

”Niitä mä en oppinu ikinä” — 8.- ja
9.-luokkalaisten matematiikan oppimisen
vaikeuksista

Suvi Muotka

Pro gradu -tutkielma
Syyskuu 2012

Työn ohjaajat ja tarkastajat: yo. leht. Erik Elfving ja
yo. leht. dosentti Taina Kaivola
Työn tarkastaja: prof. Juha Oikkonen

HELSINGIN YLIOPISTO
MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Sisältö

1	Johdanto	3
2	Matematiikan oppimisen teorioita	5
2.1	Matematiikan osaaminen Suomessa ja sen mittarit	5
2.2	Tutkimuksia matematiikan oppimisvaikeuksista ja motivaatio- ongelmista	7
2.3	Matematiikan oppimisvaikeuksien eri osa-alueita	9
2.4	Matematiikan oppimisvaikeuksien syitä ja seurauksia	10
3	Koulun toimintakulttuuri ja opetussuunnitelma	14
3.1	Tutkimuskoulun tausta	14
3.2	Tutkimuskoulun opetussuunnitelma	15
4	Tutkimusmenetelmät	16
4.1	Tutkimuksen päätavoitteet ja tutkimuskysymykset	16
4.2	Aineisto	17
4.3	Kyselytutkimus sekä laskutehtävät: tutkimuksen kulku	17
4.4	Haastattelututkimuksen kulku ja toteutus	18
4.5	Tutkimusaineiston analyysi	19
5	Tutkimustulokset	21
5.1	Kyselyn tulokset motivaatio-ongelmista ja asenteista matema- tiikan opiskelussa	21
5.2	Laskutehtävien osaaminen opetussuunnitelmassa määriteltyjen keskeisten sisältöjen osalta	28
5.3	Haastatteluaineiston analysointi	32
6	Virheiden analyysi	40
6.1	Virheiden tutkiminen	40
6.2	Laskuvirheistä tässä tutkimuksessa toisen tutkimusongelman valossa	42

7 Johtopäätökset	47
8 Pohdinta	53
8.1 Tutkimuksen luotettavuus	55

Luku 1

Johdanto

Oppimisvaikeudet matematiikassa on nykyisin laaja ongelma. Sen yleisyydestä on esitetty varsin erisuuruisia arvioita. Arviot vaihtelevat, sillä eri tutkimukset määrittelevät oppimisvaikeuden hieman eri tavoilla ja mittaussmenetelmät vaihtelevat. Oppimisvaikeuksia voidaan tutkia neuropsykologisesta näkökulmasta, jolloin tutkitaan käyttäytymisen ja ajattelun suhteita aivotointoihin. Oppilaalla, joka ei opi matematiikkaa, voi siis olla aivotoiminnallinen häiriö tai aivojen rakenteellinen poikkeama, jonka takia matematiikan oppiminen saattaa olla poikkeuksellisen työlästä [2]. Usein ei ole kuitenkaan helppoa selvittää, milloin oppimisvaikeudet johtuvat aivojen toiminnasta ja milloin muista syistä. Vaikeudet näkyvät koulussa monissa asioissa ja mitä myöhemmin niihin pystytään puuttumaan, sitä haastavampaa on löytää ongelmien aiheuttaja. Yleisiä muita syitä oppimisvaikeuksiin ovat motivaation puute, sosiaaliset syyt, ympäristötekijät, puutteellinen opetus jne. [2]. Oli syy matematiikan oppimisvaikeuteen mikä tahansa edellisistä, on siihen syytä puuttua ajoissa ja yrittää selvittää, mistä ongelmat johtuvat. Ajoissa selvitetty syy parantaa matematiikan oppimisen mahdollisuuksia tulevaisuudessa.

Tutkimukseni tarkoituksena on selvittää, miten motivaatio ja asenne matematiikan opiskelua kohtaan vaikuttavat matematiikan oppimiseen. Mikä motivoi oppilaita oppimaan matematiikkaa ja mitkä asiat vaikuttavat matematiikan oppimisen motivaation laskuun? Miten oppilaat, jotka inhoavat matematiikkaa, saisi pitämään siitä ja mistä inho matematiikkaa kohtaan on alun perin lähtenyt?

Valitsin kyseisen aiheen kahdesta syystä. Kiinnostuin siitä luettuani Sinikka Huhtalan monistesarjan [4] pedagogisten perusopintojeni aikana. Sinikka Huhtala on tutkinut etenkin lähihoitajaopiskelijoiden matematiikkainhoa ja yrittänyt löytää syitä ja yhtäläisyyksiä opiskelijoiden motivaatio-ongelmista ja ennakkokäsityksistä matematiikkaa kohtaan tutkimuksessaan

”Mä inhoon tätä matikkaa...” - Opiskelijan oma matematiikka oppimisvaikeuksien selittäjänä (1999) [4] sekä Lähihoitajan oma matematiikka (2000) [5]. Toisena syynä aiheen valinnalleni on oma suhtautumiseni matematiikkaa kohtaan. Minulla on ollut vaikeuksia oppia yksinkertaisia matematiikan osa-alueita: kertolaskut tuottivat vaikeuksia, suuntien ja kellon hahmottaminen oli haastavaa, jne. Kärsin myös jonkinasteisesta lukivaikeudesta. Kaikesta huolimatta matematiikka on aina motivoinut minua kouluaineista eniten ja sen kanssa olen jaksanut tehdä pitkäjänteisesti töitä.

Toisena tutkimuksen kohteena ovat virheet, joita oppilaat tekevät. Laskut, jotka teetettiin oppilaille, mittaavat matematiikan osaamista opetussuunnitelmassakin mainittujen keskeisten sisältöjen osalta, kuten murtolukujen peruslaskutoimituksia, yhtälön ratkaisua ja prosenttilaskuja. Tarkoituksena on selvittää, kuinka hyvin yläkouluikäinen nuori osaa matematiikkaa. Tutkimuksia virheiden tyypeistä analysoi myös Huhtala (2000) väitöskirjassaan Lähihoitajan oma matematiikka [5] ja virheanalyysia on tutkinut mm. Greer, B & Mulhern, G. (1989) teoksessaan *New directions in mathematics education* [19].

Luku 2

Matematiikan oppimisen teorioita

Matematiikan osaamisen taso Suomessa ja oppimisvaikeuksien määrä sekä laatu vaihtelevat eri mittareilla mitattaessa. PISA-tutkimuksessa Suomi menestyy hyvin ja sijoittuu maailmanlaajuisesti kärkikymmenikköön [18]. Kuitenkin opettaja kohtaa koulun arjessa yhä useammin oppilaita, joilla on vaikeuksia kohdata matematiikkaa. Seuraavassa tarkastellaan, mikä aiheuttaa oppimisvaikeuksia sekä miten niitä diagnosoidaan.

2.1 Matematiikan osaaminen Suomessa ja sen mittarit

PISA-tutkimus (Programme for International Students Assessment) on kansainvälinen tutkimus, jonka avulla voidaan vertailla eri OECD-maiden 15-vuotiaiden oppilaiden osaamista mm. matematiikassa [17]. MAKEKO-testit ovat taas suomalaislainen testisarja [9], jonka avulla saadaan tietoa etenkin heikosti matematiikasta suoriutuvien osaamistasosta eri luokka-asteilla. MAKEKO-testi on matematiikan osaamisen lukitesti.

PISA-tutkimus, mikä se on?

PISA-tutkimuksessa on tarkoituksena kerätä tietoa luonnontieteiden, lukemisen ja matematiikan osaamisesta 15-vuotiailla nuorilla ympäri maapalloa kolmen vuoden välein. Sen avulla etsitään myös vastauksia kysymyksiin oppilaiden asenteista ja niiden kehittymisestä sekä miten ne tulisi ottaa huomioon koulutuspolitiikan kehittämisessä.

PISA-tutkimuksen tärkeimpinä tavoitteina on arvioida koulutusjärjestelmien tuloksia oppivelvollisuuden loppuvaiheissa sekä missä määrin nuoret ovat omaksuneet aikuiselämässä tarvitsemansa tiedot ja taidot lukemisessa, luonnontieteissä ja matematiikassa. Tutkimus tuottaa perustietoja oppilaiden tietojen ja taitojen tasosta. Lisäksi saadaan taustatietoja oppilaiden tiedollisten ja taidollisten valmiuksien yhteyksistä mm. sosiaalisiin, taloudellisiin ja koulutuksellisiin muuttujiin. Näiden avulla voidaan päätellä myös kehityssuunta oppilaiden osaamistulosten ja taustamuuttujien muutoksista [18].

PISA-testin matematiikan osuudessa selvitetään oppilaiden kykyä eritellä, päätellä ja viestiä ajatuksia tehokkaasti. Testissä keskitytään arkielämässä esiintyviin matematiikan ongelmiin ja tilanteisiin. Tutkimuksessa tarkastellaan missä määrin 15-vuotiaita oppilaita voidaan pitää valistuneina ja ajattelevina kansalaisina sekä järkevinä kuluttajina. Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, miten hyvin nämä nuoret selviytyvät tulevaisuudessa elämästään näillä oppivelvollisuuden antamalla eväillä kohdatessaan matematiikan arkipäiväisiä ongelmia.

PISA-tutkimuksessa matematiikan osaaminen määritellään seuraavasti:

”Matemaattinen osaaminen on yksilön kykyä nähdä ja ymmärtää matematiikan merkitys ympäröivässä maailmassa, tehdä perusteltuja matemaattisia päätelmiä sekä käyttää ja soveltaa matematiikkaa tarpeidensa mukaan elämässään osallistuvana, vastuullisena ja ajattelevana kansalaisena” [18, s.70].

’Matemaattisella osaamisella’ halutaan korostaa matemaattisen taidon käytön soveltamista. Käsitteellä ’maailma’ tarkoitetaan ympäröivää luontoa sekä sosiaalista ja kulttuurista ympäristöä, jossa kyseinen kokelas elää. Termeillä ’käyttää ja soveltaa’ tarkoitetaan sekä matematiikan käyttöä että ongelmanratkaisua. Sillä tarkoitetaan myös laajempaa henkilökohtaista matematiikan kanssa tekemisissä olemista. Matematiikan osaaminen pitää sisällään näin ollen myös kyvykkyyden ja halun oppia lisää. ’Elämässään’-ilmaisulla tarkoitetaan kokelaan työ-, yksityis- ja sosiaalista elämää [18, s.70-71].

PISA-tutkimuksella saadaan vertailukelpoisia tuloksia eri OECD-maiden oppimistuloksista. Suomalaisten menestys PISA-testeissä on ollut kautta linjan erinomaista ja Suomi on sijoittunut kärkijoukkoon jokaisessa osa-alueessa. Matematiikan osaaminen on myös sijoittunut aina kärkeen. Vuonna 2009 järjestetyssä PISA-tutkimuksessa suomalaisten matematiikan osaaminen sijoittui kuudenneksi [17]. Ainoastaan Aasian maista Shanghai (Kiina), Singapore, Hongkong (Kiina), Korea ja Taiwan nousivat listassa Suomen edelle. Suomessa heikoiten menestyvien oppilaiden osuus oli pienin kaikista tutkimukseen osallistuvista OECD-maista. Tämä kertoo oppilaiden tasaisesta

osaamisesta matematiikassa eri kouluissa ympäri Suomea.

MAKEKO-testit eli matematiikan keskeisen oppiaineksen kokeet

Hyvästä PISA-menestyksestä huolimatta Suomessa on suuri määrä lapsia ja nuoria, joilla on todettu olevan vaikeuksia oppia matematiikkaa. Matematiikan osaamista 1-9 luokkalaisilla tutkitaan Suomessa MAKEKO-kokeilla eli matematiikan keskeisen oppiaineksen kokeilla. Putkonen, Ikäheimo ja Voutilainen [9] ovat kehittäneet MAKEKO-kokeet jo vuonna 1988, mutta ne ovat edelleen käytössä ja todettu toimiviksi. Nykyään käytössä on vuonna 2002 uusittu 2.painos [10]. Kokeet on suunniteltu niin, että ne mittaisivat mahdollisimman hyvin, kuinka oppilaat hallitsevat matematiikan keskeisen oppiaineksen eri osa-alueet. Jokainen tehtävä mittaa vain yhtä osa-aluetta ja koe on pyritty tekemään sellaiseksi, että useimmat oppilaat osaavat ratkaista kaikki tehtävät. Tulokset ovat osoittaneet, että heikkojen oppilaiden löytäminen MAKEKO-kokeiden avulla on luotettavaa [9].

MAKEKO-kokeita on jokaista luokka-astetta 1-9 varten yksi. Testien tulokset ilmaistaan virhepisteinä. Jos joissakin osa-alueissa on virheitä enemmän kuin sallittu määrä, vaativat ne toimenpiteitä. Sallitut virheprosentit on laskettu sopiviksi Käytännön kokemuksen ja tutkimustulosten avulla. Koska oppimisvaikeudet kasaantuvat ylemmälle luokka-asteelle mentäessä, sallitaan ylemmissä luokka-asteissa suuremmat virheprosentit kuin alemmissä [9].

Tämä on siis eräs Suomessa käytössä oleva testaus, jolla pyritään löytämään ne oppilaat, joilla on suuria vaikeuksia oppia matematiikkaa. Usein kuitenkin oppilaalla, jolla on vaikeuksia oppia matematiikkaa, on myös muita oppimista vaikeuttavia tekijöitä kuten lukemisen vaikeutta tai puutteita kognitiivisissa taidoissa.

2.2 Tutkimuksia matematiikan oppimisvaikeuksista ja motivaatio-ongelmista

Matematiikan oppiminen joillekin lapsille ja nuorille on huomattavasti vaikeampaa kuin toisille. Eräällä oppimisvaikeuksia käsittelevällä luennolla luennoitsija pyysi kuulijoita miettimään jotakin kaksitavuista sanaa ja hokemaan sitä ääneen. Tämän jälkeen hän luetteli yksinkertaisia laskutoimituksia. Helppojen laskujen laskeminen vaati äärimmäisen kovaa ponnistelua ja pitkää miettimisaikaa. 'Tällaiselta oppimisvaikeus saattaa tuntua', hän sanoi.

Oppimisvaikeuteen on useita eri syitä. Motivaation puute, asennoituminen matematiikkaa kohtaan, sosiaaliset tekijät ja ympäristötekijät ovat syitä, joista ainakin kahteen ensimmäiseen on mahdollista pystyä vaikuttamaan. Oppimisvaikeuteen ei kuitenkaan aina löydy syy edellä luetelluista vaan joskus taustalla näyttäisi olevan aivotoiminnallinen häiriö tai aivojen rakenteellinen poikkeama [2]. Neuropsykologia tutkii käyttäytymisen ja ajattelun suhteita aivotoimintoihin. Ei ole kuitenkaan helppoa erottaa milloin oppimisvaikeudet johtuvat aivojen toiminnasta, ja milloin syy on motivaatiossa, asenteessa, opetuksen puutteellisuudessa, ympäristötekijöissä jne. Usein ongelmat esiintyvät monitaustaisina ja niitä on useilla eri osa-alueilla. Syyt matematiikan oppimisen vaikeuksiin olisi hyvä selvittää ajoissa: mitä aiemmin niihin puututaan, sitä paremmin niitä pystytään korjaamaan ja selvittämään ongelmien perimmäinen syy.

Neuropsykologiassa matemaattisten oppimisvaikeuksien diagnosoinnissa verrataan lapsen tai nuoren suoriutumista muihin saman ikäisiin, vastaavaa opetusta saaneisiin. Tässä on tärkeää kuitenkin ottaa huomioon esimerkiksi erilaisten kehityspoikkeamien esiintyminen ennen kouluikää, muut ajattelutoimintaa tai motoristen taitojen kehitystä heikentävät häiriöt sekä muut laadulliset poikkeamat tavanomaisesta kehityksestä. Tärkeää on, etteivät oireet tai oppimisvaikeudet ole ilmaantuneet yhtäkkiä kesken opetuksen vaan häiriö on kehityksellinen. Diagnosoinnissa olisi tärkeää, ettei lapsen saama lisäopetus olisi vaikuttanut lapsen suoritustason nousuun merkittävästi. Ennen varsinaisen diagnoosin tekemistä on suljettava pois muut mahdolliset suoritustasoa heikentävät tekijät kuten ympäristötekijät, sosiaaliset tekijät, mahdollinen opetuksen puutteellisuus, aistivammojen seuraukset sekä psykiatristen tai muiden neurologisten häiriöiden vaikutukset oppimiseen [2].

Matematiikan oppimisvaikeuksien yleisyydestä on useita eri tuloksia. Oppimisvaikeudesta kärsivien oppilaiden määrät vaihtelevat eri mittaussmenetelmillä laskettuna muutamasta prosentista lähes 50 prosenttiin. Eroavaisuudet johtuvat mittaussmenetelmistä ja siitä, miten oppimisvaikeus luokitellaan. Olennaista kuitenkin kaikissa mittaussmenetelmissä on, että vaikeuksia esiintyy jo peruslaskutoimituksissa (yhteen- ja vähennyslasku sekä kerto- ja jakolasku) eikä ainoastaan vaikeimmilla matematiikan osa-alueilla. Vaikka diagnosoinnin kriteereistä on jo olemassa varsin yksimielinen näkemys, vaikuttaa kriteerien soveltaminen käytäntöön edelleen valtavasti. Siksi tuloksia on vaikea vertailla. Myös aivotutkimus oppimisvaikeuksista kärsivillä lapsilla on toistaiseksi varsin vähäistä [2].

2.3 Matematiikan oppimisvaikeuksien eri osa-alueita

Matematiikan oppimisvaikeuksia voidaan jakaa erilaisiin osa-alueisiin sen perusteella, minkälaisia ongelmat ovat. Yksi ongelmista on lukujen ymmärtäminen ja tuottaminen. Osalle oppilaista on vaikea ymmärtää puhutusta kielestä, paljonko luku tarkoittaa, ja miten se kirjoitettaisiin. Monille vaikeuksia tuottaa myös kymmenjärjestelmän hahmottaminen. Tiedetään, mikä luku tulee luvun 298 jälkeen, muttei enää 299 jälkeen tulevaa lukua. Ennen luvun tuottamista on mietittävä, mihin suuruusluokkaan luku kuuluu, ja vasta sen jälkeen yritetään löytää muistivarastoista ne sanat, joita tarvitaan luvun tuottamiseen. Osalle oppijoista vaikeuksia tuottaa nimenomaan oikeiden sanojen löytäminen, vaikka suuruusluokka olisikin tiedetty oikeaksi [2].

Vastakkainen ongelma on suuruusluokan hahmottamisen vaikeus. Oppilas osaa peruslaskutoimitukset varsin helposti, ja osaa tuottaa lukuja luetun ja kuullun perusteella, mutta ei kykene arvioimaan luvun suuruusluokkaa. Ongelmana voivat myös olla muistilliset vaikeudet. Tällaisille lapsille tyyppisiä ongelmia ovat peruslaskutoimitusten oikein muistaminen pienilläkin luvuilla. Usein he turvautuvatkin luettelemiseen tai sormilla laskemiseen sekä monimutkaisiin kiertoteihin esimerkiksi kertolaskuissa. Näille lapsille ei usein ole ongelmaa kertolaskun toiminnan ymmärtämisessä vaan ainoastaan niiden muistamisessa [2].

Oppimisvaikeuden syynä voivat olla myös hahmotushäiriöt [2]. Lapsille on usein vaikea hahmottaa avaruudellisia kappaleita. Geometrian oppiminen on vaivalloista. Myös soveltavista, sanallisista tehtävistä lapset ja nuoret eivät pysty hahmottamaan, mitkä luvut ovat laskun kannalta oleellisia ja miten niitä tulisi käyttää. Peruslaskutaidot saatetaan osata, mutta niitä ei osata soveltaa käytännön ongelmiin. Saatetaan jopa tietää, mitä laskutoimitusta tehtävän ratkaisu vaatisi, muttei tiedetä miten päin luvut laskuun laitettaisiin [5].

Oppilailta, joilla on havaittu olevan hyvin hankalaa oppia matematiikkaa, on usein myös muita oppimisen vaikeuksia. Kognitiiviset ongelmat liittyvät selvästi matematiikan oppimiseen. Asioiden mielessä pitämisen vaikeus vaikuttaa päässälaskutaitoihin tai kertolaskun osaamiseen. Erilaiset kielelliset vaikeudet hankaloittavat lapsen soveltavien matematiikan tehtävien ratkaisua, ongelmanratkaisua ja kielellisessä muodossa olevien matemaattisten sisältöjen ymmärrystä jne. Mitä laajempia ja vaikeatasoisempia ovat muut kognitiiviset ongelmat, sitä laajemmin ne vaikuttavat matemaattiseen osaamiseen [2].

Matematiikan oppimiseen vaikuttaa myös, jos oppilas kärsii lukuvaikeu-

desta. Lukivaikeus eli dysleksia tarkoittaa, että oppilaalla on vaikeuksia teknisessä lukemisessa ja kirjoittamisessa. Lukivaikeudesta voidaan erottaa myös hyperleksia, tekstinymmärtämisen vaikeus, jota on toistaiseksi melko heikosti tutkittu. Osa nuorista ja lapsista lukee teknisesti hyvin, mutta he eivät ymmärrä lukemaansa. Kyky ymmärtää lukemaansa on monen oppimisen perusta. Jos oppilaalla on tekstinymmärtämisen vaikeus, oppiminen vaikeutuu jokaisella osa-alueella. Heikosti tekstiä ymmärtävän lapsen tai nuoren on vaikea poimia tekstistä oleelliset tiedot, jos välissä on epäjohdonmukaisuuksia [29]. Tämä vaikeuttaa oppilaan kykyä oppia matematiikka ja tehdä sanallisia laskutehtäviä. Lukivaikeus jo itsessään aiheuttaa matematiikan oppimisvaikeuksia. Lukivaikeus estää oppilaita huomaamaan satunnaiset huolimattomuusvirheet ja vaikeuttaa oppilaiden kykyä ratkaista sanallisia tehtäviä. Lukivaikeus ja tekstin ymmärtämisen vaikeus hankaloittaa oppilaiden kykyä ymmärtää matemaattisia malleja kirjoitetussa muodossa, joka usein on oppilaille helpompi malli, kun matemaattinen muoto.

2.4 Matematiikan oppimisvaikeuksien syitä ja seurauksia

Suuri osa matematiikan oppimisvaikeuksista johtuu muista syistä kuin aivo toiminnan puutteesta tai rakenteellisesta viasta. Syinä voivat olla sosiaaliset suhteet, ympäristötekijät, motivaatio, asenne jne. Matematiikka on pyramidimainen rakennelma. Uusi tieto rakennetaan vanhan päälle ja lähes kaikki tieto, mitä aiemmin on opittu, vaaditaan uuden asian oppimiseen [14]. Jos aikaisempia tietoja ei olla vielä sisäistetty omaan tietorakenteeseen, uusi asia on vaikeaa ja joskus jopa mahdotonta oppia. Esimerkiksi oppilaat eivät usein osaa yhdistää murtoluvun ja desimaaliluvun yhteyttä eivätkä murtoluvun ja jakolaskun yhteyttä [14]. Tästä syystä jo alakoulussa matematiikan perusosaaminen tulisi saada hyvälle tasolle, jottei yläkoulussa ja lukiossa tai muissa toisen asteen kouluissa matematiikka tuntuisi niin vaikealta.

Matematiikkakokemukset ovat kokemuksia matematiikasta ja itsestään matematiikan oppijana. Oppilaat muistavat tilanteita matematiikan tunneilta, jossa opettaja on nöyryyttänyt väärin vastannutta tai piinannut oppilaalta vastausta niin kauan kunnes oikea vastaus on löydetty. Tällaisten kokemusten perusteella ei ole vaikea ymmärtää, mitä nämä oppilaat ajattelevat matematiikasta. Oman matematiikkakuvan syntymiseen vaikuttavat matematiikkakokemukset, matematiikan kohtaaminen, tieto, käsitykset, uskomukset, asenteet ja tunteet [5]. Tiedon ja käsityksen pohjalta oppilaat luovat niin sanottuja miniteorioita, jotka usein toimivat tietäntyyppisissä laskuissa,

mutta eivät kaikissa. Näiden miniteorioiden pohjalta oppilas laskee tehtäviä eikä ymmärrä, miksi lasku menee väärin. Teoria saattaa toimia joissakin laskuissa, mutta ei ole pätevä laskulaiksi [5].

Matematiikassa epäonnistuminen voi aiheuttaa tunteen, että on tyhmempi kuin muut. Opettajilla on suuri vaikutus opiskelijoiden matematiikkakokemuksiin ja sitä kautta itseluottamukseen [6]. Tällainen asenteesta johtuva oppimisvaikeus pitäisi pystyä korjaamaan jo varhaisessa vaiheessa alakoulussa. Kun asenne matematiikkaa ja sen opiskelua kohtaan on pelko, vastenmielisyys tai ahdistus, ei perusasioita opita eikä edes haluta oppia. Tällöin itseluottamus heikkenee ja asenne matematiikkaa vastaan vahvistuu. Kierre jatkuu ja matematiikan oppiminen vaikeutuu.

Sinikka Huhtalan käsite miniteoria [5] tarkoittaa sellaisia laskusääntöjä, jotka oppilaat itse määrittelevät. Ne eivät perustu mihinkään matematiikan lainalaisuuksiin. Seuraavassa muutamia esimerkkejä erilaisista miniteorioista:

1. Jakolaskuun liittyy useita miniteorioita ja se ajatellaankin usein erittäin vaikeaksi asiaksi. Ajatellaan, että jakolaskussa jaetaan aina suuremmalla luvulla riippumatta siitä, miten päin lasku on merkitty [15]. Usein myös ajatellaan jakolaskun tuloksen olevan aina pienempi ja kertolaskussa suurempi [16].
2. Myös muihin peruslaskutoimituksiin yhdistetään monia miniteorioita. Esimerkiksi allekkain vähennyslaskussa pienempi numero vähennetään aina suuremmasta riippumatta siitä, kuuluuko luku vähenevään vai vähennettävään lukuun.
3. Desimaaliluvut ovat monille vaikeita ymmärtää ja niiden suuruusluokkien vertailu on haastavaa. Esimerkiksi luullaan, että 2,888 on suurempi luku kuin 3,2, koska luvussa 2,888 on enemmän numeroita ja luvun desimaaliosa 888 on suurempi [6].

Monet oppilaat, jotka suoriutuvat hyvin muista oppiaineista eivät kuitenkaan osaa matematiikkaa. Tällaista pelkästään matematiikan oppimisvaikeutta kutsutaan dyskalkuliaksi. Matematiikka ei avaudu heille helppona ja selkeänä tietorakenteena vaan sekavana kokoelmana toisiinsa liittymättömiä asioita. Oppilaat saattavat osata tuottaa oikeita vastauksia, mutta eivät osaa soveltaa niitä erilaisiin tehtäviin, mikä osoittaa, ettei asiaa ole oikeastaan ymmärretty [12].

Oppilailla on tutkitusti paljon virhekäsityksiä ja miniteorioita. Oppilaat eivät ole usein kovinkaan tietoisia omista ajatteluistaan ja vääristä malleista, mitä he ovat muodostaneet. Hyvä esimerkki tästä on kertolasku. Oppilaat ovat oppineet kertolaskun yhteenlaskujen avulla. Kun kerrotaan ykköstä pienemmällä luvulla, tuloksesta tuleekin pienempi kuin alkuperäinen kerrottava, mikä ei ole oppilaiden mielestä luonnollista [16].

Oppilaiden käsityksiä pitäisi siis pystyä muokkaamaan. Käsitteellisellä muutoksella tarkoitetaan tilannetta, jossa oppijan aikaisempi tieto on ristiriidassa uuden opittavan tiedon kanssa. Aikaisempi ajattelu saattaa estää tai ainakin rajoittaa muutoksen alkamista tai edistymistä. Muutoksen tekeminen on helppoa, kun uusi tieto pystytään lisäämään vanhaan tietoon. Hankalinta uuden oppimisessa on, kun aikaisemmin ollutta väärää tietoa on pystyttävä muuttamaan [12].

Lapset muodostavat jo varhain ympäröivästä maailmasta oman näkemyksensä. He perustavat uskonsa kokemuksiin ja havaintoihin sekä nähtyyn todellisuuteen intuitiivisesti. Näistä havainnoista tulee lapsille pysyviä ja niitä on erittäin hankala muuttaa. Koska tieto on rakennettu jo varhain, virheellisiä käsityksiä on vaikea tiedostaa. Oppijalla on taipumus lisätä uutta tietoa vanhaan, kiinnittämättä huomiota aikaisemman tiedon puutteellisuuteen tai virheellisyyteen, eikä hän näin ollen huomaa, että vanhaa tietoa olisi tarvinnut muuttaa. Hän siis perustaa uuden tietonsa vanhan naiivin kehysteorian [11] rinnalle. Toisaalta ristiriitaiset tiedot saatetaan tallentaa toisistaan erillisiksi. Tällöin uusi asia jää irralliseksi ja sitä osataan käyttää vain tietyissä tilanteissa, esimerkiksi tietyntyyppisissä laskutehtävissä.

Käsitteellisen muutoksen näkökulma on matematiikan oppimisvaikeuksien parantamisessa tarpeellinen työkalu. Matematiikka siirtyy jo hyvin varhaisessa vaiheessa abstraktille tasolle, jota on vaikea ymmärtää arkipäiväisillä esimerkeillä. Eräs tällainen siirtymä, joka on oppilaiden yksi tyypillisimmistä puutteista, on lukukäsite. Luvut, jotka oppilaat ymmärtävät arkihavaintojen perusteella, ovat luonnolliset luvut 1,2,3,... He ymmärtävät, että jokaisesta lukua seuraa tietty luku, ja kahta eri lukua ei voi seurata sama luku. Luonnollisilla luvuilla voidaan laskea arkipäivään liittyviä laskuja ja niiden ymmärrys perustuu havaintoihin ja kokemukseen. Kun siirrytään luonnollisista luvuista rationaalilukuihin, jotka määritellään kahden kokonaisluvun suhteena, oppilaiden arkikokemukset katoavat. Lukujen olemus muuttuu, kun luvulle ei löydy enää seuraajaa vaan jokaista rationaalilukua lähempää voidaan ottaa aina uusi luku. Siirtymä luonnollisista luvuista rationaalilukuihin siis edellyttää, että oppija opettelee uudet laskulait ja säännöt, joiden hallinta edellyttää enemmän abstraktia ajattelua. On täysin mahdollista, että oppijalla on ristiriitaisia käsityksiä ja malleja. Vaikka hänelle näytettäisiin helpoilla laskuesimerkeillä väitteiden ristiriitaisuus, oppija usein vain sivuut-

taa tämän ja luottaa aikaisempaan tietoonsa [13]. Opettajan olisi tärkeää tiedostaa ja huomioida oppijoiden virheelliset käsitykset opettaessaan uutta asiaa.

Luku 3

Koulun toimintakulttuuri ja opetussuunnitelma

Toimintakulttuuriin kuuluvat kaikki koulun viralliset ja epäviralliset säännöt, toiminta- ja käyttäytymismallit sekä arvot, periaatteet ja kriteerit, joihin koulutyön laatu perustuu. Toimintakulttuurista näkyy koulun henki. Siihen kuuluvat myös kaikki opetustyön ulkopuoliset juhlat ja tapahtumat, joita koulu järjestää. Tässä luvussa kuvattavasta koulusta käytetään anonyymisti nimeä ”tutkimuskoulu”.

3.1 Tutkimuskoulun tausta

Tutkimuskoulussa on noin 40 opettajaa ja noin 330 oppilasta. Koulussa toimii myös erityisluokka, joka on tarkoitettu erityistä tukea tarvitseville oppilaille kaikilla luokka-asteilla. Lisäksi koulussa toimii JOPO-luokka eli joustavan perusopetuksen ryhmä, johon erityisesti motivaation kadottaneet 8.-luokkalaiset oppilaat ovat voineet hakea suorittamaan yhdeksättä luokkaa. JOPO-luokan tarkoituksena on saada oppilaat motivoitumaan opiskelusta uudelleen erilaisilla opetusmetodeilla. Joustavan perusopetuksen hankkeen tarkoituksena on kehittää toimintatapoja ja opetusmetodeja perusopetuksen yläluokilla niin, että ne vastaavat paremmin nuorten yksilöllisiin tarpeisiin. Tarkoituksena on myös antaa erilaisia mahdollisuuksia suorittaa perusopetus ja saada peruskoulun päättötodistus [31]. Kyselytutkimukseen osallistui myös ensi vuonna JOPO-luokalle päässeitä oppilaita. Erityisluokan oppilaat eivät osallistuneet tutkimukseen.

Tutkimuskoulussa 10 viikkotuntia matematiikkaa on jaettu siten, että 7. luokalla opiskellaan kolme, 8. luokalla kolme ja 9. luokalla neljä viikkotuntia.

3.2 Tutkimuskoulun opetussuunnitelma

Kyseisen koulun opetussuunnitelma määrittelee koulun toiminta-ajatuksen: yleissivistävä, myönteiseen ihmiskäsitykseen pohjaava, turvallinen, kotoinen ja lämminhenkinen oppivelvollisuuskoulu, jossa sekä oppilaat että opettajat viihtyvät. Yleisestä opetussuunnitelman osasta käy ilmi, että koulun tarkoituksena on mm. edistää nuoren oppimaan oppimisen taitoja. Oppimaan oppimisen tulee muodostaa koko perusopetuksen ajan kestävä jatkumo. Opettajien tehtävänä opetuksen lisäksi on ohjata nuorta oppimaan oppimisen taidoissa sekä tukea hänen persoonallista kasvua ja kehitystä.

Opetussuunnitelman mukaan matematiikan opetuksen on edettävä systemaattisesti. Opetuksen tulee luoda kestävä pohja matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Konkreettisuus on tärkeä apuväline, kun yhdistetään oppilaan kokemuksia matematiikan abstraktiin järjestelmään. Opetuksessa on hyödynnettävä mahdollisimman tehokkaasti arkipäivän tilanteiden ongelmia, joita on mahdollista ratkaista matemaattisesti. Kahdeksannen ja yhdeksännen luokka-asteen sisällölliset tavoitteet ovat yleisen ja koulun oman opetussuunnitelman mukaan samankaltaiset. Oppilaan olisi osattava mm. prosenttien käsite ja prosenttilaskennan perusteet, yhtälön käsite ja ensimmäisen asteen yhtälön ratkaiseminen sekä vaillinaisen toisen asteen yhtälön ratkaiseminen ja peruslaskutoimitukset desimaali- ja murtoluvuilla. Oppilaan pitäisi myös pystyä näkemään yhteyksiä reaalimaailman ja matematiikan välillä sekä ymmärtää matemaattisten käsitteiden sääntöjen merkitystä. Matematiikan opetuksessa tulisi myös edistää luovaa ajattelua sekä loogista päättelyä sekä käyttää opittuja taitoja ja soveltaa niitä ongelmanratkaisussa. Oppilaan pitäisi myös pystyä työskentelemään pitkäjänteisesti [21].

Luku 4

Tutkimusmenetelmät

Luvussa 4 perehdytään tutkimuksen menetelmiin sekä tutkimuksen viitekehukseen. Tutkimus koostuu kahdesta osasta: kyselylomaketutkimuksesta sekä pienimuotoisesta haastattelututkimuksesta. Tutkimuskysymyksiä lähestyttiin sekä kvalitatiivisin eli laadullisin tutkimusmenetelmin, että kvantitatiivisesti [23]. Osittain käytössä on Mixed methods menetelmä, joka tarkoittaa monimenetelmällistä lähestymistapaa. Tällaisessa tutkimuksessa informaatiota kerätään sekä kvantitatiivista että kvalitatiivista tietoa samassa tutkimuksessa, analysoidaan sekä numeerista että tekstitietoa [22]. Tutkimusta on tehty vain yhdessä yläkoulussa. Tutkimuksessa koottiin tietoa kyselylomakkeella eräässä Etelä-Suomen koulussa 138:lta 8.- ja 9. -luokkalaiselta. Kyselylomakkeen täyttämisen aikana tehtiin myös osallistuvaa havainnointia oppilaiden ilmeistä, eleistä ja kommentteista [20, s.84]. Oppilaiden vastauksia verrattiin perusopetuksen opetussuunnitelman määrittelemiін tavoitteisiin ja sisällölliseen osaamiseen.

4.1 Tutkimuksen päätavoitteet ja tutkimuskysymykset

Tutkimuksen päätavoitteena oli selvittää motivaation vaikutusta matematiikan oppimiseen. Kyselylomakkeen avulla tarkoituksena oli saada selville oppilaiden asenteita matematiikkaa kohtaan sekä saada oppilaat miettimään matematiikan roolia heidän elämässään. Tutkimuskysymykset ovat seuraavat:

1. Mistä oppilaiden motivaatio-ongelmat matematiikkaa kohtaan johtuvat?
 - Mikä on oppilaiden asenne matematiikkaa kohtaan?

- Millaisia matematiikan osa-alueita oppilaat pitävät tärkeinä?
 - Mitkä matematiikan osa-alueet ovat oppilaille vaikeita?
2. Miten 8.- ja 9.- luokkalaiset osaavat opetussuunnitelmassa määriteltyjä keskeisiä matematiikan sisältöjä?
- Millaisia virheitä oppilaat tekevät peruslaskutoimituksissa sekä sanallisissa laskuissa?

4.2 Aineisto

Tutkimuksen suurimman osan muodostaa kyselylomakkeella tehty tutkimus (liite B). Kysely tehtiin yhdessä koulussa Etelä-Suomessa. Kyselyyn osallistui 138 8.- ja 9.-luokkalaista. Tarkoituksena oli haastatella kyselytutkimukseen osallistuvista n. 10 oppilasta, mutta myöhäinen kevät ajankohtana tutkimuksen tekemiselle ei mahdollistanut haastatella kuin kahta oppilasta. Haastatteluun valittiin oppilaat kyselylomakkeen vastausten perusteella. Haastatteluun haluttiin sellaisia oppilaita, jotka eivät pidä matematiikasta eivätkä ole osanneet laskea kyselylomakkeessa olleita matematiikan tehtäviä. Haastattelu toteutettiin parihaastatteluna ja se oli ns. avoin haastattelu [23, s.206].

4.3 Kyselytutkimus sekä laskutehtävät: tutkimuksen kulku

Tutkimuksen aineisto koostuu kyselylomakkeella kootusta tiedosta sekä kahden oppilaan haastattelusta. Informanttien perusjoukoksi valittiin peruskoulun 8.- ja 9.-luokkalaiset ja otannaksi valittiin yksi Etelä-Suomen yläkoulu, jossa itse työskentelin kevään ajan opettajana. Tutkimus toteutettiin toukuussa 2012 ja siihen osallistui 138 yläkoululaista. Tutkimukseen lupa kysyttiin koulun rehtorilta sekä Wilma-viestin välityksellä oppilaiden vanhemmilta (liite 1). Tutkimusaineistoa kerättiin kyseisessä koulussa suurimmaksi osaksi matematiikan tuntien aikana. Tutkimus toteutettiin informoituna kyselynä [27, s.91], jossa itse annoin oppilaille ohjeet kyselyn täyttämiseen, jaoin lomakkeet ja myös keräsin lomakkeet täytön jälkeen. Annoin oppilaille ohjeet ennen kyselylomakkeen täyttämisen aloittamista suullisesti ja pyysin heitä samalla laittamaan nimensä kyselyyn, jos he antavat minulle luvan mahdollisesti haastatella heitä myöhemmin. Kerroin tutkimuksen materiaalin tulevan yliopiston lopputyöhöni. Lyhyt kuvaus tutkimuksesta ja mahdollisesta haastattelusta oli liitetty myös kyselylomakkeen etusivulle. Kyselylomaketta testattiin ennen varsinaista tutkimusta viidellä yläkoulun oppilaalla, jotka

eivät ole tutkimuskoulun oppilaita. Heidän vastaustensa ja kyselyn aikana heränneiden kysymysten perusteella tehtiin vielä muutamia muutoksia kyselylomakkeeseen.

Kyselylomakkeessa kysyttiin oppilaiden asenteista ja motivaatiosta matematiikkaa kohtaan sekä vaihtoehtokysymyksillä että avoimilla kysymyksillä. Lomakkeessa oli myös 10 väittämää, joita oppilaiden piti arvioida Likertin neliportaisella asteikolla (1=täysin eri mieltä, 2=jokseenkin eri mieltä, 3=jokseenkin samaa mieltä, 4=täysin samaa mieltä) [24, s.35], mikä vaihtoehtoista vastaa parhaiten heidän omaa näkemystään väittämistä. Neliportainen asteikko ilman vaihtoehtoa 'en osaa sanoa' tuli valituksi, jotta pienestä tutkimusaineistosta saataisiin enemmän materiaalia. Muutamissa papereissa oppilas oli laittanut rastin kohdan kaksi ja kolme väliin, joka tulkitiin vaihtoehtona jokseenkin samaa ja jokseenkin eri mieltä. Jos oppilas oli rasti-
nut useamman kuin yhden kohdan, ei vastausta otettu ollenkaan huomioon. Kaikki tutkimukseen osallistuvat täyttivät kyselylomakkeen. Kukaan ei siis palauttanut tyhjää lomaketta.

Laskutehtävät mittasivat opetussuunnitelmassa mainittuja keskeisiä sisältöjä kuten murtolukujen peruslaskutoimituksia, yhtälönratkaisua ja prosenttilaskentaa. Laskuissa ei saanut käyttää apuvälineitä, ei edes laskinta. Tehtäviä oli 5 ja niiden tekemiseen kului aikaa n. 15-25 minuuttia.

4.4 Haastattelututkimuksen kulku ja toteutus

Haastattelututkimukseen osallistui kyselytutkimuksen perusteella ainoastaan kaksi oppilasta. Osasyynä pienelle aineistolle oli aikatauluongelma ja toisena syynä oppilaiden vähäinen kiinnostus haastattelututkimusta kohtaan. Suuri osa oppilaista ei antanut lupaa haastattelututkimukseen. Haastatteluun pyydettiin lupaa vanhemmilta samalla Wilma-viestillä kun kyselylomakkeeseenkin (liite 1). Ennen kyselylomakkeen täyttämistä oppilaita pyydettiin laittamaan yhteystietonsa paperiin, jos he antavat luvan haastatella heitä myöhemmin. Sama teksti oli kirjoitettu kyselylomakkeen etusivulle (liite 2). Haastattelussa kysyttiin tarkentavia kysymyksiä oppilaiden matematiikkakuvasta sekä heidän käsityksestään, miten he oppisivat matematiikkaa parhaiten (liite 4). Haluttiin myös lisäselvennystä, miksi matematiikka tuntuu heistä niin kovin vaikealta, mikä auttaisi heitä oppimaan? Haastattelun aikana heitä pyydettiin myös ratkaisemaan muutama lasku, jotka esiintyivät jo kyselylomakkeessa (Laskutehtävät 2 ja 5, liite 3). Kumpikaan haastatteluun osallistuvista ei ollut edes yrittänyt ratkaista tehtäviä kyselylomakkeesessa.

Oppilaat haastateltiin yhtä aikaa ja haastattelu nauhoitettiin. Haastattelu eteni osittain ennalta mietittyjen kysymysten perusteella, mutta osittain myös oppilaiden vastausten perusteella. Haastattelun kysymykset (liite 4) oli mietitty viiden teeman mukaisesti. Ne esitellään kappaleessa 5.3.

4.5 Tutkimusaineiston analyysi

Kyselylomakella koottua aineistoa analysoitiin kvantitatiivisin perustein [23, s.137]. Vastauksista laskettiin prosenttiosuudet sekä tutkittiin osuuksien suhteita pylväsdiagrammien avulla. Kyselylomakkeen analysoinnin lähtökohtana on ensisijaisesti löytää vastauksia tutkimusongelmiin, jotka esiteltiin kappaleessa 4.1.

Haastattelua lähestyttiin laadullisten menetelmien avulla. Haastattelu litteroitiin ja litteroinnissa huomioitiin myös taukoja ja äänenpainoja. Äänenpainot ja tauot otettiin huomiioon, sillä se tuo haastattelun analysointiin syvyyttä ja kertoo haastateltavien tyttöjen luontevuudesta haastattelutilaisuudessa. Haastattelun analysoinnin peruspilarit ovat seuraavat viisi kategoriaa:

1. Matematiikka on ja on aina ollut vaikeaa
2. Sanalliset tehtävät ja ongelmanratkaisu
3. Pienryhmäopetus
4. Matematiikka ja älykkyys
5. Asenne matematiikan opiskelua kohtaan ja matematiikan pelko

Kategoriat on luotu tutkimusongelmien, kyselylomakkeen ja haastattelun pohjalta, mutta apuna on käytetty myös Huhtalan tutkimuksia [5].

Ensimmäinen kategoria on keskeinen tutkimuksen kannalta. Matematiikan vaikeus ei ole yhtäkkinen ilmiö, vaan se on tuntunut siltä aina. Se aiheuttaa matematiikan pelkoa ja kertoo, että oppimisvaikeus ei ole riippuvainen opettajasta.

Toinen kategoria on valittu selventämään matematiikan vaikeita osa-alueita. Sanalliset tehtävät koetaan yleisesti melko hankaliksi ja niiden osaamiseen vaikuttaa myös muut oppimisvaikeudet kuten lukivaikeus.

Pienryhmäopetus on otettu omaksi kategoriaksi, sillä opetusmetodien pohtiminen on syytä nostaa esille puhuttaessa oppimisvaikeuksista. Pienryhmässä oppilaiden, jotka tarvitsevat enemmän tukea, on mahdollista sitä

saada. Matematiikka on joillekin oppilaille ahdistavaa, jolloin pienessä ryhmässä opettaja ehtii kannustamaan ja ohjaamaan oppilaita oikeisiin suuntiin.

Neljäs kategoria on valittu, jotta tarkasteltaisiin myös oppilaisen itsetuntoa. Matematiikan osaamattomuus ja oma riittämättömyys ei voi olla vaikuttamatta asenteisiin matematiikan opiskelua kohtaan ja lisäämättä matematiikan aiheuttamia vahvoja tunteita.

Viimeinen kategoria liittyy vahvasti edelliseen. Matematiikan opiskelu herättää ihmisissä vahvempia tunteita kuin muiden kouluaineiden opiskelu. Asenne ja tunteet vaikuttavat oppilaiden motivaatioon oppia. Huhtala puhuu paljon asenteen ja tunteiden vaikutuksesta matematiikan oppimisessa [5]. Tämä kategoria on siis tärkeä motivaation puutteen perimmäisten syiden selvittämisessä.

Sekä kyselylomakkeen täyttämisen että haastattelun aikana havainnointiin myös eleitä ja ilmeitä. Kyselylomakkeen täyttämisen aikana kirjoitettiin muistiin kysymyksiä ja kommentteja, joita oppilaat sanoivat. Niitä verrataan asenteisiin, joita kyselylomakkeessa ja haastattelussa tuli ilmi. Kyselylomakkeeseen oppilaat olivat kirjoittaneet käsitteitä, jotka he kokevat tarpeellisiksi sekä käsitteitä, jotka he kokevat turhiksi. Näitä käsitteitä vertaillaan opetussuunnitelmassa määriteltyihin keskeisiin sisältöihin.

Kyselylomakkeessa olevien laskujen osaa tutkittiin kvantitatiivisin menetelmin. Aluksi vastaukset jaettiin tehtäväkohtaisesti kolmeen osaan: täysin oikeat vastaukset, väärät vastaukset ja tyhjät vastaukset. Niistä laskettiin prosentuaaliset osuudet. Sen jälkeen vääriä vastauksia luokiteltiin vielä alakategorioihin virhetyypin mukaan. Virhetyypit löytyivät melko helposti tehtäväkohtaisten virheiden yleisyyden perusteella.

Luku 5

Tutkimustulokset

Kyselyaineiston tulokset on jaettu kahteen osaan: varsinaisiin kysymyksiin motivaatiosta ja oppimisesta sekä laskutehtäviin. Lisäksi tutkittiin haastattelussa esiintyviä motivaatioon ja laskujen osaamiseen liittyviä asioita erikseen.

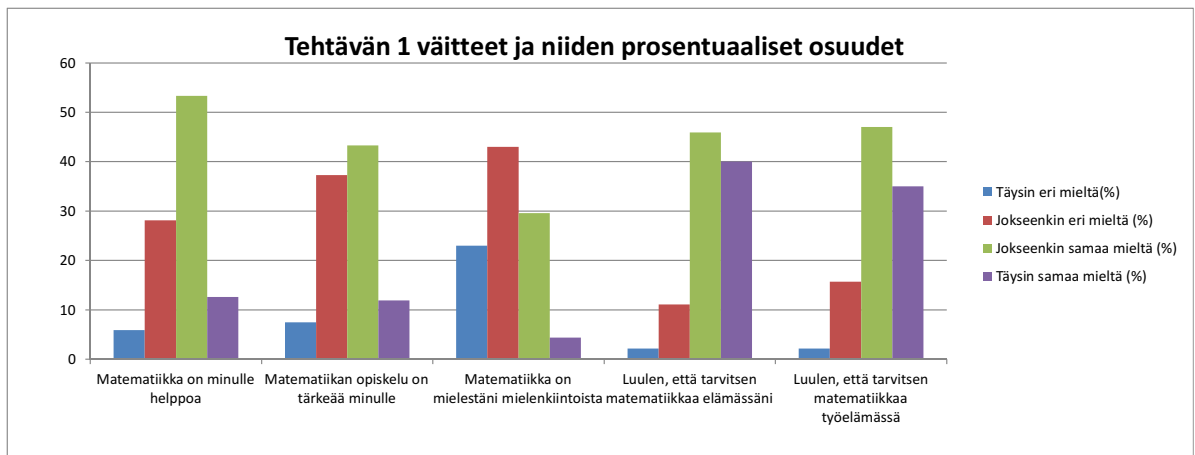
5.1 Kyselyn tulokset motivaatio-ongelmista ja asenteista matematiikan opiskelussa

Kyselylomakkeessa oli 6 vaihtoehtokysymystä, joissa kahdessa oli käytössä Likertin neliportainen asteikko. Tämän lisäksi oli 6 avointa kysymystä, joista osa oli tarkentavia kysymyksiä liittyen vaihtoehtokysymyksiin. Jotkut kysymykset olivat toisensa poissulkevia: jos vastasi toiseen ei tarvinnut vastata toiseen. Kysymyksiä tarkastellaan tutkimuskysymysten valossa.

Tehtävässä 1 esitettiin 5 väitettä matematiikan opiskelun helppoudesta, tärkeydestä ja mielenkiintoisuudesta, joita arvioitiin Likertin neliportaisella asteikolla. Väitteet olivat seuraavat:

- 1.1. Matematiikan opiskelu on minulle helppoa.
- 1.2. Matematiikan opiskelu on minulle tärkeää.
- 1.3. Matematiikka on mielestäni mielenkiintoista.
- 1.4. Luulen, että tarvitsen matematiikkaa elämässä.
- 1.5. Luulen, että tarvitsen matematiikkaa työelämässä.

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen teemoihin vastattiin kyselyn tulosten perusteella. Tulokset on esitetty kuvassa 5.1. Väite matematiikan tärkeydestä (1.2.): täysin samaa mieltä oli 12% ja jokseenkin samaa mieltä 43% eli yhteensä 55% ajattelee matematiikan olevan heille tärkeää jossakin määrin.

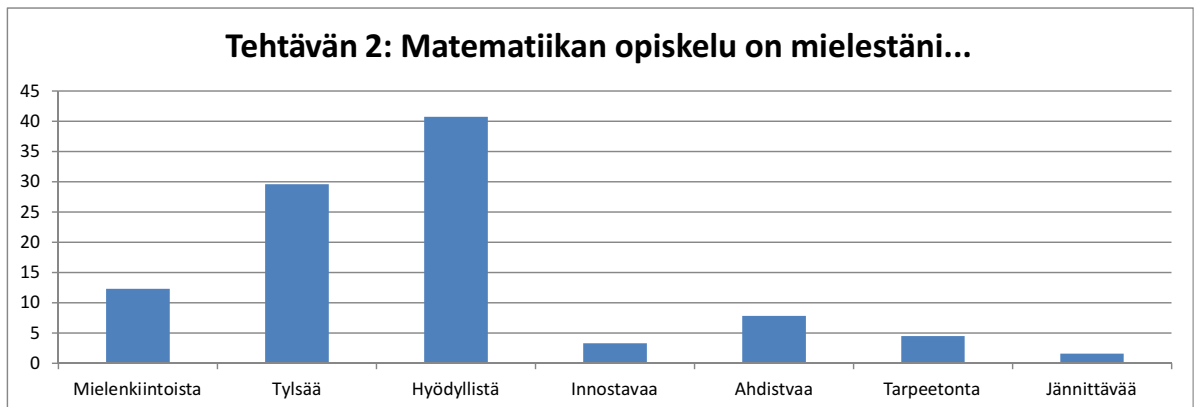


Kuva 5.1: Tehtävän 1 vastausten prosentuaaliset osuudet.

Vastaaajista 46% on jokseenkin sitä mieltä, että tarvitsee matematiikkaa elämässään ja täysin samaa mieltä 40%. Työelämässä matematiikkaa tarvitsevien vastaavat luvut ovat 47% ja 34%. Vaikka vain 55% ajatteli matematiikan olevan tärkeää itselleen, yli 85% ajattelee tarvitsevänsä matematiikkaa elämässään ja yli 80% työelämässään. Yleisesti siis matematiikkaa pidetään melko tärkeänä oppiaineena ja sitä ajatellaan tarvittavan lähes varmasti tulevaisuudessa. Kuitenkin yli puolet eli 66% ei pidä matematiikkaa mielenkiintoisena oppiaineena. Väitteessä matematiikan helppoudesta (1.1.) jokseenkin samaa mieltä ja täysin samaa mieltä oli yhteensä 64% eli yli puolet ajattelevat matematiikan olevan heille helppoa edes jossakin määrin.

Tehtävässä 2 ja tehtävissä 9 ja 10 pohdittiin asennetta ja motivaatiota matematiikkaa kohtaan (kuva 5.2), sekä minkälaisia tehtäviä pidetään mielenkiintoisina ja motivoivina.

2. Matematiikan opiskelu on mielestäni
 - a) Mielenkiintoista
 - b) Tylsää
 - c) Hyödyllistä
 - d) Innostavaa
 - e) Ahdistavaa
 - f) Tarpeetonta
 - g) Jännittävää



Kuva 5.2: Tehtävässä 2 oppilaat pohtivat matematiikan luonnetta. Miten he suhtautuvat matematiikkaan?

9. Minua motivoi eniten
- sanalliset tehtävät
 - laskutehtävät
 - ongelmanratkaisutehtävät
 - muu, mikä?

10. Saan eteeni sanallisen laskutehtävän. Mitä ajattelen?
- En viitsi edes yrittää lukea tehtävää, kun en kuitenkaan ymmärrä.
 - Inhoan sanallisia tehtäviä, mutta yritän ratkaista niitä edes arvaamalla.
 - Mahtavaa, pidän sanallisista tehtävistä.
 - Jotain muuta, mitä?

Kaikissa tehtävissä sai valita myös useamman vaihtoehdon. Suurin osa ajatteli kuten tehtävän 1 väitteet 1.1, 1.4. ja 1.5 antoivat olettaa, että matematiikka on hyödyllistä (74%). Vastanneista yli puolet, 54% ajatteli sen olevan tylsää. Matematiikkaa piti mielenkiintoisena 22% ja ahdistavana sen koki jopa 16% vastanneista (kuva 5.2).

Kaikkein eniten oppilaat pitivät laskutehtävistä, 63 % arvioi niiden motivoivansa heitä eniten. Mekaaninen laskeminen siis motivoi oppilaita enemmän kuin soveltavat tehtävät. Kuitenkin ongelmanratkaisutehtävät koettiin melko miellyttäväiksi ja motivoiviksi, 33 % vastasi niiden motivoivan eniten, mutta vähän yli 20% ajattelee, ettei ongelmanratkaisu liity juurikaan matematiikan opiskeluun (Liite 2, Väite 8.1.). Vähiten pidettiin sanallisista tehtävistä (10 %). Kohtaan 'muu, mikä?' oli vastattu muutamissa papereissa 'ei mikään' sekä yhdessä paperissa luki asian ymmärtäminen.

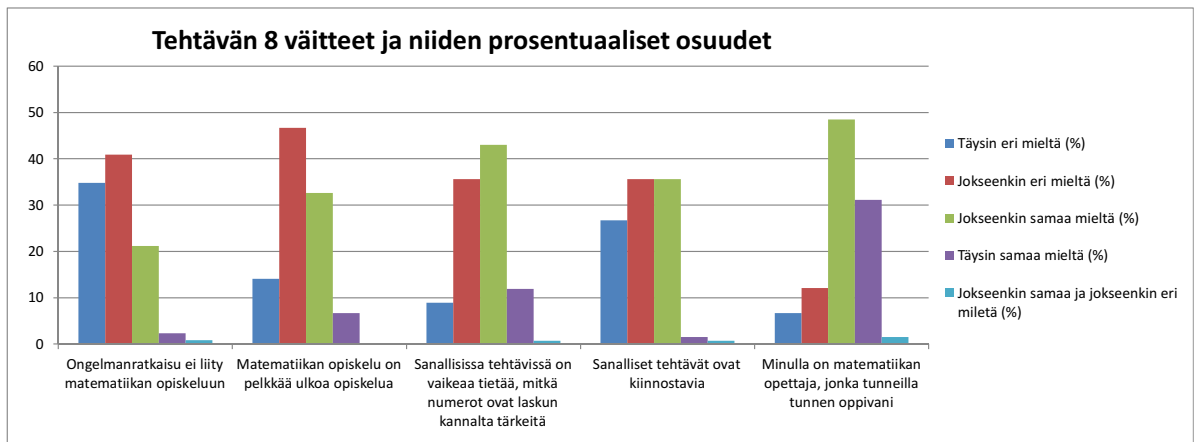
Tehtävän 10 tarkoituksena oli kartoittaa oppilaiden kykyä ratkaista sanallisia soveltavia tehtäviä. Vastanneista 6% ei viitsi edes yrittää sanallisia tehtäviä ja 57% vastanneista vastasi inhoavansa sanallisia tehtäviä, mutta haluaa kuitenkin yrittää ratkaista niitä. Vain 11% sanoi pitävänsä sanallisista tehtävistä.

Myös tehtävässä 8 oli kysymyksiä sanallisten tehtävien mielenkiintoisuudesta ja vaikeudesta. Väitteet olivat

8.3. Sanallisissa tehtävissä on vaikea tietää, mitä numerot ovat laskun kannalta tärkeitä.

8.4. Sanalliset tehtävät ovat kiinnostavia.

Yleisesti ajatellen sanalliset tehtävät ovat helpoin tapa liittää arkipäivän asioita ja nuorille mielenkiintoisia asioita matematiikkaan. Yli 60% vastanneista oli jokseenkin tai täysin eri mieltä väitteen 8.4. kanssa eli sanalliset tehtävät eivät ole nuorien mielestä kiinnostavia. Yli 50% mielestä sanallisissa tehtävissä on vaikeaa tietää, mitkä numerot ovat laskun kannalta oleellisia (Kuva 5.3). Kuten jo edellisissä tuloksissa havaittiin, mekaaninen laskeminen motivoi nuoria eniten.



Kuva 5.3: Tehtävän 8 väittämien prosenttiosuudet.

Tehtävä 3 kysyi suoraan oppilailta pitävätkö he matematiikasta. Neljän vastausvaihtoehdon avulla nuorien piti valita itselleen sopiva vaihtoehto. Tehtävät 4-5 olivat avoimia kysymyksiä ja pyysivät tarkennusta, miksi pidät tai et pidä matematiikasta. Tehtävät 6-7 koskivat avoimia kysymyksiä matematiikan tärkeydestä.

3. Seuraavista väitteistä minun asennettani matematiikkaa kohtaan kuvaa parhaiten
 - a) En pidä matematiikasta, koska se on niin vaikeaa.
 - b) En pidä matematiikasta, koska se on niin helppoa.
 - c) Pidän matematiikasta, koska se on haastavaa.
 - d) Pidän matematiikasta, koska se on niin helppoa.

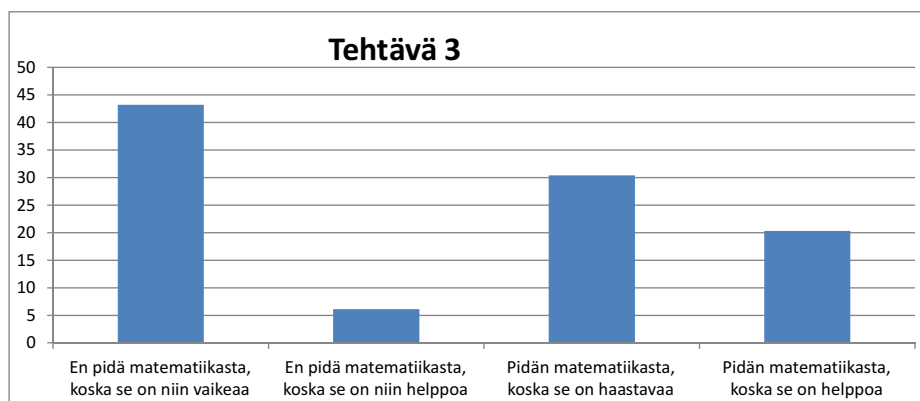
4. Jos vastasit, että et pidä matematiikasta kerro, miksi et?

5. Jos vastasit, että pidät matematiikasta, kerro miksi?

6. Miksi matematiikka on mielestäsi tärkeää?

7. Miksi matematiikka ei ole mielestäsi tärkeää?

Suurin osa vastanneista eli 49% vastasi, ettei pidä matematiikasta, koska se on niin vaikeaa. Tämä on hieman ristiriidassa kysymyksen 1.1. kanssa, jonka mukaan 65% ajatteli matematiikan olevan heille edes jokseenkin helppoa. Vain 22% pitää matematiikasta, koska se on helppoa ja vain 7% ei pidä



Kuva 5.4: Tehtävässä 3 oppilaat vastasivat vaihtoehtojen perusteella pitävätkö he matematiikasta vai eivät.

matematiikasta, koska se on helppoa. Eli tämän mukaan vain 29% ajattelee matematiikan olevan helppoa. Positiivinen tulos on, että 33% pitää matematiikasta sen haastavuuden takia (kuva 5.4).

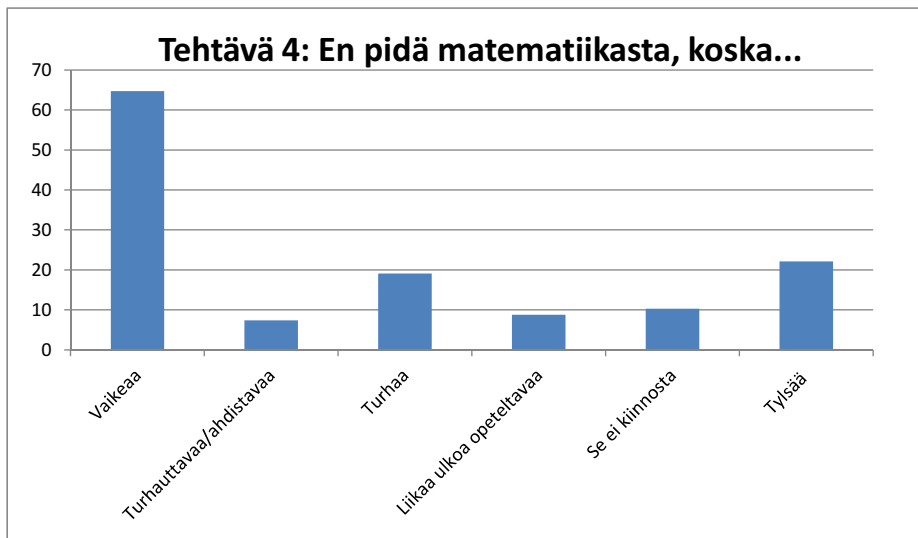
Oppilaiden vastauksia kategorisoitiin tehtävissä 4 ja 5. Kysymykseen, miksi et pidä matematiikasta vastaukset jaettiin kuuteen eri kategoriaan oppilaiden vastausten perusteella:

1. Vaikeaa
2. Ahdistavaa
3. Turhaa
4. Liikaa ulkoa opettelua
5. Tylsää
6. Ei kiinnosta

Eniten kannatusta sai (1) kategoria. Jopa 66% vastanneista ei pitänyt matematiikasta sen vaikeuden takia. Turhana matematiikkaa piti 18% ja tylsänä 23% vastanneista. Jopa 10% vastasi, ettei matematiikka vain kiinnosta (kuva 5.5).

Kysymyksessä, miksi pidät matematiikasta vastaukset luokiteltiin seuraaviin kategorioihin:

1. Tarvitsen sitä tulevaisuudessa
2. Helppoa



Kuva 5.5: Suuri osa vastanneista ei pidä matematiikasta. Syytä siihen löytyi paljon ja taulukossa on esitetty niistä useiten esiintyneet.

3. Mielenkiintoista/hauskaa/mukavaa
4. Sopivan haastavaa
5. Onnistumisesta saa hyvän olon

Kaiken kaikkiaan oppilaat olivat keksineet vähemmän syytä siihen, miksi he pitävät matematiikasta ja moni lomake olikin jätetty täyttämättä tämän kysymyksen kohdalla. Muutamalla luki 'En tiedä'. Matematiikasta piti sen helppouden takia 10%. Vastanneista 34% ajatteli sen olevan hauskaa, mukavaa tai mielenkiintoista. Onnistumisen elämyksistä ja hyvästä olost, mikä onnistuessa tulee kirjoitti 13%. Tämä mainittiin muutamassa lomakkeessa myös muissa kohdissa. Matematiikasta piti 8%, koska luulee tarvitsevänsä sitä tulevaisuuden ammatissaan, opinnoissaan tai elämässään yleensä. Yhdessä lomakkeessa vastauksena oli 'luovaa' ja kahdessa 'ajatteleminen on kivaa' (kuva 5.5).

Kaikista 138:stä vastaajasta 132 vastasi kysymykseen 6, jossa pyydettiin syytä miksi matematiikka on tärkeää. Heistä suurin osa, 70%, kirjoitti syyksi sen tarpeellisuuden elämässä yleensä. Iso osa, 40% ajatteli myös tarvitsevänsä matematiikkaa työelämässään ja 4% ajatteli tarvitsevänsä sitä opinnoissaan. Kysymykseen miksi matematiikka ei ole tärkeää vastasi vain 55 vastaajaa. 86% heistä pitää osaa asioista turhina. Yhtälöitä pidettiin kaikkein turhimpina. Se mainittiin useissa lomakkeissa ja myös yhtälönratkaisua

käsittelykysymyksen alle oli moni kirjoittanut 'Turhaa'. Myös geometria ja neliöjuuret mainittiin muutamissa lomakkeissa turhimmiksi. Erään oppilaan vastauksena oli: 'pii on ihan turha'. Muutama vastasi, että nykyajan apuvälineiden takia ei tarvitse enää osata laskea: 'laskimet ja muut las-kuvälineet niin ei tarvitse itse laskea.' Joku ajatteli, että matematiikka on avain 'hyvään' työhön: 'no jos menee johonkin huonoon työhän missä ei sitä (matematiikkaa) tarvii niin silloin se on vähän turhempaa.'

Kysymyksessä 11 oppilailta kysyttiin, onko heillä lukemisen vaikeutta, joka haittaa matematiikan oppimista. Heitä pyydettiin kuvailemaan kokemuksiinsa omin sanoin. Vastajista 26 ei vastannut kysymykseen ollenkaan. Vastanneista 93:llä ei ole lukemisen vaikeutta ja 19:lla on.

Tehtävä 12 antoi oppilaiden kommentoida koulunkäyntiä ja matematiikkaa vapaasti.

12. Mitä muuta haluaisit kertoa matematiikan oppimisesta ja koulunkäynnistä?

Sanallisiin tehtäviin sekä lukivaikeuteen liittyen:

En välttämättä tajua, mitä tehtävässä kysytään.

Joskus katon yhtä tehtävää ja otan ylempää tai alemmasta vahingossa lukuja.

Ruudukossa katson vahingossa väärää riviä.

Tuntuu, että opin hitaasti.

Koulunkäyntiin ja matematiikan opiskeluun ylipäätään liittyvää:

Vain helpot asiat opin ekalla opetuskerralla.

Tunnin hauskuus/tylsyys on kiinni opettajasta.

Matikassa tulisi opettaa vain hyödyllisiä asioita.

Opettajan on selitettävä asiat niin, että tyhmempiinkin ymmärtää.

5.2 Laskutehtävien osaaminen opetussuunnitelmassa määriteltyjen keskeisten sisältöjen osalta

Kyselylomakkeen viimeisellä sivulla oli viisi laskutehtävää, jotka oppilaiden tuli ratkaista ja kirjoittaa näkyviin kaikki mahdolliset välivaiheet, joita he tekevät. Laskut mittasivat 8.- ja 9.- luokkalaisten osaamista opetussuunnitelman mukaan keskeisien sisältöjen osalta. Tulokset on esitetty myös kuvassa 5.6.

1. Ratkaise murtolaskut. Kirjoita välivaiheet näkyviin.

$$a) \frac{2}{5} + \frac{3}{4} =$$

$$b) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$c) \frac{2}{5} : \frac{3}{4} =$$

Tehtävän 1 a)-kohdassa oikeiden vastausten osuus oli 38% ja väärin 36%. Tehtävää ei ollut edes yrittänyt 27% vastanneista. B)-kohdan oli osannut vain 17% vastanneista. B)-kohdassa väärin vastauksia oli paljon (47%). Ne vaihtelivat väärin laskusääntöjen käytöstä supistamattomiin lopputuloksiin. Väärin vastauksista kuitenkin 60 prosentissa oli vastaus jätetty supistamattomaan muotoon $\frac{6}{20}$, jonka ensimmäisessä karkeassa jaottelussa tulkittiin vääräksi vastaukseksi.

C)-kohdassa oikeita vastauksia oli 20% ja väärin 22%. Vastanneista 57% ei ollut edes yrittänyt murtolukujen jakolaskua. Monissa vastauksissa laskusääntö oli muistettu väärinpäin eli ensimmäisestä murtoluvusta oli otettu käänteisluku ja sitten kerrottu luvut oikean murtolukujen kertolaskusäännön mukaisesti. Joissakin tapauksissa oli käytetty omaa laskusääntöä. Seuraava virheellinen vastaus on esimerkkinä omasta laskusäännöstä.

Esimerkki 5.1

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 : 3}{5 : 4} = \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}.$$

2. Kaupassa on 30% alennus kaikista tuotteista. Maija ostaa paidan, joka maksaa 59 €. Paljonko Maija joutuu paidasta maksamaan. Merkitse näkyviin kaikki tekemäsi laskutoimitukset.

Tehtävän oli osannut täysin oikein vain 14%. Väärin vastauksia oli 38%. Lähes puolet, 49% ei ollut edes yrittänyt tehdä tehtävää. Väärin vastanneista kuitenkin yli puolet (52%) tiesi oikean laskutavan, mutta ei ollut osannut laskea päässälaskuna $0,7 \cdot 59$ tai $0,3 \cdot 59$. Kuudessa paperissa oli oikea laskutoimitus ja lähes oikea vastaus, mutta vastauksessa oli pieni todennäköisesti huolimattomuudesta aiheutunut laskuvirhe. Lasku oli ratkaistu oikein useilla eri tavoilla kuten esimerkiksi seuraavalla päättelyllä.

Esimerkki 5.2

$$59 = 100\%$$

$$5,9 = 10\%$$

$$5,9 \cdot 3 = 17,7$$

$$59 - 17,7 = 41,3.$$

3. Ratkaise yhtälöt. Merkitse näkyviin kaikki laskutoimitukset ja välivaiheet, jotka teet.

$$a) x + 5 = 2x + 1$$

$$b) 2x - 1 = \frac{1}{2}x - 4$$

Tehtävän 3 a)-kohdan oli osannut tehdä 27% vastanneista. Vääriä vastauksia oli 21%. Jopa 52% oli jättänyt tehtävän kokonaan tekemättä. Monessa paperissa oli yhtälönratkaisutehtävän vastausalueelle kirjoitettu 'turhaa' tai 'ei tarvita'. Ratkaisuihin oli erilaisia huolimattomuusvirheitä sekä merkinnöissä olevia puutteita. Joissakin tapauksissa merkkiä ei muistettu vaihtaa, kun termi 'siirrettiin' yhtäsuuruusmerkin toiselle puolelle.

B)-kohdan oli jättänyt tekemättä 75%. Oppilaat kokivat selvästi vaikeammaksi edes yrittää ratkaista yhtälöä, jossa esiintyy murtolukuja. Täysin oikeita ratkaisuja löytyi vain 3:lla prosentilla vastanneista. Virheellisiä ja vääriä vastauksia oli 22%. Monessa paperissa oli virhe viimeisessä vaiheessa, jossa pitäisi saada kerroin $\frac{3}{2}$ 'poistettua' tuntemattoman x edestä. Monet olivat muuttaneet sen desimaaliksi 1,5, mutta saaneet jakolaskusta -3 jaettuna 1,5 tulokseksi -1,5 (tai 1,5).

4. Tuotteen kilohinta on 21,50 €. Kuinka paljon maksaa 0,450 kg tuotetta? Merkitse näkyviin kaikki laskutoimitukset, mitä teet.

Tehtävä 4 oli jätetty tekemättä 70:llä prosentilla. Vain 4 % oli saanut täysin oikean vastauksen ja 27% oli tehnyt tehtävän väärin. Moni vastaajista oli arvioinut vastauksensa lähelle oikeaa päättelemällä puolet hinnasta. Monissa vastauksissa oli siis vain vastaus n.10 €. Muutamissa papereissa oli tiedetty oikea laskutapa, mutta ei osattu ratkaista laskua ilman laskinta. Monet eivät tienneet pitäisikö luvut jakaa vai kertoa keskenään ja valinneet jakolaskun. Laskutapoja oli monenlaisia. Perinteistä tapaa $0,45 \cdot 21,5$ käytti vain 13 oppilasta vastanneista. Seuraavanlaista päättelyä oli käyttänyt useampikin oppilas.

Esimerkki 5.3

$$1kg = 21,5$$

$$500g = 10,75$$

$$50g = 1,075$$

$$10,75 - 1,075 = \sim 9,3$$

5. Keksi sanallinen laskutehtävä, jossa tarkoituksena on ratkaista jakolasku 5:20.

Tehtävän 5 kanssa monet tuskailivat lomakkeentäyttötilanteessa. Monissa papereissa oli myös useita eri ehdotuksia, jotka olivat kumitettu pois. Oikeanlaisen tehtävän oli keksinyt 13% ja vääränlaisen laskun oli kirjoittanut 19%. Huomiota herättävää on, että jopa 68% ei ollut saanut minkäänlaista tehtävää aikaiseksi. Osassa tehtävissä tehtävän alku oli oikein, mutta minkäänlaista kysymystä ei oltu muodostettu. Monilla oli ratkaisu, jossa laskettaisiin jakolasku 20:5. Seuraavassa muutama esimerkki virheellisistä sanallisista tehtävistä.

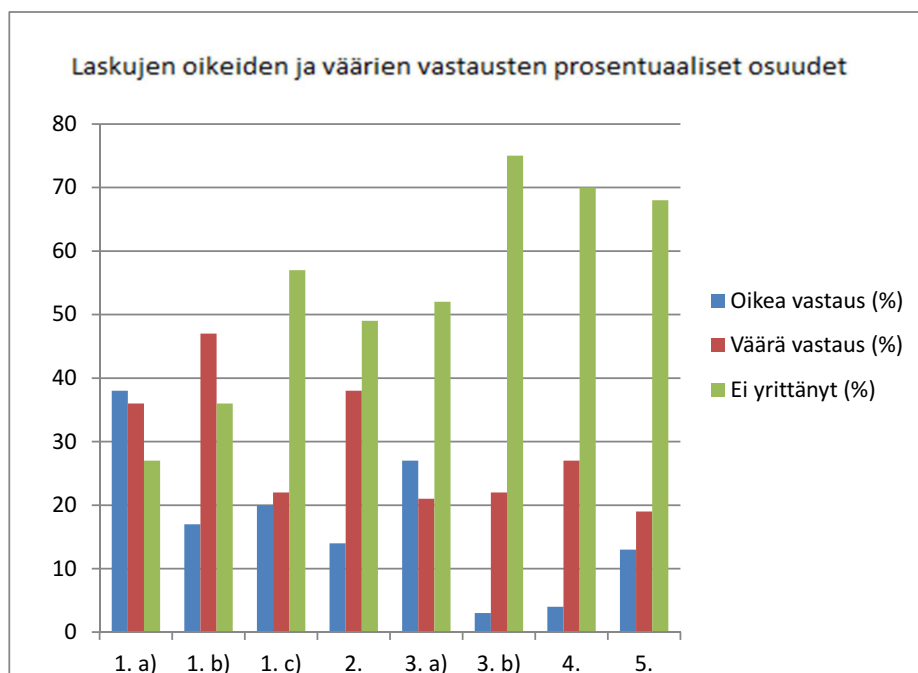
Esimerkki 5.4 *Jaa 5 pizzaa 20 ihmiselle. $5 \cdot 4 = 20$ V:jokainen pizza laiteetaan 4 osaan.*

Esimerkki 5.5 *Ostat 20 Es ja haluat saada hinnan 4 osaan.*

Eräs 9.-luokkalainen poika pohti laskua pitkään ja kysyi välillä, voisiko laskussa joutua laskemaan muitakin laskuja. Hän oli tehnyt lomaketta jo 40 minuuttia. Hänestä oli kovin vaikeaa keksiä laskutehtävä vain laskulle 5:20. Lopulta hän palautti lomakkeen ja seuraavassa hänen ratkaisunsa:

Esimerkki 5.6 *Millä todennäköisyydellä Mari, Jussi, Mika, Jari ja Mikko valitaan kaikki jalkapallojoukkueeseen 20 oppilaan joukosta. 5:20=?*

Tunnilla oli aiheena todennäköisyyslaskenta.



Kuva 5.6: Diagrammissa on esitetty laskutehtävien oikeiden, väärin ja ei yrittäneiden prosentuaaliset osuudet.

Tutkittaessa vain täysin oikeita ja väärin vastauksia huomataan, että väärin vastausten määrä on suurempi kaikissa muissa tehtävissä paitsi murtolukujen summassa ja yhtälönratkaisu tehtävän a-kohdassa. Tämä tulos hieman tasoittuu, kun tutkitaan minkälaisia nämä väärät vastaukset ovat olleet. Tähän paneudutaan tarkemmin luvussa 6. Parhaiten on siis osattu murtoluvun summaa koskeva tehtävä (1. a)) ja huonoiten yhtälönratkaisua käsittelevä tehtävä, jossa muuttujan kertoimena on murtoluku (3. b)). Huomion arvoista on, että ei yrittäneiden prosentuaalinen osuus kasvaa, testin loppua kohden. Ensimmäisiin tehtäviin on joko jaksettu paremmin keskittyä tai viimeiset tehtävät ovat olleet hankalampia. Sanallisia tehtäviä on osattu tehdä heikosti.

5.3 Haastatteluaineiston analysointi

Haastattelun pohjana oli kahdeksan kysymystä, joiden tarkoituksena oli kar-
toittaa lisää oppilaiden motivaatiota ja asennetta matematiikan opiskelua
kohtaan (liite 4). Haastateltaviksi valittiin kaksi 8.-luokkalaista tyttöä, Päivi
ja Marjaana. (Tyttöjen nimet ovat muutettu.) Päivi ja Marjaana opiskelivat

eri matematiikan ryhmissä ja heitä opettivat eri opettajat. Heistä molemmat olivat vastanneet kyselylomakkeessa matematiikan olevan heille vaikeaa ja laskutehtävistä ei kumpikaan ollut osannut tehdä juuri mitään. Haastattelu on jaettu teemoittain viiteen eri alueeseen. Nämä alueet on valittu tutkimusongelmien pohjalta. Apuna on käytetty myös Huhtalan väitöskirjassa esiintyvää jaottelua [5].

Matematiikka on ja on aina ollut vaikeaa

Matematiikka koetaan usein vaikeaksi. Monet ajattelevat sen olevan jopa ahdistavaa. Sekä kyselylomakkeissa että haastattelussa kävi ilmi, että matematiikka on monille paljon epämiellyttävämpi aine kuin mikään muu kouluaine. Matematiikka aiheuttaa oppilaissa suurempia tunteita kuin muut oppiaineet.

Matikka on vaikeaa ja masentavaa.
(Kyselylomake)

Koska matematiikka koetaan vaikeaksi ja vastenmieliseksi, sen ymmärtämisestä ja asioiden oppimisesta saa suuremman onnen tunteen kuin muissa oppiaineissa. Monissa kyselylomakkeissa ja haastattelussa selvisi, että onnistuminen tuottaa mielihyvää ja se palkitsee. Tämä oli mainittu myös syyksi pitää matematiikasta. Myös haastateltavilla tytöillä oli ristiriitaisia tunteita matematiikkaa kohtaan. He kokivat sen vaikeaksi ja ahdistavaksi, mutta sanoivat pitävänsä siitä tunteesta, jonka onnistuminen aiheuttaa.

Matikka saa ahdistumaan ja turhautumaan, mutta jonkin tietyn asian tajuaminen taas on palkitsevaa ja ihan mukavaakin.
(Kyselylomake)

Matematiikassa laskusääntöjä on paljon ja monet tuntuvat ajattelevan, että laskusäännöt on vain osattava ulkoa. Oppilaat eivät ymmärrä kaavan takana olevaa matematiikkaa ja matematiikan lainalaisuuksia. Monet opettelevatkin kokeeseen tulevat asiat ulkoa, kirjoittavat sen, minkä muistavat kokeeseen ja unohtavat kaiken kokeen jälkeen. Eli oppilaat eivät sisäistä tietoaan omaan tietorakenteeseensa. Tieto omaksutaan lyhytaikaiseen muistiin ja se jää irralliseksi ja unohtuu. Oppilas ei opi ymmärtämään asioita. Päivi oli kirjoittanut myös kyselylomakkeeseensa, että unohtaa kokeen jälkeen yleensä kaiken. Matematiikan ollessa oppiaine, jossa tieto rakennetaan vanhan jo opitun päälle, ei oppiminen ole helppoa, jos vanhaa tietoa ei ole. Oppilas osaa käyttää tietoaan vain samankaltaisissa tilanteissa kuin missä hän on sen opinutkin [26, s.151].

Päivi: No...mmm...Noon niinku...vaikeita ne kaikki laskut ja silleen varsinkin kaikki kaavat ja sit pitäis muistaa jotain... ja sit noi on noi kaikki niinku laskut miten ne lasketaan.

Opin eniten kertaustunnilla tai tukiopetuksessa juuri ennen koetta. Kokeen jälkeen unohdan oppimani asiat samantien.
(Päivin kyselylomake)

Monet eivät muista mitään tiettyä tilannetta, jolloin matematiikasta olisi tullut ahdistavaa tai vaikeaa. Se on aina ollut sellaista. Matematiikan oppimisvaikeudet eivät siis ala yhtäkkiä vaan ne kasaantuvat vähitellen suuremmiksi. Monille matematiikka näyttäytyy vaikeana alusta alkaen eikä syynä voi olla ainoastaan matematiikan abstraktius.

Päivi: No usein sillei ku jos ei ymmärrä jotain ja sit yrittää oikeesti ajatella sitä ni sitte tulee aina semmonen huono filis siitä. — Entäs sit ala-asteel? Muistattekste mimmost on ollu ala-asteel opiskella matikkaa? —

Päivi: No mul oli ainaki silloin jo ahdistavaa kaikki... mul oli tosi vaikee oppii kaikki kertotaulut ja nää.

Marjaana: Mul oli ala-asteel niinku...öö...kans aika vaikeet se öö...ekast luokast niinku lähtien sillee —

Joo, mut ei oo mitään semmosta tiettyä ikävää tilannetta et minkä jälkeen esimerkiks matikka tuntuis paljo viel pahemmalta ku ennen?

Päivi: Ei oikeestaan.

Marjaana: Ei paitsi sit ku kokeesta saa huonon numeronni sit siit aina tulee sillee et ei enää jaksais sit opiskella ollenkaan.

Pitkäjänteinen työskentely on matematiikan oppimisen kannalta tärkeää. Matematiikan ongelmat ja laskeminen eivät yksinkertaisesti onnistu, jos oppilaalla ei ole kärsivällisyyttä ja halua käyttää niihin aikaa. Haastateltavat kertoivat, että koulupäivien ollessa pitkiä ja raskaita keskittyminen on vaikeaa. Matematiikka vaatii paljon ajatteluaikaa eikä siihen tyttöjen energia aina riitä.

Opin sitä (matematiikkaa) todella hitaasti. Ja ymmärtäminen vaatii äärimmäistä keskittymistä, johon en yleensä keskellä koulupäivää jaksaa panostaa. Matikka saa ahdistumaan ja turhautumaan, mutta jonkin tietyn asian tajuaminen taas on palkitsevaa ja ihan mukavaakin.

(Päivin kyselylomake)

Sanalliset tehtävät ja ongelmanratkaisu

Sanalliset tehtävät ovat monille vaikeita jo lukemisen vaikeuden takia. Luvut hukkuvat tekstin sekaan etenkin, jos ne ovat kirjoitettuna. Monille on myös hankala hahmottaa, mitkä luvut ovat laskun kannalta tärkeitä ja mikä laskutoimitus tai laskukaava olisi valittava. Laskukaavojen ulkoaopettelu ei auta, jos oppilaalla ei ole tietoa, missä tilanteissa kaavan käyttäminen on järkevää.

Sanalliset tehtävät joutuu lukemaan moneen kertaan, että ymmärtää.
(Kyselylomake)

Marjaana: No mun mielest se on vaikee, kun mä en niinku osaa niit sanallisi tai mä en niinku saa niit sillee ratkastuu mä en ymmärrä oikeen niitä ni menee kauheen kauan.

Mikä niis sanallisis on vaikeeta?

Marjaana: No se, et mä en esimerkiks helposti erota sielt niit numeroit jos ne on silleen kirjoitettu sinne vähän sinne tekstin sekaan. Silleen kirjottamal.

Kyselylomakkeessa tehtävä 2 oli sanallinen tehtävä prosenttilaskuista. Kumpikaan tytöistä ei ollut osannut ratkaista laskua kyselylomakkeeseen. Haastattelussa tytöille näytettiin tehtävää ja kysyttiin osaisiko jompikumpi ratkaista sitä. Tytöt tyrmäsivät ajatuksen laskun ratkaisemisesta heti. Koko prosentin käsite tuntui heistä käsittämättömältä. Tytöistä näkyi myös, että tunne laskuun liittyen oli epämiellyttävä ja laskun laskeminen saattoi jopa pelottaa.

Päivi: Mä en muista ees miten toi alennus lasketaan.

Marjaana: Mä en osaa prosentteja ollenkaan ikinä. Ne on tosi vaikeita.

Ongelmanratkaisutehtävät eivät tunnu miellyttäviltä. Kärsivällisyys ja pitkäjänteinen työskentely on opetussuunnitelmassakin määritelty keskeinen taito, joka jokaisen oppilaan tulisi saavuttaa. Monilta yläkouluikäisiltä se puuttuu kokonaan. Oppilaat eivät jaksu työskennellä pitkään saman ongelman parissa. Kaikki pitäisi saada valmiiksi heti. Kun näin ei ole oppilaat turhautuvat ja tuntevat epäonnistuneensa. Epäonnistumisen tunne laskee motivaatiota matematiikan opiskelua kohtaan entisestään.

Päivi: Joo... ja sitte jos on tota niinku ongelmanratkasutehtäviä ni ne on kans niinku tosi vaikeita.

Päivi: — mut just sillee et ei jaksa ees yrittää sitte ku ei tajuu jotai tai menee sillee hermot siihen.

Edes harjoittelu ei tunnu olevan ratkaisu tähän. Haastateltavien tyttöjen mukaan harjoittelu ahdistaa ja pelottaa. Asenne ongelmanratkaisutehtäviä kohtaan on siis jo valmiiksi huono. Tunteet nousevat jälleen esille. Ongelmanratkaisun aiheuttamat tunteet ovat negatiivisia.

Päivi: Se ois ahdistavaa koska tietäis jo valmiiks että semmonen on niinku pakko tehdä siel.

Marjaana: Ehkä se ois jotenki... sillee et jos.. niinku jossain ryhmässä et se opettaja koko ajan auttais siin tekee sitä sillee... emmä tiiä.

Päivi: Tai sit jos ne sillee vaikenis vaik pikkuhiljaa et ei ois heti semmosii vaikeita.

Pienryhmäopetus

Matematiikan ryhmien koot vaihtelevat kouluittain. Suuressa ryhmässä opettaja ei ehdi neuvomaan kaikkia apua tarvitsevia tarpeeksi. Hyvät oppilaat turhautuvat liian hitaaseen opetustahtiin, kun taas heikommille oppilaille tämäkin tahti saattaa olla liian nopea. He eivät saa tarpeeksi apua eivätkä jaksa yrittää itsekseen. Henkilökohtaista neuvomista tarvitsevat etenkin sellaiset oppilaat, jotka tarvitsevat jatkuvaa kannustusta päästäkseen laskuissa eteenpäin. Oppilaat, jotka eivät luota itseensä, tarvitsevat jonkun vierelleen vaikka vain nyökkäämään, että lasku etenee oikeaan suuntaan.

Tutkimuskoulussani on melko hyvä tilanne ryhmien kokojen suhteen, vaikka haastateltavat toivoisivatkin vielä pienempiä ryhmiä. 8. luokan matematiikan ryhmät ovat jaettuja. Kaksi luokkaa on jaettu aina kolmeen ryhmään, joten oppilaita on ryhmää kohden keskimäärin 15. 9. luokan oppilaat opiskelevat matematiikkaa koko luokkana n. 18–22 oppilaan ryhmissä. Joissakin kouluissa on käytössä myös tasoryhmät matematiikan tunneilla. Niistä ollaan montaa mieltä ja puolesta ja vastaan puhujilla on molemmilla hyviä perusteluja. Huhtalan tutkimuksessa [5] on myös pohdittu tasoryhmiä. Vaikka integroiminen on nykypäivänä muodissa oppilailla on joskus eriäviä mielipiteitä asiasta.

Pääsin ”huonojen” ryhmään ja laskut alkoi sujua, tiesin olevani kerrankin tasavertainen.

[5, s.79]

Päivi: No sillee mul on ainaki pienes ryhmäs tai niinku kaverin kaa...sillee et joku pystyis opettaa sillee kunnolla. Varsinki ku on ollu tukiopetukses ni silleen on niinku kaikist parhaiten oppinu.
— *Marjaana: Joo pienryhmäs ois varmaan ihan kiva.*

Haastattelussa tytöille näytettiin kyselylomakkeen tehtävää 5, jossa oli tarkoituksena keksiä sanallinen laskutehtävä. Päivi, joka selvästi enemmän koitti piilottaa omaa tietämättömyyttään oli enemmän aktiivinen myös tehtävien ratkaisuisa. Päivin mukaan hän yleensä osaa laskea laskut, mutta ei muista, miten ne tehdään. Marjaana uskalsi helpommin myöntää, jos hän ei ymmärtänyt tai osannut jotakin asiaa.

Päivi: No nyt kun ton kattoo ni se on kyl oikeesti aika helppo.
Emmä varmaan ees lukenu sitä.
Marjaana: Mä ainakin yritin mut emmä sit saanu sitä mitenkään..
ratkastuu.

Kumpikaan tytöistä ei kuitenkaan näyttänyt keksivän mitään ratkaisua. Ahdistuminen näkyi tytöistä. Molemmat näyttivät myös häpeävän omaa osaamattomuuttaan. Lopulta pitkän hiljaisuuden jälkeen:

Marjaana: Emmä tiiä.
Päivi: Varmaan joku kakku mikä pitäis jakaa kahellekymmenelle.
Viis kakkuu kai...Eiku mitä?
(Hiljaisuus)
Niin? Joo.
Marjaana: Nii... emmä tiiä.
Päivi: (Naurua)... Ehkä...
(Hiljaisuus)
Viis kakkuu pitäis jakaa kahellekymmenelle tyypille.
Marjaana: Niin. Viis kokonaista jaettuna... tai emmä tiiä.
Mikä siinä ois sit se kysymys?
(Hiljaisuus)
Viis kakkuu pitää jakaa kahellekymmenelle?
Päivi: Kuinka paljon yhelle? (naurua)

Jatkuvan rohkaisun, auttamisen ja kannustamisen jälkeen tytöt saivat aikaan sanallisen tehtävän. Tytöt tuntuivat häpeävän kaikkia omia vastauksiaan ja odottivat aina, että autan heitä eteenpäin. Juuri tällaisia oppilaita löytyy luokasta paljon. Jos opettaja ei koko ajan istu vieressä nyökkäämässä ja kannustamassa, ei oppilas etene ja turhautuu. Tällöin hän myös usein alkaa häiritä muiden työskentelyä.

Matematiikka ja älykkyys

Matematiikan ajatellaan usein olevan ainoa tapa mitata älykkyyttä. Älykkyystesteissä on usein tehtäviä, jotka mittaavat päättelykykyä ja matemaattisia kykyjä. Oppilaat, jotka eivät osaa matematiikkaa saattavat pitää itseään tyhmempinä kuin muut. Muiden aineiden hallinta ei vaikuta samalla tavalla itsetuntoon ja minäkuvaan kuin matematiikan hallinta. Opettajien asenteet vaikuttavat tähän myös. Opettajan tahattomatkin kommentit saattavat vaikuttaa nuoriin negatiivisella tavalla: 'Tämä on ihan helppo asia'. Oppilaille syntyy mielikuva, ettei hän ymmärrä edes tätä helppoa asiaa. Etenkin alakoulussa matematiikkaa ei välttämättä opeta matematiikan opettaja vaan oma luokanopettaja. Jos hänen asenteensa matematiikkaa kohtaan ei ole positiivinen, tarttuu se todennäköisesti myös oppilaisiin.

Päivi: No kyl mä ainakin kunnioitan semmosii ihmisiä jotka tajuu semmosta niinku matikan niit vaikeimpia asioit.

Marjaana: Niimpä.

—
Päivi: No se on vaan semmone niinku tulee semmonen filis et ne on sillai...(naurua)

Marjaana: Parempi...

Ne on parempi?

Päivi: Tai ainakin niinku parempi ku ite on.

Asenne matematiikan opiskelua kohtaan, matematiikkapelko

Matematiikkaa kohtaan asenteet ovat usein hyvinkin vahvoja. Puhutaan matematiikkapelosta ja matematiikkainhosta [5] sekä toisaalta myös matematiikan kauneudesta ja sen rakastamisesta. Muita kouluaineita kohtaan tunteet ovat neutraalimpia. Matematiikka synnyttää vahvoja tunteita ja juuri sen takia motivaation puute aiheuttaa etenkin matematiikassa paljon oppimisvaikeuksia.

Päivi: No mua ainaki jännittää mennä niinku lukioon sen takii koska mä tiedän että se matikka tulee olee tosi vaikeeta siel. Et mä oon aatellu senki takii etten mä menis lukioon.

Marjaana: Se on tosi vaikeet.

Marjaana: No jos mä meen niin kai se on sit pakko ottaa (lyhyt matematiikka) mut mä en tiiä pääseks mä siit sit läpi. Kai se on vaikeet...

Päivi: Mä en varmaan mee niinku lukioon.

Marjaana: Ja jos meil on siel sit sama ope vielä lukiossa. Niin ni sitte en ainakaan.

Tenttipelkokin liittyy matematiikan opiskeluun. Tällaiset oppilaat osaa-
vat ja ymmärtävät asiat tunnilla jokseenkin hyvin, mutta kokeessa eivät saa
aikaiseksi mitään. Tällaisia oppilaita, jotka jännittävät koetta niin paljon,
etteivät kokeessa pysty muistamaan niitä helppojakaan asioita, on tietysti
myös muissa aineissa

Paniikki kokeissa: Osaan tunnilla, mutta kokeessa en muista mitään.
(Kyselylomake)

Motivaation löytyminen matematiikan opiskeluun ei aina ole helppoa.
Matematiikkaan täytyy keskittyä eri tavalla kuin muihin oppiaineisiin, jol-
loin sen opettelu vaatii enemmän ponnisteluja. Ponnisteluista huolimatta ei
matematiikka tunnu helpommalta eikä selkeämmältä. Silloin ei enää jaksaa
yrittää. Ainakin haastatteluun osallistuvilla tytöillä tällainen olo liittyi vah-
vasti vain matematiikan opiskeluun. Syystä tai toisesta motivaatiota mate-
matiikan opiskeluun ei löydy.

*Marjaana: No mul on ainakin sillee et mä en niinku vaan välil
oikeesti jaksaa ... sit mä en pystyny keskittyy siihen... emmä tiiä.*

Päivi: Mul menee just sillee et emmä jaksaa välillä ees yrittää.

Onks se sama muita aineita kohtaan vai onks se vaan matikkaa
kohtaan?

Marjaana: No silleen enimmäkseen matikkaa kohtaan.

*Päivi: No emmä ainakaan tolleen samalla lailla kun matikkaa ni
mitään.*

Ensimmäinen tutkimuskysymys pohtii motivaatio-ongelmien syitä ja asen-
teita matematiikkaa kohtaan. Haastattelun perusteella voidaan todeta, että
matematiikka näyttäytyy osalle nuorista vaikeana alusta alkaen, joten motivaatio-
ongelmat matematiikkaa kohtaan syntyvät jo varhaisessa vaiheessa. Aluksi
matematiikan oppimiseen jaksetaan paneutua, mutta kun oppiminen ei edis-
ty, motivaatio laskee. Haastateltavat tytöt kertoivat alakoulussa taistelleensa
matematiikan kanssa paljon, mutta nyt koulupäivien ollessa pitkiä ei siihen
riitä enää vaadittavaa energiaa. Matematiikkaa tytöt pitävät tärkeänä ja he
selvästi haluaisivat oppia sitä. Toisaalta matematiikka aiheuttaa ahdistusta
ja tunteet matematiikkaa kohtaan ovat negatiivisia. Ainakin haastatteluun
osallistuville tytöille kannustus ja opettajan aika henkilökohtaisempaan neu-
vomiseen olisivat avaimet parempaan motivaatioon.

Luku 6

Virheiden analyysi

Tässä luvussa käsitellään yleistä virheiden analyysin teoriaa sekä tutkitaan virheitä, joita kyselytutkimukseen osallistuivat oppilaat tekivät.

6.1 Virheiden tutkiminen

Virheitä tutkimalla on mahdollista saada tietoa opiskelijoiden ajatusmaailmasta sekä heidän virhekäsityksistään matematiikassa. Virheiden analysoinnissa käytän kirjallisuudesta löytämäni teoriaa apuna. Greer & Mulhern (1989, s.40) määrittelevät virheille seuraavanlaisia yleispiirteitä:

1. Virheet, jotka opettaja huomaa vasta jonkin ajan kuluttua, ovat 'yllättäviä' ('surprising').
2. Virheet eivät korjaannu itsestään ja niiden korjaaminen saattaa vaatia opiskelijan tietojen täydellistä uudelleen jäsentymistä. Virheet ovat siis pysyviä ('persistent'), jollei niihin pystytä puuttumaan.
3. Virheitä on kahdenlaisia: systemaattisia ('systematic') ja satunnaisia ('random'). Systemaattiset virheet ovat ajatteluprosessia selvitetessä tehokkaampia. Satunnaiset virheet syntyvät huolimattomuudesta. Näitä kahta virhetyyppiä ei saisi sekoittaa toisiinsa.
4. Virheellinen vastaus on usein sellainen, ettei se mitenkään voi olla tehtävän vastaus. Tällaiset virheet ovat 'järjettömiä' ('ignore meaning').

[19, s.40]

Kun opiskelija tekee virheen on mielenkiintoista lähteä tutkimaan, mistä virhe johtuu. Onko se systemaattista vai onko kyse huolimattomuudesta eli satunnaisesta virheestä? Oppilaan ajatusta laskun takana selvittäessä saa usein

myös käsityksen oppilaan virhekäsityksistä matematiikassa. Virheiden tutkimiseen löytyy erilaisia lähestymistapoja. Greer ja Mulhern määrittelevät näitä lähestymistapoja seuraavanlaisesti:

1. Lasketaan virheiden lukumäärä erityyppisissä laskutoimituksissa.
2. Tutkitaan virheiden tyypit. Tutkitaan, kuinka nämä virheelliset suoritukset eroavat oikeista ratkaisuisista ja pohditaan, mitkä tekijät ovat vaikuttaneet näiden virheiden syntymiseen.
3. Virhemallien analysoinnilla voidaan huomata, onko kyseessä satunnaisvirhe vai systemaattinen virhe. Virhemallien avulla saadaan tietoa opiskelijoiden käyttämistä strategioista, joilla tehtävä on ratkaistu.
4. Tutkijan tarkoituksena on laatia tehtäviä, jotka johtavat yksilöllisiin virheisiin. Tutkitaan yksilön virhemallit ja yritetään saada selville näiden virheiden tarkat syyt sekä laaditaan tehtäviä, joissa saataisiin näkymään samankaltaisia virheitä.

[19, s.36-37]

Virheitä tutkiessa voi aloittaa tutkimukset pohtimalla, onko virhe systemaattinen vai satunnainen. Systemaattiset virheet johtuvat usein liiallisesti yleistetyistä säännöistä. Myös Sinikka Huhtala [5] on väitöskirjassaan tutkinut virheitä, joita lähihoitajaopiskelijat tekevät etenkin lääkelaskuissa. Hän on todennut, että oppilaat muodostavat sääntöjen yleistyksiä, niin kutsuttuja miniteorioita, jotka eivät perustu matematiikan lainalaisuuksiin. Esimerkkinä Huhtalan tutkimien oppilaiden teorioista annattakoon seuraava haastattelunpätkä hänen väitöskirjastaan (kursiivilla kirjoitettu on oppilaan ja normaaliteksti opettajan puhetta):

Saija: Muutappa tämä sitten... kymmenen jaettuna...Paljon on kymmenen jaettuna kolmella? — Tässäkin mulla on oma sääntö. Sä kuolisit nauruun, jos sä kuolisit sen. — Ai miten tähän tulee nollia eteen. Kymmenessä on yksi nolla ja sadassa kaksi nollaa ja tuhannessa kolme nollaa... Etteks te ymmärrä mua? — Yks milli jaettuna kymmenellä. Niin mä käännän sen niinku toisinpäin. Nolla pilkku yks.

No entäs jos sulla on vaikka...

Saija: No niin, mä arvasin, et tää ei käy...kyllä se oli silti oikein...

[5, s.127-129].

Esimerkissä oppilaan miniteoria oli siis jaettaessa kymmenellä (sadalla, tuhannella jne.) tulee vastaukseen yhtä monta nollaa luvun eteen kuin jakajassa on. Tässä esimerkissä teoria siis toimii, mutta jos tehtävänä olisi jakaa esimerkiksi luku 12 10:llä ei teoria enää toimisi.

6.2 Laskuvirheistä tässä tutkimuksessa toisen tutkimusongelman valossa

Toinen tutkimusongelma käsitteli oppilaiden matematiikan osaamista ja virhetyyppejä, joita oppilaat tekevät.

Miten 8.-ja 9.-luokkalaiset osaavat opetussuunnitelmassa määritellyjä keskeisiä matematiikan sisältöjä?

Millaisia virheitä oppilaat tekevät?

Oppilaiden tekemiä virheitä on lajiteltu tarkemmin tehtäväkohtaisesti. Virhetyypit on kategorisoitu vastausten perusteella sekä Sinikka Huhtalan tutkimuksen tulosten perusteella [5]. Kyseisen virhetyypin prosenttiosuudet on laskettu kaikista virheellisistä vastauksista.

Tehtävä 1. Murtolukujen summa, tulo ja osamäärä

Murtolukujen summaa laskettaessa tyypillisin virhe oli laskea osoittajat ja nimittäjät yhteen laventamatta nimittäjiä samannimisiksi (82%) kuten seuraavassa esimerkissä.

Esimerkki 6.1

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{5}{9}.$$

Muita virheitä esiintyi vain satunnaisesti. Pieni osa n. 6% oli keksinyt yhteenlaskuun oman laskusäännön.

Esimerkki 6.2

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4 \cdot 5}.$$

Vastauslomakkeessa, jossa esimerkki 6.2 löytyi, pystyi päättämään, ettei vastaaja luultavasti osannut laskea kertolaskuja. Kaikki kertolaskut oli jätetty kertolaskumuotoon.

Murtolukujen tulo oli osattu laskea parhaiten. Virheellisistä suorituksista 62% oli oikein laskettu, mutta vastausta ei oltu supistettu lopulliseen muotoon. Kaikkiaan 18% oli käyttänyt summan sääntöä ja laventanut murtoluvut ensin samannimisiksi, ja sen jälkeen osoittajat oli kerrottu keskenään.

Esimerkki 6.3

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{8}{20} \cdot \frac{15}{20} = \frac{120}{20} = 6.$$

Muutamissa lomakkeissa (9%) oli käytetty murtolukujen osamäärän laskusääntöä ja 3% oli käyttänyt ristiinkertomista.

Jakolasku osattiin huonoiten, jos tutkitaan virheitä tarkemmin, Vaikka prosentuaalisesti murtolukujen jakolasku oli osattu tehdä useammin kuin tulo (kuva 5.6), oli tulon laskusääntö osattu paremmin. 41 prosentissa virheellisistä vastauksista oli käytetty omaa laskusääntöä jakolaskussa. Osa laski osamäärän samoin kuin tulon eikä sama vastaus kahdesta eri laskusta aiheuttanut epäluuloja. Osa oli kumittanut toisen laskuista pois todennäköisesti huomattuaan, että laskuista tulee sama tulos. 45 prosenttia lavensi ensin luvut samannimisiksi. Joissakin oli muistettu ottaa jakajasta käänteisluku, mutta sen jälkeen kerrottu luvut ristiin.

Esimerkki 6.4

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{6}.$$

Yleisiä virheitä, joita esiintyi kaikissa kolmessa laskutoimituksissa oli tietysti huolimattomuusvirheet. Kuitenkin vain 4% kaikista virheellisistä suorituksista luokiteltiin huolimattomuusvirheiksi. Tällaisiksi laskettiin mm. jos oli tehnyt helpon päässä laskuvirheen. Supistus- tai lavennusmerkintä oli väärällä puolella lukua 6 prosentilla. Osa ei käyttänyt merkintää lainkaan.

Tehtävä 2. Prosenttilasku

Prosenttilasku osattiin kaikin puolin melko hyvin. Jos oppilaat olisivat saaneet käyttää laskinta olisi oikeita vastauksia ollut paljon enemmän. Kaikkiaan 52% vääristä vastauksista oli sellaisia, joissa lasku oli merkitty oikein, muttei osattu laskea päässä laskua, esimerkiksi $0,7 \cdot 59$. Laskun oli jättänyt kesken 65%, jokin kohta osattiin oikein, muttei tiedetty miten jatkaa eikä osattu laskea välilaskuja. Jopa 12 prosenttia oli tyytynyt vain arviomaan oikean vastauksen suuruutta. Myös haastattelussa tyttöjä pyydettiin ratkaisemaan prosenttilaskutehtävä. Kumpikaan tytöistä ei ollut edes yrittänyt ratkaista tehtävää kyselylomakkeessa. Koko prosentin käsite oli molemmille vaikea, eikä kumpikaan tiennyt mitään lähestymistapaa tehtävälle. Päivi sanoi pystyvänsä arviomaan oikeaa vastausta, jos alennusprosentti olisi esimerkiksi 50, 25 tai 75.

Päivi: Mut jos siin on jotain viiskyt tai seiskytviis prosenttii jos-sain kauppas ni kyl se nyt sillee osaa hahmottaa.

Miks?

Päivi: No viiskyt on niinku puolet tai sit jos on joku kakskytviis ni sit se on niinku puolet puolest. —Ja seiskytviis on niinku vähän.

Huomion arvoista on, että 10% oli kertomisen sijasta jakanut luvut keskenään. Osa oppilaista ei siis sanallisissa tehtävissä ymmärrä, mitä laskutoimitusta olisi käytettävä. Huolimattomuusvirheen tai laskuvirheen oli tehnyt 13% oppilaista. Lähes jokaisessa tehtävässä saattoi huomata, että yhtäsuuruusmerkin käyttö on monelle oppilaalle epäselvä. Tämän olen huomannut myös opettaessani. Vaikka merkki lausutaan oikein: '1+2 on yhtäsuurta kuin 3' ei sitä kuitenkaan ymmärretä. Esimerkki 6.5 on eräs monista laskuista, joissa yhtäsuuruusmerkkiä on käytetty väärin. Laskussa on myös muita virheitä.

Esimerkki 6.5

$$3 \cdot 59 = 17, 7 - 59 = 41, 3.$$

Tehtävä 3. Yhtälönratkaisu

Yhtälönratkaisutehtävässä b)-kohta tuotti enemmän vaikeuksia kuin a)-kohta. Muuttuja, jonka edessä kerroin $\frac{1}{2}$ oli selvästi karsinut vastaajien määrää. Moni a)-kohdan oikein ratkaisseista ei ollut edes yrittänyt ratkaista b)-kohtaa. Monet olivat osanneet tehdä muutoin oikein, mutta viimeinen vaihe $1\frac{1}{2}x = -3$ osoittautui liian vaikeaksi. Jomman kumman tai molemmat tehtävät oli jäänyt kesken 43 prosentilta. Väärin vastanneista 33% oli suorittanut väärän toimenpiteen jossakin kohtaan laskua. Lisäksi termejä oli yhdistelty väärin eli muuttujia ja vakioita laskettiin yhteen.

Esimerkki 6.6

$$x + 5 = 2x + 1$$

$$5x = 3x \parallel -3x$$

$$2x = 0 \parallel : 2$$

$$x = 0.$$

Osa oli vain yhdistellyt termejä osaamatta ollenkaan ratkaista yhtälöä. Esimerkistä 6.7. huomaa, ettei laskun ratkaissut ymmärrä, mihin tehtävässä pyritään. Tällaisia virheitä esiintyi paljon. Lisäksi esimerkissä käytetään yhtäsuuruusmerkkiä väärin.

Esimerkki 6.7

$$x + 5 = 2x + 1$$

$$x + 2x = 3x + 5 + 1 = 3x + 6.$$

32% teki laskuvirheen tai huolimattomuusvirheen. Etenkin negatiivisilla luvuilla laskeminen tuotti vaikeuksia monelle myös selvästi yhtälön ratkaisemisen osaaville kuten esimerkki 6.8 osoittaa. Virhe tapahtuu siirryttäessä riviltä 3 riville 4.

Esimerkki 6.8

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x - 4 \quad || \cdot 2$$

$$4x - 2 = x - 8 \quad || -x$$

$$3x - 2 = -8 \quad || +2$$

$$3x = -10 \quad || : 3$$

$$x \approx -3,33.$$

Muita virheitä tapahtui satunnaisesti. Omia laskusääntöjä oli 7 prosentilla ja 8 prosentilla laskutoimistus oli tehty vain toiselle puolella yhtäsuuruusmerkkiä. Tyypillinen virhe (20%) oli, ettei termin merkkiä vaihdettu 'siirrettäessä' termi toiselle puolelle yhtäsuuruusmerkkiä. Termi 'siirtää' on valittu yksinkertaistamiseksi, vaikka osa laskijoista selvästi lisää tai vähentää luvun molemmille puolille yhtäsuuruusmerkkiä kuten esimerkki 6.9 osoittaa.

Esimerkki 6.9

$$x + 5 = 2x + 1 \quad || -2x$$

$$x + 5 - 2x = 2x + 1 - 2x \quad || -5$$

$$x = -4.$$

Tehtävä 4. Kilohintalasku

Kilohintatehtävässä oli samoja ongelmia kuin prosenttilaskuissakin. Jopa 30 prosenttia oli jättänyt tehtävän kesken, kun ei ollut osannut laskea vaadittavia päässä laskuja. Tulosta oli arvioinut 32 prosenttia laskemalla ensin paljonko maksaa 500 g tuotetta. Virheitä oli tullut paljon myös laskutoimituksen valinnassa, 19 prosenttia oli yrittänyt jakaa luvut kertomisen sijaan. Oppilaiden on selvästi vaikea päätellä, mitä laskussa mainituille luvuille tulisi tehdä. Myös vääriä merkintöjä löytyi tästäkin tehtävästä. Esimerkissä 6.10 on käytetty yhtäsuuruusmerkkiä väärin, mutta muuten ratkaisu on varsin onnistunut. Ratkaisu osoittaa, että oppilas ymmärtää desimaaliluvun käsitteen sekä pystyy päättämään oikean vastauksen. Toisaalta oppilas joutuu käyttämään monimutkaisia kiertoteitä, joiden seuraaminen on ulkopuoliselle haastavaa.

Esimerkki 6.10

$$\frac{21,50}{10} = \frac{2,15}{2} = 1,075 \cdot 9 = 9 + 0,075 \cdot 9 = 9,675 \approx 9,68.$$

Tehtävä 5. Keksi sanallinen tehtävä

Viimeisessä tehtävässä piti keksiä sanallinen tehtävä, jonka tarkoituksena oli ratkaista jakolasku $5:20$. Lähes puolet (46%) väärin vastanneista oli keksinyt tehtävän, jossa jakolasku laskettaisiin väärinpäin. Osassa näistä tapauksista oli ajateltu lasku oikeinpäin, mutta kysymyksen asettelu aiheutti, että lasku laskettaisiin $20:5$. Näissä tapauksissa saattoi myös olla kyseessä oppilaiden teoria, että jakolasku lasketaan aina suurempi jaettuna pienemmällä riippumatta siitä kummin päin luvut on laskuun merkitty [15]. Osa oli ajatellut tehtävää kertolaskuna $4 \cdot 5 = 20$. Puolet vastanneista ei ollut osannut muodostaa kysymystä tai kysymys oli aseteltu väärin tai hankalasti. Esimerkit 6.11 ja 6.12 on aloitettu oikein, mutta kysymyksen asettelu aiheuttaa väärän laskutavan. Tällaisia esimerkkejä löytyi 21 prosentilla.

Esimerkki 6.11 *Pentti jakaa 5 kakkua 20 palaan. Montako palaa yhdessä kakussa on?*

Esimerkki 6.12 *Matilla on 5 keksiä. Mervi jakaa ne 20 osaan että kaikille riittää. Monta palasta tulee yhteensä?*

Esimerkissä 6.13 aloitus on taas oikein. Oppilas on kuitenkin ajatellut, että jakolasku lasketaan aina suurempi jaettuna pienemmällä huolimatta siitä kumpi luku on merkitty jakajaksi ja kumpi jaettavaksi. Kysymyksen asettelu kertoo, että oppilas ajattelee jakolaskusta tulevan kokonaisluku. Tämänkaltaisia esimerkkejä oli 29 prosentilla.

Esimerkki 6.13 *Viidellä kakaralla on 20 omenaa. Kuinka monta omenaa kukin saa?*

$5:20=4$ omenaa per kakara.

Huomiota herätti myös, että 17 prosenttia kysymykseen vastanneista oli ottanut esimerkikseen omenia.

Luku 7

Johtopäätökset

Mistä oppilaiden motivaatio-ongelmat johtuvat?

Kyselylomakkeesta ilmeni, että matematiikka koetaan tärkeäksi aineeksi. Suurin osa ajattelee tarvitsevansa matematiikkaa myöhemmässä elämässään. Miksi se on kuitenkin monelle niin vastenmielinen aine? Motivaation puute matematiikan opiskelua kohtaan aiheuttaa entistä enemmän oppimisvaikeuksia. Kuten Huhtalakin tutkimuksissaan toteaa [5] ei koulumatematiikalla ja arkipäivän elämällä näytä oppilaiden mielestä olevan mitään yhteyttä. Laskutehtävien vastaukset olivat usein järjettömiä [19], ja niistä näkyi, ettei oppilaalla ollut minkäänlaista käsitystä, miten lasku ratkaistaisiin. Järjettömät vastaukset kertovat usein juuri siitä, että oppilas on vieraantunut matematiikasta ja ajattelee, ettei sillä ole mitään tekemistä arkielämän kanssa. Opetussuunnitelma mainitsee, että oppilaiden tulisi pystyä liittämään reaali maailma ja matematiikka yhteen [21, s.163]. Miksi näin ei kuitenkaan ole?

Oppilaiden mielestä monet koulussa opiskeltavat matematiikan osa-alueet ovat turhia eikä niitä tulla tarvitsemaan elämässä mihinkään. Yhtälönselitys nousi esille turhimpana ja näin ollen myös vähiten motivoivana aiheena. Myös muita mainintoja turhista osa-alueista tuli kuten geometriasta. Tutkimuksen ristiriitaisuus olikin, että toisaalta matematiikka oli suurimmalle osalle oppilaista tärkeää ja se koettiin elämässä hyödylliseksi, mutta toisaalta se oli mielenkiinnottomaa ja turhaa. Myös Huhtala [5] totesi tutkimuksessaan, että nuoret kokevat matematiikan turhaksi, vaikka hän tutki lähihoitajaopiskelijoita, jotka tarvitsevat sekä opinnoissaan, että työssään matematiikkaa ja virheiden tekeminen voi aiheuttaa vakavia seurauksia.

Monilla oppilailla oli jopa välinpitämätön suhde matematiikkaan. Matematiikka ei kiinnosta nuoria. Eräs syy saattaa löytyä sen abstraktiudesta. Matematiikka muuttuu varhaisessa vaiheessa abstraktiksi, jolloin arkielämän kokemuksia on yhä hankalampi liittää matematiikan opiskeluun. Jos moti-

vaatio opiskeluun on kadonnut jo alakoulun puolella on moni tärkeä perusasia jäänyt oppilailta ymmärtämättä ja oppimatta. Haastattelussakin kävi ilmi, että esimerkiksi desimaaliluvut, jotka olivat jääneet alakoulussa oppimatta, tuntuivat yläkoulussa ikäviltä ja vaikeilta. Kun on pudonnut matkasta jo alakoulussa, yläkoulun matematiikka näyttäytyy oppilaille sekavana kokoelmana kaavoja ja yhteenkuulumattomina asioita.

Toisaalta arkipäiväisten asioiden liittämistä sanallisiin tehtäviin käytetään paljon eri oppikirjoissa. Uudet kirjat pyritään tekemään niin, että tehtävät olisivat oppilaille läheisiä [30, s.125]. Tässä tutkimuksessa kuitenkin kävi ilmi, että sanalliset tehtävät koetaan kaikkein ikävimmiksi. Niitä myös osattiin huonoimmin. Oppilaiden mielestä sanalliset laskut ovat vaikeita. Osa syy tähän on todennäköisesti kasvava lukemisen vaikeus, mutta myös heikko perusasioiden hallinta matematiikan puolella vaikuttaa. Laskutoimituksen valinta on oppilaille hankalaa ja vain pieni osa pystyy ratkaisemaan laskuja päättelyn avulla.

Ongelmanratkaisutehtävät, joiden usein ajatellaan olevan motivoivia myös heikommille oppilaille, koettiin suurimmassa osassa tutkimusryhmästäni epämiellyttäväksi. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa mainittu kyky pitkäjänteiseen työskentelyyn puuttuu nykynuorilta. Yhteiskunnassa, jossa on totuttu, että kaikki halutaan heti, eivät nuoret kykene työskentelemään saman ongelman parissa pitkään. Tämä on huolestuttava ominaisuus muutenkin tulevaisuuden kannalta kuin vain matematiikan osaamisen näkökulmasta.

Matematiikassa eniten motivoivana asiana pidettiin mekaanista laskemista. Kun asia osataan, ei mekaaninen laskeminen vaadi ajatustyötä. Oppilas näyttää etenevän ja laskut ovat pitkälti samankaltaisia. Oppilas kykenee ratkaisemaan tehtävät melko nopeasti ja vaivattomasti. Tämä taas viittaa pitkäjänteisen työskentelyn puutteeseen. Yhteyttä arkipäivään ei mekaanisilla laskuilla juurikaan ole. Oppilaat eivät osaa soveltaa oppimaansa mekaanista kaavaa käytäntöön ja he osaavat sen vain samankaltaisessa ympäristössä kuin missä he sen ovat oppineetkin, koulussa.

Tärkeimmiksi osa-alueiksi oppilaat sanoivat vain peruslaskutoimitukset. Se oli ainoa osa-alue, jonka koettiin olevan yhteydessä arkipäivään. Ylipäättään mainittiin alakoulun matematiikka. Yläkoulun matematiikkaa pidettiin turhana ja hyödyttömänä. Eräs tutkija sanoi oppimisvaikeuksia käsittelevällä luennollaan, että alakoulussa oppimisvaikeuksista kärsivistä n. 30% johtuu motivaatio-ongelmista ja n. 70% muista tekijöistä. Yläkoulussa nämä luvut kääntyvät pääläelleen. Hän kuitenkin sanoi lukujen olevan epävirallisia ja perustuvan arvioihin, jotka hän oli tehnyt kokemuksensa perusteella. Tämä on varmasti lähellä totuutta. Yläkoulun matematiikkaa ei koeta enää hyödylliseksi ja sen vaikeus ja abstraktius ahdistaa nuoria.

Vaikeita asioita oppilaille olivat mm. yhtälöt. Ne koettiin ahdistaviksi, turhiksi ja monimutkaisiksi. Moni oppilas ei kyennyt edes ymmärtämään, mihin yhtälön ratkaisulla pyritään. Huhtalakin [5, s.131] toteaa, ettei yhtälöiden ratkaisussa edes voida puhua oppilaiden miniteorioista, sillä oppilailla oli vain hataria mielikuvia siitä, miten yhtälöjä ratkaistaisiin. Myös tässä tutkimuksessa huomattiin, että yhtälönratkaisussa moni käytti mitä erilaisimpia tapoja eikä osa edes tiennyt, mihin oli pyrkimässä. Termejä yhdisteltiin 'järjettömästi' ja ratkaisu kirjoitettiin peräkkäisinä laskutoimituksina ilman, että välissä olevat yhtäsuuruudet pitivät paikkaansa. Koska yhtälönratkaisu näyttäytyy nuorille käsittämättömänä ja järjettömänä, ei ole vaikea ymmärtää, miksi se motivoi nuoria kaikkein vähiten. Yläkoulussa yhtälönratkaisu on oleellinen osa opetussuunnitelmaa ja sitä harjoitellaan paljon. Kun yhtälönratkaisu on opiskeltu, monet muut matematiikan tärkeät osa-alueet käyttävät sitä apunaan. Nuorten vähäinen osaaminen ja kiinnostus yhtälönratkaisua kohtaan laskevat motivaatiota ylipäättään matematiikan opiskelua kohtaan.

Yläkoulussa siirrytään numeroista kirjaimiin ja monille alakoulussa matematiikkaa hyvin osanneellekin saattaa tämä siirtymä tuottaa suuria vaikeuksia. Numeroista kirjaimiin siirtyminen koetaankin hyvin vaikeaksi osa-alueeksi yläkoulussa. Oppilaat eivät ymmärrä sen hyödyllisyyttä. Sen abstraktius saa monet oppilaat epäilemään matematiikan tarpeellisuutta ja oppilaiden motivaatio kääntyy laskuun.

Miten 8.- ja 9.- luokkalaiset osaavat opetussuunnitelmassa määritellyjä keskeisiä matematiikan sisältöjä?

Laskutehtävien tutkinta osoitti, että parhaiten oppilaat osaavat peruslaskutoimitukset. Vaikkei koe mitannut peruslaskutoimituksia suoraan, niiden osaaminen näkyi kaikkien tehtävien ratkaisussa. Peruslaskutoimituksia mitattiin suoraan vain murtoluvuilla, jotka jo itsessään ovat oppilaille vieraita. Opetussuunnitelman mukaan oppilaan pitäisi pystyä ratkaisemaan peruslaskutoimituksia murto- ja desimaaliluvuilla [21]. Parhaiten oppilaat osasivat murtolukujen tulon laskusäännön. Samalla oli huomattavaa, että suuri osa oikein vastanneista oli soveltanut samaa sääntöä jokaiseen murtolukulaskuun. Näinollen tulon laskeminen oikein saattoi olla sattumaa, etenkin niillä tapauksilla, jotka eivät olleet supistaneet lopullista vastausta.

Myös prosenttilasku osattiin varsin hyvin. Se on oppilaille lähellä arkipäivää ja monet mainitsivat sen myös tärkeäksi osa-alueeksi kyselylomakkeessa. Prosenttilaskuissa vaikeudet olivat sanallisten tehtävien ymmärryksessä. Useat eivät olleet edes yrittäneet ratkaista tehtävää. Jotkut eivät tieneet, mikä laskutoimitus olisi valittava.

Suuri osa osasi päättelyllä, omalla ajattelulla ja peruslaskutoimitusten hallinnalla ratkoa sanallisia tehtäviä. Opetussuunnitelmassa sanotaan, että matematiikan opetuksen tulisi edistää luovaa ajattelua ja loogista päättelykykyä [21, s.163]. Osaamisesta ja etenkin tehtävän ymmärtämisestä kertoo enemmän oikealla päättelyllä (lähes) oikeaan tulokseen pääseminen kun taas oikean laskukaavan tietäminen perustuu yleensä muistiin [8]. Sekä prosenttilaskutehtävässä että kilohintalaskussa moni oli päätellyt vastauksen erilaisten melko monimutkaistenkin päättelyketjujen avulla. Kyseinen oppilas on siis sisäistänyt kysymyksen ja tehtävän sisältämän käsitteen (esimerkiksi prosentti), mutta ei *muista*, mikä olisi oikea laskukaava.

Kuten prosenttilaskuissa ja muissakin tehtävissä ratkaisu ilman laskinta oli monille mahdotonta. Jo testin aikana monet yrittivät kaivaa kännykkää esille ja valittivat, ettei laskuja pysty laskemaan ilman laskinta. Päässälaskut olivat liian vaikeita. Niitä harjoitellaan kouluissa nykyään melko vähän ja laskimen varhainen käyttöönotto aiheuttaa, että vähäinen päässälaskutaito, joka alakoulussa saavutetaan, katoaa yläkoulussa. Päässälaskujen osaamista ei mainita opetussuunnitelman perusteissa yläkoulun osioissa vaan alakoulussa [21]. Laskimen hyödyllisyydestä oli osa kirjoittanut avoimiin kysymyksiinkin. Oppilaat väittivät, ettei laskutaitoa enää tarvita, kun laskimet ja muut apuvälineet laskevat laskut puolestamme. Oppilaiden motivaatio matematiikkaa kohtaan laskee, kun luullaan, ettei laskutaitoa tarvita nykyteknologian ansiosta.

Haastattelussa tytöt sanoivat tarvitsevansa laskimen kaikkiin yksinkertaisiin laskuihin, kuten esimerkiksi laskuun $10 \cdot 10$. Tämä on osittain myös epävarmuutta omasta osaamisesta. Opetussuunnitelma mainitsee myös, että oppilaan tulisi yläkoulun jälkeen pystyä luottamaan itseensä ja ottamaan vastuun omasta oppimisestaan matematiikassa. Omiin kykyihin ei kuitenkaan luoteta. Opettajalta vaaditaan paljon kannustusta (kuten Marjaana haastattelussakin useaan otteeseen totesi) ja oppilaan itsetuntoa pitäisi pyrkiä kasvattaman, jotta heikommatkin oppilaat alkaisivat luottamaan omaan osaamiseensa ja motivoituisivat matematiikasta.

Osa oppilaista aloitti matematiikan testin tekemisen toteamalla, ettei *muista* miten tehtävä ratkaistaan. Osa myös vastasi kyselylomakkeessa, että matematiikka on pelkkää ulkoa opettelua. Se oli myös joidenkin syy, miksi he eivät pidä matematiikasta. Oppilaiden mielestä matematiikan osaaminen on yhtäsuurta kuin matematiikan kaavojen ja laskusääntöjen muistaminen. Opettajat todennäköisesti tietoisesti tai tiedostamatta painottavat oppilaille liikaa, 'tämä pitää osata ulkoa'-fraasia. Tämä ulkoa opettelu on eräs matematiikan osaamisen ja ymmärtämisen ongelmista. Mm. Lenni Haapasalo [28] on pohtinut matematiikan osaamisen ja ymmärtämisen suhdetta artikkelissaan *'Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidak-*

seen ymmärtää? Hän tulee lopulta päätelmissään tulokseen, että opettajien pitäisi aina harkita, mitä oppilaat tekevät. Tekemisen pitäisi olla oppilaille mielekästä ja oppilaiden spontaaneihin ideoihin pitäisi tarttua myös abstrakteja asioita opettaessa. Hän pyytää opettajia harkitsemaan etenemisjärjestystä, sillä hänestä tärkeintä ei ole tehdä, vaan ymmärtää miten ja miksi. Tämä on tietysti koulumaailmassa hieman absurdia, sillä oppilaita on paljon ja tapoja oppia asioita yhtä paljon kuin oppilaitakin.

Virhetyypit vaihtelivat laskutehtävän perusteella. Greer & Mulberg [19, s.40] jaottelivat virheet kahteen pääluokkaan:

1. systemaattiset virheet
2. satunnaiset virheet.

Systemaattiset virheet ovat sellaisia virheitä, joista selvästi pystyy päättelämään, ettei oppilas ymmärrä tehtävän ideaa eikä matemaattisia käsitteitä tehtävän taustalla. Tällaisia tapauksia ovat laskutoimituksen väärä valinta tai oma laskusääntö sekä jonkinasteiset miniteoriat [5]. Systemaattiset virheet ovat luokitukseltaan vakavampia virheitä. Niitä on hankalampi korjata, sillä ne pohjautuvat usein johonkin virheelliseen ennakkokäsitykseen, joka on tarttunut omaan tietorakenteeseensa tiukasti. Jotta näitä virheitä voitaisiin korjata, pitäisi oppilaan aikaisemmin opittua tietoa pystyä muokkaamaan. Tämä tutkimus osoitti, että oppilailla on paljon tällaisia virhekäsityksiä ja omia laskusääntöjä käytetään melko yleisesti. Jokin opetuksessa jo alakoulun puolella pitäisi muuttua, jotta saisimme oikaistua oppilaiden yleisimpiä virhekäsityksiä.

Satunnaisiksi virheiksi luokitellaan laskuvirheet ja esimerkiksi päässälaskun vaikeudesta aiheutuvat virheet. Yhtälönratkaisutehtävissä satunnaisia virheitä voi olla myös etumerkin vaihtamatta jättäminen siirrettäessä termiä. Tällaisissa tapauksissa ei kuitenkaan vain muutaman samantyyppisen tehtävän perusteella pystytä arvioimaan, onko kyseessä systemaattinen virhe vai huolimattomuudesta johtuva virhe. Satunnaiset virheet ovat kuitenkin helpompia korjata ja johtuvat usein vain huolimattomuudesta kuin väärin ymmärtämisestä. Nämä virheet korjaantuvat yleensä jopa itsestään. Satunnaiset virheet saattavat johtua myös oppilaiden kyvyttömyydestä pitkäjänteiseen työskentelyyn. Monet yläkouluikäiset oppilaat eivät esimerkiksi viitsi tarkistaa ratkaisujaan, kun he ovat saaneet kokeen valmiiksi.

Oppilaan ratkaisu, jossa hän vain pyrkii arvioimaan oikeaa tulosta, on hankalaa luokitella kumpaakaan luokkaan. Toisaalta arvioiminen kertoo, ettei oppilaalla ole keinoja ratkaista tehtävää, vaikka hän ymmärtää tehtävänannon ja sen, mitä siinä pitäisi laskea. Hän jopa pystyy arvioimaan lopputuloksen suuruutta, jolloin hän todennäköisesti ymmärtää tehtävän ja arkimaailman

yhteyden, mikä opetussuunnitelmassa katsotaan tärkeän matematiikan osa-alueen hallinnaksi [21].

Yksi varsin yleinen virhetyyppi oli merkintävirhe. Oppilaat eivät osaa matemaattisia merkintöjä, eivätkä todennäköisesti ymmärrä niitä. Tämä aiheutuu varmasti osittain opettajien eri tavoista merkitä kaavoja ja muita merkintöjä. Kaikissa oppikirjoissa pitäisi olla standardimerkinnät oppilaille ja opettajien pitäisi opetella käyttämään näitä merkintöjä. Etenkin heikommille oppilaille eri merkintätavat aiheuttavat epäselviä tilanteita. He saattavat jäädä pohtimaan merkintää ja itse laskun seuraaminen unohtuu.

Yhtäsuuruusmerkin vääränlainen käyttö oli iso merkintäongelma monella. Oppilaat eivät selvästikään ymmärrä sen merkitystä. Merkintöjen ymmärtämistä saattaisi helpottaa, jos opettajat lukisivat merkin aina kokonaan. Esimerkiksi 'on yhtäsuurta kuin'-merkkiä ei luettaisi vain lyhyesti 'on'. Oppilaille jää helposti mieleen nämä lukutavat ja oikea merkitys unohtuu.

Luku 8

Pohdinta

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli kartoittaa peruskoululaisten asenteita ja motivaatiota matematiikan opiskelua kohtaan. Tarkoituksena oli myös selvittää, mistä oppilaiden mahdolliset motivaatio-ongelmat matematiikan opiskelua kohtaan johtuvat, sekä mitä tunteita matematiikka oppilaissa herättää ja miksi. Kyselytutkimuksen tulokset olivat melko yksiselitteiset: oppilaat eivät pidä matematiikasta sen vaikeuden takia. Etenkin yläkoulussa opiskeltavat asiat koetaan hyödyttömiksi, eikä niillä oppilaiden mielestä ole yhteyttä arkielämäään. Samankaltaisiin tuloksiin ovat päätyneet myös muut tutkijat [5, 6, 7].

Tutkimuksen toisena päätavoitteena oli tutkia oppilaiden osaamista matematiikan eri osa-alueilla, jotka ovat opetussuunnitelmassa määritelty keskeisiksi sisällöiksi. Pienimuotoisen testin perusteella tultiin siihen lopputulokseen, että peruslaskutoimitukset osataan kohtalaisesti, mutta soveltavat ja sanalliset tehtävät sekä yhtälönratkaisutehtävät ovat oppilaille vaikeita. Tämä tulos on suoraan yhteydessä myös kysymykseen motivaatiosta eri osa-alueiden opiskelua kohtaan. Mekaaniset tehtävät ja peruslaskutehtävät motivoivat oppilaita eniten. Ne myös osataan hyvin. Sanalliset tehtävät ja ongelmanratkaisu koetaan epämiellyttäväksi, jolloin niihin eivät oppilaat jaksaneutua. Pitkäjänteinen työskentely, looginen päättely ja ongelmanratkaisutaidot ovat opetussuunnitelmassa määriteltyjä taitoja, joita oppilaiden pitäisi osata peruskoulun jälkeen [?]. Näiden taitojen harjoittelu on vähäistä, vaikka matematiikan ymmärtämisessä ja oppimisessa ne vaaditaan. Ajatellaan, että taidot tulevat itsestään matematiikan harjoittelun avulla. Esimerkiksi ongelmanratkaisutaitoja olisi hyvä harjoitella kouluissa erikseen. Eri-laiset ongelmanratkaisutehtävät kehittävät myös pitkäjänteisen työskentelyn taitoja sekä loogista päättelykykyä. Kuten haastatessakin tytöt totesivat, jos tehtävissä lähdettäisiin liikkeelle helpoista ja yksinkertaisista tehtävistä ja edettäisiin hitaasti opettajan avustuksella, ne eivät aiheuttaisi ahdistusta ja

niistä voisi oppia.

Tutkimuksen toteutus onnistui. Tulokset olivat odotettuja ja vaikka aineistoa kerättiin vain yhdestä koulusta, aineisto oli melko laaja ja tutkimuskysymyksiin pystyttiin vastaamaan. Tutkimustuloksia voisi parantaa, jos aineisto olisi koottu laajemmin kuin vain yhdestä koulusta. Kyselyyn olisi hyvä liittää vielä muutama tarkentava kysymys asenteista ja etenkin tunteista matematiikkaa kohtaan. Tällöin oppilaat saataisiin pohtimaan omaa suhtautumistaan matematiikkaan paremmin. Oman matematiikkakuvan muodostuminen on myös oppilaalle itselleen tärkeää. Kun ymmärtää, miksi matematiikka on epämiellyttävää tai mikä on matematiikassa niin vaikeaa, on opettajan helpompi auttaa oppilasta oppimaan.

Haastattelututkimusta olisi mielenkiintoista jatkaa. Isomman otoksen haastatteluista voisi löytyä uusia näkökulmia, miksi motivaatio on alunperin kadonnut matematiikan opiskelua kohtaan. Nuoret, joilla ei ole todettu muita oppimista häiritseviä ongelmia, eivät kuitenkaan opi matematiikkaa. Mikä on sen perimmäinen syy ja mistä se on lähtöisin? Haastattelua voisi jatkaa myös opettajien parissa. Minkälaisissa osa-alueissa he ovat huomanneet eniten asenneongelmia ja miten he ovat reagoineet.

Lisätutkimuksena pitäisi selvittää minkälaisia keinoja opettajilla on torjua nuorten motivaatio- ja asenneongelmia matematiikkaa kohtaan. Auttaako konkreettisen matematiikan opettaminen? Matematiikkaa helpottamaan on kehitetty paljon konkreettisia apuvälineitä, joilla abstrakteja asioitakin pystyy havainnollistamaan. Esimerkiksi vertailututkimus, jossa kahta heterogeenistä ryhmää seurattaisiin koko peruskoulun ajan, jossa toinen opiskelisi konkreettisten välineiden avulla ja toinen perinteisemmän opetustavan avulla, voisi antaa mielenkiintoisia tuloksia matematiikan osaamisesta sekä asenteista ja motivaatiosta matematiikkaa kohtaan.

Toinen lisätutkimuksen kohde olisi virheiden tutkimus. Laaja tutkimus oppilaiden tekemistä virheistä, niiden yleisyydestä ja syntymisestä antaisi opettajille keinoja välttää niitä. Nuorten virhekäsityksien syntymistä pitäisi yrittää välttää jo alakoulussa. Kun opittaisiin tuntemaan yleisimmät virhekäsitykset erilaisissa laskutoimituksissa ja etenkin löytämään syyt niiden syntymiseen, pystyttäisiin niitä välttämään. Tällaista tutkimusta on tehty jonkin verran [15, 16, 6], mutta tutkimuksen tulosten siirtyminen käytäntöön vaatisi töitä ja myös opettajankoulutuslaitosten mukaantuloa. Erilaiset rutinit laskemisessa ovat nuorille tärkeitä. Mekaaninen laskeminen on motivoivaa ja se koetaan helpommaksi. Tehtävien ratkaiseminen aina samalla 'kaavalla' helpottaa nuorien kykyä ymmärtää ja oppia. Samanlaiset merkinnät kaikissa matemaattisissa aineissa olisi myös tärkeää. Merkintävirheitä tapahtuu paljon ja monet nuoret eivät ymmärrä mitä uudet merkinnät tarkoittavat.

Kolmas jatkotutkimuskohde olisi selvittää, miten oppilaat saisi motivoi-

tumaan matematiikasta. Oppilaat pääsisivät esimerkiksi kokeilemaan erilaisia tapoja opiskella matematiikka ja tutkittaisiin minkälaiset tavat ja matematiikan osa-alueet saavat oppilaat innostumaan matematiikasta. Tässä tutkimuksessa ei haluttu huomioida erikseen sukupuolten välisiä eroavaisuuksia, koska liiallinen tyttöjen ja poikien mielipiteiden yleistäminen on hieman teennäistä. Nyky-yhteiskunnassa tytöt ja pojat eivät erotu toisistaan yhtä selvästi kuin vielä muutama vuosikymmen sitten. Oppilaiden motivaation etsimisessä olisi kuitenkin hyvä tarkastella myös tyttöjen ja poikien eroja, vaikkakaan liiallista yleistämistä pitäisi välttää.

Samasta aiheesta on tehty jonkin verran tutkimusta, mutta suurin osa aineistoista on koottu toisen tai korkeamman asteen koulutuksissa [5]. On tärkeää tiedostaa, että motivaatio-ongelmat alkavat jo varhaisessa vaiheessa, jopa alakoulussa. Jotta niihin pystyttäisiin puuttumaan ajoissa, olisi tutkimuksia laajennettava myös alakoulun puolelle. Motivaatio opiskella matematiikkaa on myös yhteiskunnallisesti tärkeää. Teknologian kehittyessä tarvitsee Suomi lisää osaavia nuoria. Matematiikan osaaminen on lähes kaikilla teknologian aloilla välttämätöntä.

8.1 Tutkimuksen luotettavuus

Kvantitatiivisen ja kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuutta arvioidaan hieman eri menetelmin. Kvantitatiivisen mittauksien luotettavuudessa erotetaan kaksi perustetta, validiteetti ja reliabiliteetti [24, s.40].

Kvalitatiivisessa tutkimuksessa puolestaan tulisi huomioida ainakin aineiston merkittävyys ja yhteiskunnallinen tai kulttuurinen paikka, aineiston riittävyys, sekä analyysin arvioitavuus ja toistettavuus [25, s.47–48]. Koska tutkimuksessa on käytössä monimenetelmällinen lähestymistapa [22] ja tutkimuksen aineistoa on tutkittu sekä määrällisesti että laadullisesti luotettavuutta on tarkasteltu kahtena erillisenä osana.

Kyselytutkimuksen luotettavuus

Kyselytutkimuksen luotettavuuden arvioinnissa keskeisemmät käsitteet ovat valideetti ja reliabiliteetti. Lyhyesti sanottuna valideetti kertoo sen, mitattiinko sitä mitä oli tarkoitus [24]. Tutkimuksen tavoitteena oli saada tietoa, mistä oppilaiden motivaatio-ongelmat johtuvat. Kyselytutkimuksen tuloksista pystytään tekemään johtopäätöksiä motivaatio-ongelmien syistä, joihin myös muut tutkijat ovat tutkimuksissaan päässeet [5]. Vaikka aineistoa kerättiin vain yhdessä koulussa, tulokset olivat odotusten mukaisia. Tutkimuskoulussa opettajien vaihtuvuus on ollut melko suuri, jolloin oppilailla on

laajempi näkemys erilaisista opetusmetodeista. MOnet oppilaat ovat kadottaneet arkimaailman ja matematiikan yhteyden, jolloin matematiikan opiskelu ei motivoi oppilaita.

Toisena tutkimusongelmana on oppilaiden osaamisen taso ja virhetyyppien tutkiminen. Oppilaiden osaamisen taso oli odotetusti hyvää peruslaskutoimitusten osalta, mutta sanalliset tehtävät ja yhtälönratkaisu tuottivat ongelmia. Matematiikan osaamisen testi ei ollut pitkä, se koostui vain viidestä tehtävästä. Tämä todennäköisesti edesauttoi oppilaita jaksamaan keskittyä näihin tehtäviin perusteellisesti. Testin täyttämisen aikana oppilaita tarkkailtiin ja oppilaat pohtivat tehtäviä melko harkiten. Tällöin lyhyenkin testin tulokset paranevat.

Virheitä analysoitaessa apuna käytettiin yleistä virheteoriaa ja virheitä luokiteltiin niiden esiintymisyleisyyden perusteella. Tutkimustulokset osoittavat, että virheet toistuvat samankaltaisina. Parempiin tuloksiin päädyttäisiin, jos tutkittaisiin oppilaiden osaamista useamman testin perusteella sekä verrattaisiin tuloksia oppilaiden osaamiseen tunneilla sekä kokeissa. Nyt etenkin satunnaisten virheiden erottaminen systemaattisista virheistä oli hankalaa, kun oppilaan matematiikan osaamisen taustasta ei ollut enempää tietoa. Vain pienen osan kaikista virheistä pystyi luokittelemaan huolimattomuusvirheiksi.

Reliabiliteetillä tarkoitetaan tutkimuksen toistettavuutta. Luvussa 4 ja luvussa 6 käsitellään tarkemmin ja perustellusti tutkimusmenetelmiä sekä teoriaa, jonka pohjalta johtopäätökset on tehty. Vaikka vastauksia ja virheitä luokitellaan osittain oppilaiden vastausten perusteella sekä kyselylomakkeessa että laskujen ratkaisuisa, todennäköisesti tutkimusta toistettaessa päädyttäisiin vastaavanlaisiin luokituksiin. Luokittelun pohjana on ollut tutkimusongelmat. Apuna on käytetty myös Huhtalan tutkimusta [5].

Kokemukseni opettajana ovat antaneet vastaavanlaisia tuloksia oppilaiden ajatuksista matematiikkaa kohtaan. Myös yleisimmät virheet, joita laskuissa esiintyi, olivat samankaltaisia kuin oppilailla on ollut normaaleissa koetilanteissa koulussa.

Perusjoukoksi valittiin 8.- ja 9.-luokkalaiset nuoret, mutta otoksena oli vain yksi eteläsuomalainen koulu. Tutkimuksen tekemisen monissa eri kouluissa olisi ollut haastavaa ja tutkimusaineiston analysoinnista olisi tullut melko raskas. Koulun sisällä haluttiin kuitenkin mahdollisimman laaja aineisto ja kyselyyn osallistuivatkin lähes kaikki koulun 8.- ja 9.-luokkalaiset oppilaat. Aineistoa pyrittiin keräämään koulun jokaisen matematiikan opettajan ryhmästä. Tällöin aineiston luotettavuus paranee, kun oppilaat eivät vastaa kysymyksiin samoista lähtökohdista. Koska teetin tutkimuksen itse ja olin paikalla kyselylomakkeen täytön aikana, pystyin myös ehkäisemään väärinymmärrykset, kun oppilailla oli mahdollisuus kysyä epäselvistä koh-

dista. Oppilaat saivat ohjeet sekä suullisesti että kirjallisesti, mikä edelleen lisää tutkimuksen oikein ymmärrettävyyttä.

Haastattelututkimuksen luotettavuus

Haastattelututkimus oli pienimuotoinen ja siksi informaation anti jäi siltä osin vähäiseksi. Toisaalta pieni tutkimusaineisto ei vaikuttanut johtopäätöksiin, sillä haastattelusta poimittiin vain osia, jotka vahvistivat kyselytutkimuksessa saatu informaatiota. Haastattelu toteutettiin avoimena parihaastatteluna, jotta haastattelu olisi mahdollisimman aito ja luonteva tilanne ja oppilaat pystyisivät vastaamaan kysymyksiin rehellisesti. Tämä toteutui erinomaisesti ja keskustelu oli luontevaa. Haastateltavat tytöt olivat omia oppilaitani, joten keskustelu sujui helposti, sillä tunsimme toisemme jokseenkin hyvin. En kuitenkaan opettanut heille matematiikkaa, joten niiltä osin uskon, että he uskalsivat puhua minulle rehellisesti. Tämä tekee aineistosta analysoimisen arvoisen [25, s.48]. Kertynyt aineisto oli myös merkittävä, sillä tutkimuskysymykset olivat ajankohtaisia. Motivaatio-ongelmien ollessa kasvava syy matematiikan oppimisvaikeuksissa motivaation puutteen perimmäisen syyn selvittäminen auttaa oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisemisessä.

Kvalitatiivisen tutkimuksen luotettavuuden arvioinnissa puhutaan myös aineiston riittävydestä ja kattavuudesta. Tätä voidaan arvioida aineiston kylläntymisellä eli aineiston keruun voi lopettaa, kun aineisto alkaa toistaa itseään [25, s.52]. Vaikkakaan tämä ei suoranaisesti toteutunut haastattelun osalta niin, kun liitetään haastattelu kokonaistutkimukseen, tulokset olivat samankaltaisia. Toki laajempia tuloksia oltaisiin saatu sekä kenties lisää aihetta pohtia motivaatio-ongelmien syitä, jos haastattelututkimus olisi ollut laajempi.

Analyysia on selkeä seurata, joten analyysin arvioitavuus toteutuu. Haastattelun toteutus on esitetty luvussa 4 tarkemmin ja myös kategoriat, joiden avulla haastattelua analysoitiin. Kategorioiden valinnat on myös perusteltu luvussa 4. Kategoriat ovat ennalta mietittyjä ja niiden pohjana ovat tutkimuskysymykset. Apuna käytettiin myös Huhtalan tutkimuksen tuloksia ja hänen tekemäänsä luokittelua [5]. Näiden luokittelujen perusteella haastattelu ja sen analyysi on helppo toistaa. Haastattelukysymykset on tehty kyselylomakkeen ja tutkimusongelmien pohjalta ja niiden tarkoituksena oli saada lisäselvennystä lomakkeessa esiintyviin kysymyksiin.

Kirjallisuutta

- [1] Räsänen, Kupari, Ahonen, Malinen. (toim.) (2004). Matematiikka — näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen.. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- [2] Räsänen P. & Ahonen T. (2004). Oppimisvaikeudet matematiikassa — Neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa Matematiikka — näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti s. 274–300.
- [3] Räsänen P. & Ahonen T. (2002). Teoksessa Lyytinen, Ahonen, Korhonen, Korkman, Riita. Matemattiset oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma. Helsinki: WSOY.
- [4] Huhtala S. (1999). ”Mä inhoon tätä matikkaa...” — Opiskelijan oma matematiikka oppimisvaikeuksien selittäjänä. OPH:n monistesarja. Helsinki: Oy Edita Ab.
- [5] Huhtala S. (2000). Lähihoitajan oma matematiikka. Helsinki: Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos.
- [6] Huhtala S. & Laine A. (2004) ”Matikka ei ole mun juttu” — matematiikkavaikeuksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa Räsänen, Kupari, Ahonen, Malinen (toim.). Matematiikka — näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. s. 320–346.
- [7] Lindgren S. (1986). Toiminnallisuuden ja puheen merkitys peruskoulun 4. luokan kevätlukukauden matematiikan oppisisältöjen sisäistämässä. Tampereen yliopiston Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitos.
- [8] Yrjönsuuri R. (2004). Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa Räsänen, Kupari, Ahonen, Malinen (toim.). Matematiikka — näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. s. 111-122.

- [9] Ikäheimo H, Putkonen H. & Voutilainen E. (1988). MAKEKO. Matematiikan keskeisen oppiaineuksen kokeet luokille 1-9. Helsinki: Opperi.
- [10] Opperin www-sivut *www.opperi.fi* 28.6.2012
- [11] Vosniadou S. (1994). Capturing and modelling the process of conceptual change. Teoksessa Mason L. (toim.). *Learning and Instruction*. s. 45–69.
- [12] Merenluoto K. & Lehtinen E. Käsitteellisen muutoksen näkökulma matematiikan oppimiseen ja opettamiseen. Teoksessa *Matematiikka — näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. s. 301-319.
- [13] Merenluoto, K. (2001). Lukiolaisen reaaliluku. Lukualueen laajentaminen käsitteellisenä muutoksena matematiikassa. Turun yliopiston julkaisu C 176. Turku: Painosalama.
- [14] Dreyfus T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. Teoksessa D. Tall (toim.). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher. s. 25-41.
- [15] Hart, K.M. (1981). *Children's understanding of mathematics*. London: John Murrey.
- [16] Greaber, A. & Campbell, P. (1993). Misconceptions about Multiplication and Division. *Arithmetic Teacher* 40. 7: s. 408-411.
- [17] Sulkunen S, Välijärvi J, Arffman I, Harju-Luukkainen H, Kupari P, Nissinen K, Puhakka E. & Reinikainen P. PISA 2009 ensituloksia. Jyväskylän yliopisto.
<http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2010/liitteet/okm21.pdf>
6.6.2012.
- [18] Organisation for Economic Co-operation and Development. (2008). *Luonnontieteiden, lukemisen ja matematiikan osaamisen arviointi, PISA 2006-Viitekehys*. Helsinki: Opetusministeriö.
- [19] Greer, B. & Mulhern, G. (toim.). (1989). *New directions in mathematics education*. London and New York: Routledge.
- [20] Tuomi J. & Sarajärvi A. (2002). *Laadullinen tutkimus ja sisällön analyysi*. 1.-4. painos. Helsinki: Tammi.

- [21] Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. (2004). Opetushallitus. Helsinki: Vammalan kirjapaino.
- [22] Creswell J.W. (2003). Research Design. Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches. Second Edition. London and New Delhi. International Educational and Professional Publisher Thousand Oaks.
- [23] Hirsjärvi S, Remes P. & Sajavaara P. (1997). Tutki ja kirjoita. Helsinki: Kirjayhtymä Oy.
- [24] Vehkalahti K. (2008). Kyselytutkimuksen mittarit ja menetelmät. Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.
- [25] Mäkelä K. (1990). Kvalitatiivisen analyysin arviointiperusteet. Teoksessa Mäkelä K. (toim.): Kvalitatiivisen aineiston analyysi ja tulkinta. Helsinki: Gaudeamus
- [26] Puolimatka T. (1999). Kasvatus ja filosofia. 3. painos. Helsinki: Kirjayhtymä.
- [27] Uusitalo H. (1995). Tiede, tutkimus ja tutkielma. Johdatus tutkielman maailmaan. 2. painos. Helsinki: WSOY.
- [28] Haapasalo L. (2004). Pitääkö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa Matematiikka — näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. s. 50-83.
- [29] Takala M. & Kontu E. (2006). Lukivaikeudesta lukitaitoon. Helsinki: Yliopistopaino.
- [30] Alho K, Hiltunen H, Luoma M, Pulli A. (1999). Kerroin. Yläasteen matematiikka. Kurssit 1-3. Helsinki: Otava .
- [31] Koulupudokkaiden aktivointi.
[http : //www.minedu.fi/OPM/Koulutus/artikkelit/koulupudokkaiden_aktivointi/index.html](http://www.minedu.fi/OPM/Koulutus/artikkelit/koulupudokkaiden_aktivointi/index.html)
 25.7.2012

Liitteet

1. Wilmaviesti vanhemmille

Wilmaviestistä on poistettu koulun ja rehtorin nimet. Hei! Teen keväällä tutkimusta lopputyötäni varten Helsingin yliopistolla. Tutkimukseni tarkoituksena on kartoittaa 8.- ja 9.-luokkalaisten motivaatiota ja asenteita matematiikkaa kohtaan. Kyseessä on kyselylomake sekä sen pohjalta mahdollinen haastattelu. Haastatteluun pyydän kyselyn vastausten perusteella n. 10 oppilasta kertomaan tarkemmin matematiikkaan liittyvistä asenteista sekä omista kokemuksistaan matematiikan oppijana. Kyselylomake täytetään koulussa ensi viikon aikana ja haastattelut toteutetaan toukokuun lopulla erikseen sovittavana ajankohtana kuitenkin kouluajan puitteissa. Kyselylomakkeeseen saa halutessaan laittaa nimensä ja täten antaa minulle luvan mahdollisesti haastattella häntä myöhemmin. Yksittäinen oppilas ei ole tunnistettavissa vastauksista. Tulokset käsitellään luottamuksellisesti. Koulun rehtori on myöntänyt koulun puolesta tutkimusluvan. Mikäli ette kuitenkaan halua että lapsenne osallistuu tutkimukseen, tai teillä on jotain kysyttävää, ottakaa yhteyttä sähköpostitse: suvi.muotka@helsinki.fi

Terveisin,
Suvi Muotka

2. Kyselylomake

Yliopisto-opintojeni lopputyössäni haluaisin näiden kyselylomakkeiden perusteella haastatella muutamaa oppilasta matematiikan oppimisesta sekä mielenkiinnosta ja asenteista matematiikkaa kohtaan. Jos suostut mahdolliseen haastatteluun, kirjoita paperiin nimesi ja sähköpostiosoitteesi, niin olen mahdollisesti yhteydessä sinuun myöhemmin. Kiitos jo etukäteen kaikille, jotka suostuvat haastatteluun sekä kaikille, jotka vastasivat kyselylomakkeeseeni.

Nimi: _____ (EI PAKOLLINEN)
Sähköpostiosoite: _____ (EI PAKOLLINEN) Ikä: _____

1. Valitse sopivin vaihtoehto.

Väittämät	Täysin eri mieltä	Jokseenkin eri mieltä	Jokseenkin samaa mieltä	Täysin samaa mieltä
1. Matematiikka on minulle helppoa	1	2	3	4
2. Matematiikan opiskelu on tärkeää minulle	1	2	3	4
3. Matematiikka on mielestäni mielenkiintoista	1	2	3	4
4. Luulen, että tarvitsen matematiikkaa elämässä	1	2	3	4
5. Luulen, että tarvitsen matematiikkaa työelämässä	1	2	3	4

Valitse **yksi tai useampi vaihtoehto**, joka kuvaa parhaiten ajatuksiasi

2. Matematiikan opiskelu on mielestäni

- a) Mielenkiintoista
- b) Tylsää
- c) Hyödyllistä
- d) Innostavaa
- e) Ahdistavaa
- f) Tarpeetonta
- g) Jännittävää

3. Seuraavista väittämistä minun asennettani matematiikkaa kohtaan kuvaa parhaiten

- a) En pidä matematiikasta, koska se on niin vaikeaa
- b) En pidä matematiikasta, koska se on niin helppoa
- c) Pidän matematiikasta, koska se on haastavaa
- d) Pidän matematiikasta, koska se on niin helppoa

4. Jos vastasit, että et pidä matematiikasta kerro, miksi et?

5. Jos vastasit, että pidät matematiikasta, kerro miksi?

6. Miksi matematiikka on mielestäsi tärkeää?

7. Miksi matematiikka ei ole mielestäsi tärkeää?

8. Valitse sopivin vaihtoehto.

Väittämät	Täysin eri mieltä	Jokseenkin eri mieltä	Jokseenkin samaa mieltä	Täysin samaa mieltä
1. Ongelmanratkaisu ei liity matematiikan opiskeluun.	1	2	3	4
2. Matematiikan opiskelu on pelkkää ulkoa opiskelua.	1	2	3	4
3. Sanallisissa tehtävissä on vaikea tietää, mitkä numerot ovat laskun kannalta tärkeitä.	1	2	3	4
4. Sanalliset tehtävät ovat kiinnostavia.	1	2	3	4
5. Minulla on matematiikan opettaja, jonka tunneilla tunden oppivani.	1	2	3	4

Valitse **yksi tai useampi vaihtoehto**, joka kuvaa parhaiten ajatuksiasi.

9. Minua motivoi eniten

- a) sanalliset tehtävät
- b) laskutehtävät
- c) ongelman ratkaisutehtävät
- d) muu, mikä?

10. Saan eteeni sanallisen laskutehtävän. Mitä ajattelen?

- a) En viitsi edes yrittää lukea tehtävää, kun en kuitenkaan ymmärrä.
- b) Inhoan sanallisia tehtäviä, mutta yritän ratkaista niitä edes arvaamalla.
- c) Mahtavaa, pidän sanallisista tehtävistä.
- d) Jotain muuta, mitä?

11. Onko sinulla lukemisen vaikeutta, joka haittaa matematiikan oppimista? Kuvaile kokemuksiasi lyhyesti.

12. Mitä muuta haluaisit kertoa matematiikan oppimisesta ja koulunkäynnistä?

3. Laskutehtävät

Ratkaise tehtävät. Merkitse näkyviin kaikki välivaiheet, jotka teet.

1. Ratkaise murtolaskut. Kirjoita välivaiheet näkyviin.

$$a) \frac{2}{5} + \frac{3}{4} =$$

$$b) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$c) \frac{2}{5} : \frac{3}{4} =$$

2. Kaupassa on 30% alennus kaikista tuotteista. Maija ostaa paidan, joka maksaa 59 €. Paljonko Maija joutuu paidasta maksamaan? Merkitse näkyviin kaikki tekemäsi laskutoimitukset.

3. Ratkaise yhtälöt. Merkitse näkyviin kaikki laskutoimitukset ja välivaiheet, jotka teet.

$$a) x + 5 = 2x + 1$$

$$b) 2x - 1 = \frac{1}{2}x - 4$$

4. Tuotteen kilohinta on 21,50 €. Kuinka paljon maksaa 0,450kg tuotetta? Merkitse näkyviin kaikki laskutoimitukset mitä teet.

5. Keksi sanallinen laskutehtävä, jossa tarkoituksena on ratkaista jakolasku 5:20.

4. Haastattelukysymykset

1. Miksi matematiikan opiskelu on mielestäsi vaikeaa?
2. Onko matematiikan opiskelu mielestäsi ahdistavaa ja jos on niin miksi?
3. Onko sinulla ollut jokin ikävä tilanne koulussa, joka on aiheuttanut sen, ettet pidä matematiikasta?
4. Mikä on sinulle paras tapa oppia matematiikkaa?
5. Sanalliset laskut tuottavat monelee vaikeuksia. Miten sinä koet sanalliset tehtävät?
6. Matematiikan ajatellaan monesti olevan älykkyyden mittari. Onko se sinusta näin? Miksi?
7. Kuvaile asennettasi matematiikkaa kohtaan? Onko se samanlainen muita kouluaineita kohtaan.
8. Käydään yhdessä läpi kyselylomakkeen tehtävät 2 ja 5 sekä pohditaan mitä seuraavat merkinnät tarkoittavat: $1 : 2$, $\frac{1}{2}$, $0,5$.