos. http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-263-678-2

Lim, C. & Ernest, P. 2000. *A survey of public images of mathematics*. Research in Mathematics Education, 2, s. 193-206. DOI 10.1080/14794800008520076.

Lucas, D.M. & Fugitt, J. 2007. *The perception of math and math education in the rural Mid West*. The Rural Educator, 31(1), s. 38-54.

Matomäki, K. & Radziwiłł, M. 2016. *Multiplicative functions in short intervals*. arXiv preprint arXiv: 1501.04585

Metsämuuronen, J. 2017. *Oppia ikä kaikki – matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015*. Julkaisut 1:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Tampere. Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy

Mordell, L.J. 1953. *On the Integer Solutions of the Equation x2+y2+z2+2xyz = n*. Journal of the London Mathematical Society, s1-28(4), s. 500-510. DOI https://doi.org/10.1112/jlms/s1-28.4.500.

Norris, S., Phillips, L. & Korpan, C. 2003. *University Students' Interpretation of Media Reports of Science and Its Relationship to Background Knowledge, Interest, and Reading Difficulty*. Public Understanding of Science - PUBLIC UNDERST SCI, 12. DOI 10.1177/0963662503012200l.

Opetushallitus 2014. *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Määräykset ja ohjeet 2014:96. Osoitteessa: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf Viitattu 12.10.2020.

Opetushallitus 2019. *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2019*. Määräykset ja ohjeet 2019:2a. Osoitteessa: https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2019.pdf. Viitattu 12.10.2020.

Penney, K., Norris, S.P., Phillips, L.M. & Clark, G. 2003. *The Anatomy of Junior High School Science Textbooks: An Analysis of Textual Characteristics and a Comparison to Media Reports of Science*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 3(4), s. 415-436. DOI 10.1080/14926150309556580.

Penrose, R. 1979. *Pentaplexity A Class of Non-Periodic Tilings of the Plane*. The Mathematical Intelligencer, 2(1), s. 32-37. DOI 10.1007/BF03024384.

Peters, H.P. 1995. *The interaction of journalists and scientific experts: co-operation and conflict between two professional cultures*. Media, Culture & Society, 17(1), s. 31-48. DOI 10.1177/016344395017001003.

Peters, H.P., Dunwoody, S., Allgaier, J., Lo, Y. & Brossard, D. 2014. *Public communication of science 2.0: Is the communication of science via the "new media" online a genuine transformation or old wine in new bottles?* EMBO reports, 15, s. 749-753. DOI 10.15252/embr.201438979.

Price, V. & Tewksbury, D. 1997. *News values and public opinion: A theoretical account of media priming and framing*. Progress in the communication sciences, 13, s. 173-212.

Rautopuro, J. (toim.) 2013. *Hyödyllinen Pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen yliopistopaino Oy.

Rodney, S., Rouleau, A. & Sinclair, N. 2016. *A tale of two metaphors: Storylines about mathematics education in Canadian national media*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 16(4), s. 389-401.

Salmela-Aro K., Chmielewski A.K. 2019. *Socioeconomic Inequality and Student Outcomes in Finnish Schools.* Socioeconomic Inequality and Student Outcomes. Education Policy & Social Inequality, 4, s. 153-168. DOI https://doi.org/10.1007/978-981-13-9863-6_9

Scheufele, D.A. & Tewksbury, D. 2007. *Framing, Agenda Setting, and Priming: The Evolution of Three Media Effects Models: Models of Media Effects*. Journal of communication, 57(1), s. 9-20. DOI 10.1111/j.0021-9916.2007.00326.x.

Sepulcre, J.M. 2019. *Public Recognition and Media Coverage of Mathematical Achievements*. Journal of Humanistic Mathematics, 9(2), s. 93-129. DOI 10.5642/jhummath.201902.08.

Suomen Tietotoimisto 2020. *Uutiskriteerit*. Verkkojulkaisu. Osoitteessa: https://stt.fi/tyylikirja/ideasta-jutuksi/uutiskriteerit-ja-uutiskynnys/uutiskriteerit/. Viitattu 22.9.2020

Takahashi, B. & Tandoc, E. 2015. *Media sources, credibility, and perceptions of science: Learning about how people learn about science*. Public understanding of science (Bristol, England), 25. DOI 10.1177/0963662515574986.

Törnroos, J. & Kupari, P. 2005. *Suomalaisnuorten matematiikan osaaminen*. Teoksessa P. Kupari & J. Välijärvi (toim.) Osaaminen kestävällä pohjalla. PISA 2003 Suomessa. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos.

Verhoeven, P. 2010. *Sound-Bite Science: On the Brevity of Science and Scientific Experts in Western European Television News*. Science Communication - SCI COMMUN, 32, s. 330-355. DOI 10.1177/1075547010362709.

Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteinen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro, J. & Vainikainen, M-P. 2016. *PISA 2015 Ensituloksia. Huipulla pudotuksesta huolimatta*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016:41. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö ja Koulutuksen tutkimuslaitos. http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-263-436-8

Välijärvi, J., Kupari, P., Linnakylä, P., Reinikainen, P., Sulkunen, S., Törnroos, J., & Arffman, I. 2007. *The Finnish success in PISA—And some reasons behind it 2*. *Pisa 2003.* Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Osoitteessa: https://ktl.jyu.fi/vanhat/julkaisut/julkaisuluettelo/julkaisut/2007/d084. Viitattu 12.10.2020

Välijärvi, J., Linnakylä, P., Kupari, P., Reinikainen, P., Malin, A. & Puhakka, E. 2001. *Suomen tulevaisuuden osaajat. 15-vuotiaiden lukutaito sekä matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen kansainvälisessä vertailussa. PISA 2000 -tutkimuksen ensituloksia*. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos. http://urn.fi/URN:ISBN:951-39-1128-4

Väliverronen, E. 2001. *Popularisers, interpreters, advocates, managers and Critics: framing science and scientists in the media*. Nordicom Review, 22(2), s. 39-47.

Väliverronen, E. 1993. *Science and the Media: Changing Relations*. Science & Technology Studies, 6(2), 23-34. https://doi.org/10.23987/sts.55053

Wagner, D. 2019. *Changing Storylines in Public Perceptions of Mathematics Education*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 19(1), s. 61-72. DOI 10.1007/s42330-018-00039-1.

Wellington, J. 1991. *Newspaper Science, School Science: Friends or Enemies?* International Journal of Science Education, 13(4), s. 363-72.

Zimmerman, C., Bisanz, G., Bisanz, J., Klein, J. & Klein, P. 2001. *Science at the supermarket: A comparison of what appears in the popular press, experts' advice to readers, and what students want to know*. Public Understanding of Science, 10, s. 37-58. DOI 10.1088/0963-6625/10/1/303.