

Matematiikka-ahdistus

syitä, seurauksia ja selviytymiskeinoja

Anni Vaahtoranta
Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Pro gradu -tutkielma
21.5.2014

Ohjaajat:
Dosentti Taina Kaivola
pedagoginen yliopistonlehtori
Professori Juha Oikkonen
matematiikan ja tilastotieteen laitos



Tiedekunta/Osasto Fakultet/Sektion – Faculty Matemaattis-luonnontieteellinen		Laitos/Institution– Department Matematiikan ja tilastotieteen laitos	
Tekijä/Författare – Author Anni Vaahtoranta			
Työn nimi / Arbetets titel – Title Matematiikka-ahdistus – syitä, seurauksia ja selviytymiskeinoja			
Oppiaine / Läroämne – Subject Matematiikan aineenopettaja			
Työn laji/Arbetets art – Level Pro Gradu		Aika/Datum – Month and year toukokuu 2014	Sivumäärä/ Sidoantal – Number of pages 64 sivua + 2 liitettä
Tiivistelmä/Referat – Abstract <p>Matematiikka-ahdistus tarkoittaa sellaista negatiivista tunnereaktiota, joka häiritsee matemaattisten tai numeeristen tehtävien suorittamista. Sitä esiintyy suurella osalla ihmisistä ja voimakkaimmillaan se on yleensä yläkoulussa. Matematiikka-ahdistus vaikeuttaa uuden asian oppimista matematiikantunneilla ja saa lisäksi henkilön vaikuttamaan kyvyttömämmältä matematiikassa kuin onkaan. Matematiikka-ahdistuksesta kärsivillä on taipumus pyrkiä välttämään matematiikkaa, mikä heikentää heidän saavutuksiaan entisestään.</p> <p>Matematiikka-ahdistuksen hoitokeinot vaativat runsaasti ylimääräisiä resursseja, joten olisi järkevää kiinnittää huomiota tapoihin, joilla matematiikka-ahdistusta voidaan ennaltaehkäistä tavallisessa luokkaopetuksessa. Opettajan asenteet vaikuttavat oppilaisiin voimakkaasti. Abstraktin ajattelun kehittymistä tulee tukea erityisen hyvin. Oppilaita tulee ohjata käsitteiden ymmärtämiseen ulkoa muistamisen sijaan. Luokkaan pitäisi saada luotua keskusteleva ja miellyttävä oppimisympäristö ja arvioinnin tulee olla kannustavaa, painottuen mielellään muuhun kuin kokeiden pitämiseen.</p> <p>Matematiikka-ahdistusta tarkasteltiin tässä tutkimuksessa tapaustutkimuksen keinoin tutustuen lähemmin yhden 8.-luokkalaisen nuoren, Minnan, kokemuksiin ja ajatuksiin. Informantti valikoitui tutkimukseen saatuaan korkeimmat pisteet matematiikka-ahdistusta mittaavassa kyselytutkimuksessa. Varsinainen aineisto kerättiin kolmessa kahdenkeskisessä tapaamisessa Minnan kanssa haastattelujen ja toiminnan kautta. Tapaamisissa haluttiin selvittää, miten Minnan matematiikka-ahdistus on kehittynyt, millaiseksi hän kokee matematiikan ja sen opiskelun ja miten hän opiskelee matematiikkaa.</p> <p>Kerätyn aineiston perusteella voidaan olettaa, että Minnan ahdistavien kokemusten ja epäonnistumisten merkittävimpänä syynä on ollut liiallinen kiire opittavien asioiden läpikäymisessä. Minnan matemaattinen itseluottamus on heikko, hänellä ei vaikuta olevan sisäistä motivaatiota matematiikan oppimiseen, hän on lähes kokonaan lakannut yrittämästä ymmärtää opittavia asioita, mutta näyttää siltä, että hän voisi saada siihen eväitä konkreettisista välineistä. Minnalla on merkittäviä aukkoja ala-asteella opetuissa asioissa, mikä vaikeuttaa hänen matematiikanopiskeluaan yläasteella ja todennäköisesti myös jatkossa. Päästäkseen eroon matematiikka-ahdistuksesta Minnan tulisi saada lisää onnistumisen kokemuksia, luopua ulkoopettelun strategiasta, paikata jo syntyneet aukot ja oppia kohtaamaan eteen tuleva matematiikka rohkeasti.</p>			
Avainsanat – Nyckelord – Keywords Matematiikka-ahdistus, yläkoulu, matematiikan opetus, oppimisvaikeudet			
Säilytyspaikka – Förvaringställe – Where deposited Helsingin yliopisto, Kumpulan kampuskirjasto			
Muita tietoja – Övriga uppgifter – Additional information			

Sisällyshuettelo

Johdanto	1
1 Matematiikka-ahdistuksen esiintyminen ja vaikutus	3
1.1 Matematiikka-ahdistuksen vaikutus matemaattiseen kyvykkyyteen	4
1.1.1 Välttämisreaktio	6
1.1.2 Matematiikka-ahdistus ja työmuisti	7
1.2 Matematiikka-ahdistuksen yhteyksiä muihin tekijöihin	9
2 Syitä matematiikka-ahdistuksen syntyyn	10
2.1 Ashcraftin tutkimusryhmän teoria	10
2.2 Strawdermanin malli	12
2.2.1 Positiivinen ja negatiivinen kierre matematiikan oppimisessa	13
2.2.2 Ajautuminen positiivisesta kierteestä negatiiviseen	16
2.3 Sukupuolierot, stereotypiat ja matematiikkapelko	17
2.3.1 Matemaattisten alojen miesvaltaisuudesta	20
3 Matematiikka-ahdistuksen tunnistaminen, hoito ja ennaltaehkäisy	21
3.1 Matematiikanluokka ilman ahdistusta	23
3.2 Matematiikka-ahdistuksen mittareita	26
4 Tapaustutkimus tutkimusmenetelmänä	27
5 Tutkimuksen toteuttaminen	28
5.1 Tutkimuskysymykset	28
5.2 Informantin valinta	28
5.3 Tapaamiset informantin kanssa ja niiden raportointi	31
5.4 Luotettavuustarkastelu ja tutkimusmenetelmien valinta	32
6 Millaista tietoa saatiin	34
6.1 Tapaamisten toiminnalliset osuudet	34
6.1.1 Ensimmäinen tapaamiskerta – ongelmakohtien kartoitus	34
6.1.2 Toinen tapaamiskerta – itsevarmuutta kertolaskujen kanssa	35

6.1.3	Kolmas tapaamiskerta – konkreettista otetta desimaalilukuihin..	38
6.2	Haastattelut.....	42
6.2.1	Miten matematiikasta tuli Minnalle ahdistavaa?.....	42
6.2.2	Millaista matematiikanopiskelu on Minnan mielestä?	45
6.2.3	Miten Minna opiskelee matematiikkaa?	51
7	Synteesi	56
8	Lähteet.....	62
	Liitteet.....	65
	Liite 1. Kyselylomake matematiikka-ahdistuksen mittaamista varten	
	Liite 2. Sousan (2008, 43) esimerkki kertolaskujen oppimisen vaikeudesta	

Johdanto

Matematiikka-ahdistus on ilmiö, jonka yhteiskunnalliset vaikutukset saattavat olla suuremmat kuin minkään muun matematiikkaan liittyvän oppimisvaikeuden (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007). Se on hyvin yleinen osasy matematiikan oppimisen vaikeuksiin ja vaikuttaa häiritsevästi laajan ihmisryhmän elämään ja ratkaisuihin, kuten ammatinvalintaan. Teknologiakeskeisessä yhteiskunnassamme on suurta resurssien haaskausta, jos iso osa potentiaalisista osaajista hakeutuu lähinnä matematiikka-ahdistuksen vuoksi muille aloille.

Mikä sitten tekee matematiikasta ahdistavaa? Voiko ahdistuksesta päästä eroon tai voiko sen kanssa oppia elämään? Voitaisiko koulumaailmassa ottaa paremmin huomioon matematiikka-ahdistuksen riskitekijät?

Tässä matematiikan opettajalinjan Pro Gradu -työssä matematiikka-ahdistuksen aihepiiriä valotetaan kahdesta näkökulmasta. Ensimmäinen on laaja kirjallisuuteen perustuva katsaus matematiikkapelosta ilmiönä ja toinen on tapaustutkimuksellinen empiirinen osuus jossa pureudutaan yhden nuoren tilanteeseen. Lopuksi edellisten pohjalta luodaan synteesi, jossa empiiristä aineistoa tarkastellaan aiemman tutkimuksen valossa ja tutkimustieto tulee eläväksi todellisten kokemusten kautta.

Tutkimuksen tavoitteena on päästä sisälle sellaisen nuoren kokemusmaailmaan, jolle matematiikka aiheuttaa ahdistuksen tunteita. Miten matematiikasta on tullut hänelle ahdistavaa, millaiseksi hän kokee matematiikan ja sen opiskelun ja miten hän matematiikka-ahdistuksesta huolimatta opiskelee matematiikkaa?

Ensimmäisessä luvussa esitellään matematiikka-ahdistusta ilmiönä, sen esiintymistä yhteiskunnassa ja vaikutusta yksilön toimintaan. Toisessa luvussa esitellään kaksi matematiikka-ahdistuksen synnyn selitysmallia ja sukupuolen vaikutusta matematiikka-ahdistukseen. Kolmannessa luvussa kerrotaan konkreettisia keinoja matematiikka-ahdistuksen huomioon ottamiseen, sen tunnistamiseen, hoitoon ja ennaltaehkäisyyn.

Neljäs luku esittelee lyhyesti tässä tutkimuksessa käytetyn tutkimusmenetelmän, tapaustutkimuksen. Viidennessä luvussa kerrotaan, miten tutkimus toteutettiin ja aineisto kerättiin ja kuudennessa esitellään kerätty aineisto. Viimeisessä luvussa luodaan saadusta aineistosta ja teorian tiedosta synteesi.

1 Matematiikka-ahdistuksen esiintyminen ja vaikutus

Matematiikkapelko tai *matematiikka-ahdistus* (mathematical anxiety, math anxiety, math phobia, fear of math) määritellään yleisesti sellaiseksi hermostuneisuuden, levottomuuden ja pelon tunteeksi, joka häiritsee tehtävästä suoriutumista käsiteltäessä numeroita ja ratkaistaessa matemaattisia ongelmia. Matematiikka-ahdistus ilmenee niin arkielämän tilanteissa kuin teoreettisissa asiayhteyksissäkin (esim. Ashcraft 2002, 181; Richardson ja Suinn 1972, 551).

Matematiikka-ahdistus ei ole yhteydessä yleiseen älykkyyteen. Älykkyystestien tulokset ovat matematiikka-ahdistuksesta kärsivillä keskimäärin hieman heikompia kuin muilla. Tämä riippuvuus selittyy kuitenkin matematiikka-ahdistuksen vaikutuksella suoriutumiseen sellaisissa älykkyystestien tehtävissä, joissa käsitellään lukumääriä (Ashcraft 2002, 182; Hembree 1990: Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007).

Matematiikka-ahdistusta näyttää esiintyvän hieman enemmän naisilla kuin miehillä. Naisilla matematiikka-ahdistus ilmenee myös jonkin verran voimakkaampana kuin miehillä: Matematiikka-ahdistuksesta kärsivät naiset saavat keskimäärin n. 1/6 keskihajontaa korkeampia pistemääriä matematiikka-ahdistusta mittaavissa testeissä kuin matematiikka-ahdistuksesta kärsivät miehet. (Ashcraft 2002, 182)

Matematiikka-ahdistusta tavataan jo alakouluikäisillä, mutta voimakkaimmillaan se ilmenee yleensä yläkoulussa (Hembree 1990: Geary 1994, 274). Ashcraftin ja Mooren tutkimusten mukaan (2009) alakoulun ensimmäisillä luokilla matematiikka ei huolestuta oppilaita, mutta jo neljännellä ja viidennellä luokalla levottomuutta ja pelkoa alkaa ilmetä.

Matematiikka-ahdistuksesta kärsivillä on suuri todennäköisyys kärsiä myös muuntyyppisistä peloista. Erityisesti koeahdistuksella ja matematiikka-ahdistuksella on merkittävä tutkimusperustainen yhteys (Hembree 1990: Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007). On kuitenkin havaittu, että matematiikka-

ahdistus on oma erillinen ilmiönsä (Ashcraft 2002, 182). Eräässä kokeessa voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivillä koehenkilöillä todettiin fyysisiä reaktioita kuten esimerkiksi muutoksia sydämen sykkeessä heidän suorittaessaan matemaattisia tehtäviä. Tehtävien vaikeutuessa reaktiot voimistuivat. Kun samat koehenkilöt suorittivat aina vain vaikeammiksi muuttuvia sanallisia tehtäviä, ei vastaavaa reaktiota ollut havaittavissa. Sellaisilla koehenkilöillä, joille matematiikka ei aiheuta ahdistusta, ei vastaavaa reaktiota havaittu kummassakaan tehtävässä. (Faust 1992: Ashcraft 2002, 182)

Matematiikka-ahdistusta esiintyy joidenkin arvioiden mukaan jopa 60 prosentilla aikuisväestöstä Amerikassa (Burns 1998: Sousa 2008, 171). Luku riippuu kuitenkin ensi-sijassa siitä, miten Matematiikka-ahdistus määritellään. Matematiikka-ahdistus voi ilmetä monin tavoin, esimerkiksi hieman epämiellyttävänä tunteena tai täysin lomaannuttavana pelkoreaktiona. Se voi myös olla mitä tahansa näiden kahden ääripään välillä. Ashcraft ja kumppanit (2007, 329–348) ovat käyttäneet tutkimuksissaan rajausta, jossa voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsiviksi luokitellaan henkilöt, joiden pisteet matematiikka-ahdistusta mittaavissa kyselyissä on vähintään keskihajonnan verran korkeampia kuin vastanneilla keskimäärin. Tämän rajauksen mukaan näitä voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsiviä ihmisiä olisi noin 17 % väestöstä. Tämä ei kuitenkaan sulje pois mahdollisuutta siihen, että jonkinasteista, tai jopa voimakasta, matematiikka-ahdistusta esiintyisi jopa valtaosalla väestöstä.

1.1 Matematiikka-ahdistuksen vaikutus matemaattiseen kyvykkyyteen

Matematiikka-ahdistuksesta kärsivät henkilöt menestyvät usein keskimäärin muita huonommin matematiikan kokeissa. Matematiikka-ahdistus vaikuttaa vähemmän suoriutumiseen helpommassa kuin vaikeassa matematiikassa (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007).

Matematiikka-ahdistus ja koeahdistus näyttävät lisäävän stressaavassa tilanteessa koettujen tunteiden voimakkuutta, millä on negatiivinen vaikutus suoriutumiseen. Voimakkaana koetut tunteet ovat yhteydessä kiihtymyksen tunteeseen, joka vaikeuttaa keskittymistä käsillä olevaan tehtävään. Äänet ja

muut ulkoiset häiriötekijät häiritsevät tällöin keskittymistä normaalia enemmän. Monet kokevat kiihtyneen tilan epämiellyttävänä, jolloin nopea ja virhealtis ratkaisu houkuttelee tilanteesta eroon pääsemiseksi (Ellis, Varner, ja Becker 1993; Geary 1994; Geary 1994, 275).

Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikassa pärjäämisen suhde on kiistelty, mutta näyttää siltä, että matematiikka-ahdistus saa henkilön vaikuttamaan kyvyttömämmältä matematiikassa kuin hän todellisesti onkaan. Tehokas matematiikka-ahdistuksen hoito - ilman ylimääräistä valmennusta matematiikassa sinänsä - on esimerkiksi parantanut merkittävästi opiskelijoiden suoriutumista matematiikassa ja tuonut heidät lähes samalle tasolle muiden kanssa, eli heidän todellisten kykyjensä mukaiselle tasolle (Hembree 1990; Ashcraft 2002, 182).

Matemaattisten kykyjen arviointi standardisoiduilla testeillä on siis ongelmallista, mikäli viitteitä matematiikka-ahdistuksesta on olemassa. Matematiikka-ahdistuksesta kärsivien suoritus nimittäin laskee merkittävästi pelkoreaktion ilmetessä, mikä tapahtuu erityisesti rajatussa ajassa tehtäväksi määrättyssä, tärkeässä koetilanteessa. Ashcraft ja Moore (2009, 201) kutsuvat ilmiötä nimellä *affective drop*. Heidän mukaansa suorituksen heikentymistä ilmenee koetilanteiden lisäksi myös luokkahuonetilanteissa erityisesti silloin, kun oppilaan pyydetään muun luokan kuullen vastaamaan johonkin kysymykseen tai ratkaisemaan tehtävän. Tästä syystä on myös todennäköistä, että matematiikka-ahdistuksesta kärsivä henkilö oppii matematiikan tunnilla vähemmän kuin muut oppilaat keskimäärin.

Matematiikka-ahdistuksen ja matemaattisen kyvykkyyden yhteyden tutkiminen on siis erittäin hankalaa, koska on vaikea erottaa, milloin matematiikka-ahdistuksesta kärsivän huonompi menestyminen kokeessa johtuu hänen heikommista kyvyistään matematiikassa ja milloin taas on kyse matematiikka-ahdistuksen aiheuttamasta suorituksen heikentymisestä. Siksi suuri osa matematiikka-ahdistuksen vaikutuksista selvittävistä testeistä tehdään perusaritmetiikan tehtävillä (Ashcraft ja Moore 2009).

Seuraavassa tarkastellaan lähemmin kahta tekijää, jotka vaikuttavat usein matematiikka-ahdistuksesta kärsivien matemaattisen kyvykkyyden kehittymiseen: matematiikka-ahdistuksesta kärsivien taipumusta välttää

matematiikkaa sekä työmuistin merkitystä matemaattisista tehtävistä suoriutumisessa.

1.1.1 Välttämisreaktio

Yksi ilmeinen syy matematiikka-ahdistuksesta kärsivien heikommalle menestykselle matematiikassa on heidän taipumuksensa välttää tilanteita, joissa he joutuvat olemaan tekemisissä matematiikan kanssa. Toisinaan puhutaan erikseen globaalista ja paikallisesta välttämisestä (*global and local avoidance*) (Ashcraft 2002, 183).

Gloaali välttämisreaktio ilmenee siten, että matematiikka-ahdistuksesta kärsivät henkilöt ottavat mahdollisimman vähän matematiikan kursseja koulussa eivätkä valmistaudu asianmukaisesti matematiikan kokeisiin. He eivät myöskään hakeudu aloille, joilla tarvitaan paljon matematiikkaa (mm. Tobias 1995). Paikallinen välttämisreaktio taas näkyy matematiikka-ahdistuksesta kärsivien taipumuksena vastata nopeasti matemaattisiin kysymyksiin virheettömyyden kustannuksella. Mitä nopeammin kysymykseen vastaa, sitä vähemmän aikaa joutuu sillä kertaa olemaan tekemisissä matematiikan kanssa ja edellä kuvatussa pelkoreaktion nostattamassa kiihtymyksen tilassa, mutta virheiden määrä kasvaa huimasti. (Ashcraft 2002, 183)

Välttämistaipumuksen kehittymisen yhtenä riskitekijänä voidaan nähdä opettaja, joka ilmaisee vaatimuksensa oikeellisuuteen, mutta tarjoaa vain vähän kognitiivista tukea ja motivointia oppitunnilla. Välttämistaipumusta esiintyy vähemmän sellaisten opettajien oppitunneilla, jotka painottavat oppimista, ymmärtämistä, vaivannäköä ja hauskuutta sekä näyttävät, että ajoittainen epävarmuus, virheistä oppiminen ja kysymysten kysyminen ovat luonnollisia ja välttämättömiä oppimisen osasia (Turner ym. 2002, 102).

Matematiikka-ahdistuksesta kärsivät henkilöt opiskelevat yleensä määrällisesti keskimääräistä vähemmän matematiikkaa, eli esimerkiksi valitsevat lukiossa lyhyen matematiikan pitkän matematiikan sijaan ja opiskelevat matematiikkaa vain pakollisten kurssien verran. Koska heillä on keskimääräistä useammin myös negatiivinen asenne matematiikkaa kohtaan, he tulevat opiskelleeksi vähemmän kursseja huonommalla asenteella ja itseluottamuksella. Tästä seuraa väistämättä muita heikompi menestyminen matematiikassa, eli vähemmän

opittua matematiikkaa. Tällaisesta, muillekin fobioille tyypillisestä käytöksestä monet tutkijat (mm. Ashcraft, Krause ja Hopko 2007) käyttävät nimeä *depicting avoidance*, joka tarkoittaa suoraan suomentaen kuvaavaa välttelyä.

Matematiikka-ahdistus on yhteydessä matematiikan tekemiseen, mentaalisiin prosesseihin, joita hyödynnetään numeroiden kanssa toimiessa. Yksi mahdollinen syy matematiikka-ahdistuksesta kärsivien huonompiin suorituksiin on se, että pitkäaikaisen matematiikan välttämisen ja väistämättä eteen tulleen matematiikan vähäisemmän hallinnan vuoksi he ovat yksinkertaisesti vähemmän päteviä matematiikassa. Tämä selitys ei kuitenkaan ole täysin tyydyttävä. Eräässä tutkimuksessa havaittiin esimerkiksi, että samassa yhteenlaskutehtävässä, jossa ensin havaittiin huomattavia eroja suoriutumisessa matematiikkapelkoisten ja muiden välillä, ei eroa ollut lainkaan, kun tilanteen ahdistavuus pyrittiin minimoimaan ja koe suoritettiin ilman aikarajoitteita kynää ja paperia käyttäen. Monimutkaisemman matematiikan osalta on hankalampaa erottaa toisistaan matematiikka-ahdistuksen ja kykyjen vaikutuksia suoriutumiseen (Ashcraft ja Kirk 2001, 235). Oletettavasti varhaisessa vaiheessa syntynyt matematiikka-ahdistus kuitenkin vaikuttaa myöhemmässä vaiheessa oppimiseen negatiivisesti siten, etteivät matemaattiset kyvytkään kehity samalla tavalla kuin muilla oppilailta.

1.1.2 Matematiikka-ahdistus ja työmuisti

Pelko tai ahdistus, liittyy se sitten matematiikkaan tai ei, kuormittaa työmuistia. Osa työmuistin rajallisesta kapasiteetista kuluu näiden negatiivisten tunteiden käsittelyyn varsinaisen tehtävän sijaan. Pelko aiheuttaa vaikeuksia tarkkaavaisuuden kontrolloinnissa ja itsesäätelyssä, mikä lisää huomion kohdistumista ympäristön ärsykkeisiin (Eysenck ym. 2007).

Matematiikka-ahdistuksesta kärsivillä henkilöillä on keskimäärin suurempia vaikeuksia jättää huomiotta häiriötekijöitä riippumatta siitä, liittyivätkö varsinainen tehtävä tai häiriötekijät matematiikkaan vai eivät. Eräässä tutkimuksessa todettiin kuinka matematiikka-ahdistuksesta kärsivien häirittevyyskynnys oli alentunut sekä laskutehtävissä että kielellisessä tehtävässä, vaikka oletuksena oli, että matematiikka-ahdistuksen vaikutusten ei pitäisi näkyä ei-matemaattisissa yhteyksissä. (Hopko ym. 1998, 351)

Mahdollisesti yhtenä syynä matematiikka-ahdistuksen suoritusta heikentäville vaikutuksille onkin puhtaiden kykyerojen sijaan matematiikka-ahdistuksen välitön vaikutus suoriutumiseen, *on-line math anxiety influence*. Tämän välittömän vaikutuksen johdosta matematiikka-ahdistuksesta kärsivän käytössä oleva työmuisti supistuu hetkellisesti pelkoreaktion ilmetessä ja tämä heikentää suoritusta. Työmuistin ylimääräinen kuormitus on sitä voimakkaampaa, mitä huonommin henkilö kykenee jättämään päällekyyvät tunteet huomiotta ja sitä vaikeampaa hänen on keskittää tarkkaavaisuutensa ja ponnistelunsa varsinaiseen tehtävään. Työmuistin supistumista havaitaan kaikissa matematiikkaan liittyvissä tehtävissä, joiden suorittaminen on riippuvaista työmuistista, erityisesti sellaisessa matematiikassa, jossa tarvitaan proseduraalista tietoa, kuten monivaiheisissa tehtävissä, joissa täytyy laittaa järjestykseen ja pitää lukua ratkaisun vaiheista (Ashcraft ja Kirk 2001, 235). Matematiikka-ahdistuksen vaikutukset näyttävätkin olevan minimaaliset aritmeettisissa rutiiniprosesseissa, kuten yksinkertaisten tulosten muistamisessa, koska työmuisti ei näissä tilanteissa juurikaan kuormitu (Ashcraft 2002, 184).

Työmuistin kapasiteetilla ja matematiikka-ahdistuksella on negatiivinen yhteys toisiinsa. Matala työmuistikapasiteetti ei ole välttämätön piirre matematiikka-ahdistuksesta kärsiville, mutta se voi olla yksi matematiikka-ahdistuksen kehittymiseen vaikuttavista riskitekijöistä (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007). Matematiikka-ahdistuksen ja sen aiheuttaman työmuistin hetkellisen aleneman vaikutukset tulevat esille useammassa tilanteissa ja voivat aiheuttaa vakavia ongelmia, jos henkilön työmuistikapasiteetti on muutenkin normaalia rajoittuneempi.

Henkilöillä, joilla matematiikka-ahdistus on suurta, on suuria ongelmia erityisesti yhteenlaskuissa, joissa tarvitaan ”carry-operaatiota” eli täyden kymmenen muistiin laittamista seuraavaan sarakkeeseen lisäämiseksi, koska tämä kuormittaa työmuistia. Tutkimuksessa on havaittu lisäksi, että mikäli tällainen tehtävä piti suorittaa samanaikaisesti toissijaisen työmuistia kuormittavan tehtävän kanssa, matematiikka-ahdistuksesta kärsivien suoriutuminen romahti entisestään. Tässä tutkimuksessa ei kuitenkaan saatu

näyttöä suoriutumisen huonontumisesta ei-numeerisessa tehtävässä, jossa toimittiin pelkästään kirjaimilla (Ashcraft ja Kirk 2001, 227–231).

1.2 Matematiikka-ahdistuksen yhteyksiä muihin tekijöihin

Matematiikka-ahdistus korreloi negatiivisesti ja melko voimakkaasti monien matematiikan asennemittareiden, kuten matematiikasta pitämisen, itseluottamuksen ja motivaation kanssa. Matematiikka-ahdistuksesta kärsivät siis harvoin pitävät matematiikasta ja heidän motivaationsa matematiikkaa kohtaan ja matemaattinen itseluottamuksensa ovat usein heikkoja. Matematiikka-ahdistus korreloi negatiivisesti ja kohtalaisesti myös koulutuksellisten tekijöiden, kuten kouluarvosanojen ja opiskeltavien matematiikankurssien määrän kanssa. Matematiikan välttäminen onkin, kuten edellä kerrottiin, erittäin tyypillistä matematiikka-ahdistuksesta kärsiville henkilöille (Ashcraft ja Moore 2009).

Matematiikka-ahdistuksesta kärsivät henkilöt hakeutuvat ymmärrettävästi aloille, joilla matematiikka ei ole kovin keskeisessä osassa, mutta tulevien sukupolvien matematiikan taitoja ja asenteita ajatellen erittäin huolestuttava havainto Amerikkalaisista korkeakouluista on, että suhteessa kaikkein eniten matematiikka-ahdistuksesta kärsiviä opiskelijoita on alaluokkien opettajankoulutuksessa (Hembree 1990; Ashcraft ja Moore 2009).

Näyttää siltä, että matematiikkapelosta kärsiville tyypillistä on tavallista heikompi numerovaisto, *number sense* (ks. esim. Dehaene 1999). He tekevät esimerkiksi keskimääräistä enemmän virheitä tehtävissä, joissa täytyy vastata, onko monen mielestä itsestään selvästi virheelliseltä näyttävä laskutoimitus, kuten $9 + 7 = 39$, oikein vai väärin (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007). Koska tämä numerovaisto kehittyy yleensä huomattavasti varhaisemmassa vaiheessa kuin matematiikka-ahdistus (Sousa 2008), on heikko numerovaisto todennäköisesti enemmän yksi matematiikkapelon riskitekijöistä kuin sen seuraus.

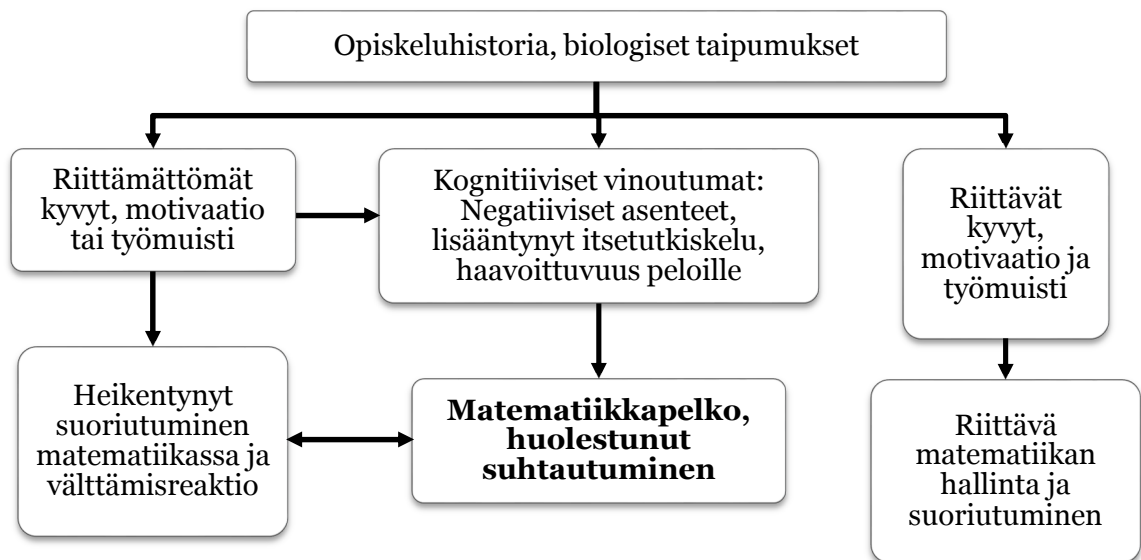
2 Syitä matematiikka-ahdistuksen syntyyn

Edellä on jo käynyt ilmi monia seikkoja, jotka ovat yhteydessä matematiikka-ahdistukseen ja sen kehittymiseen. Tässä luvussa esitellään kaksi matematiikka-ahdistuksen synnyn selitysmallia. Ensimmäisenä on Mark Ashcraftin tutkimusryhmän teoria, jossa tarkastellaan erityisesti kehityksellisten ja koulutuksellisten tekijöiden vaikutusta matematiikka-ahdistuksen syntyyn. Toisena esitellään Virginia Strawdermanin luoma malli, jossa keskiössä ovat positiivinen ja negatiivinen kierre matematiikan oppimisessa, sekä matematiikka-ahdistuksen keskeinen rooli negatiivisessa kierteessä ja siihen ajautumisessa.

2.1 Ashcraftin tutkimusryhmän teoria

Matematiikka-ahdistusta tutkinut Nevadan yliopiston professori Mark Ashcraft on tutkimusryhmänsä kanssa muodostanut oman teoriansa (Kuva 1) matematiikka-ahdistuksen todennäköisistä syistä (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007). Matematiikka-ahdistuksen syntyyn vaikuttavia tekijöitä ovat teorian mukaan henkilökohtaiset oppimiskokemukset ja opiskeluhistoria, biologiset taipumukset, alentunut laskutaito edistyneemmässä matematiikassa, kognitiiviset ennakkoluulot, työmuistin vajaus ja taipumus omien sisäisten tuntemustensa vatvomiseen (rumination). Matematiikka-ahdistus on tulosta joidenkin yllä mainittujen tekijöiden yhteisvaikutuksesta.

Riittämättömät matemaattiset kyvyt kasvattavat todennäköisyyttä matematiikkapelon syntyyn, mikä puolestaan johtaa suoritusten huononemiseen ja matematiikan välttämiseen. On kuitenkin tärkeä muistaa, että riittämättömät kyvyt todennäköisesti vaikuttavat suoritukseen negatiivisesti ahdistuksen tuntemuksista riippumattakin. Hyvä suoriutuminen puolestaan edesauttaa asiaankuuluvien taitojen kehittymisessä, ehkäisee kognitiivisten ennakkoluulojen syntymistä ja pelkoja, auttaa motivaation ylläpitämisessä ja aiheuttaa suuremmalla todennäköisyydellä taipumuksen hakeutua matematiikan pariin välttämistä taipumuksen sijaan.



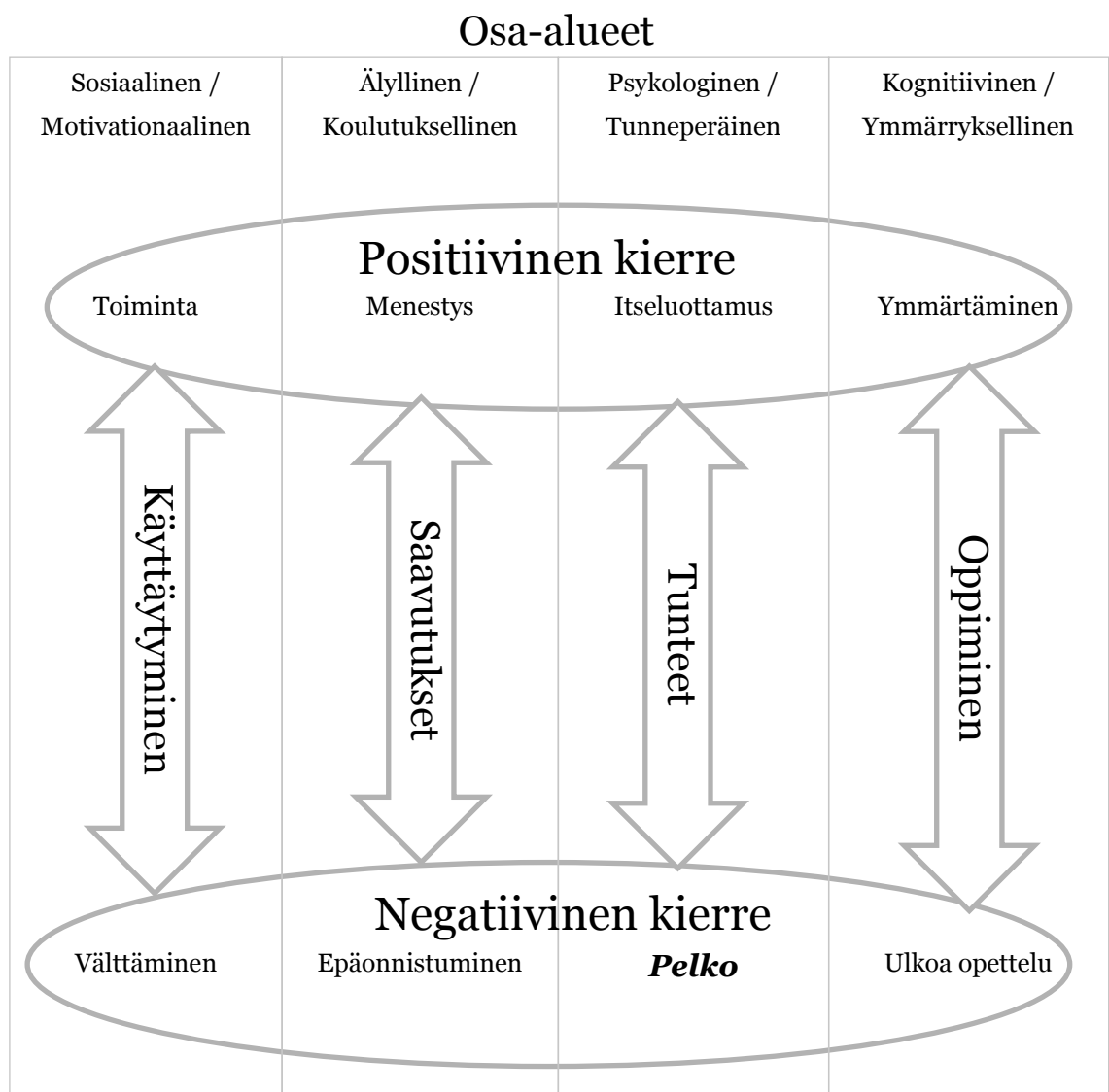
Kuva 1 Matematiikkapelon vuorovaikutus sen syntyyn vaikuttavien kehityksellisten ja koulutuksellisten tekijöiden kanssa. (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007, 343)

Yksi Ashcraftin tutkimusryhmän esiin tuoma havainto matematiikka-ahdistuksen syntyyn liittyen on lisäksi se, että matematiikka-ahdistusta alkaa esiintyä koulussa enenevässä määrin vasta yläkouluun siirtymisen aikoihin, eli keskimäärin jonkin verran myöhemmin kuin muita fobioita, kuten sosiaalisten tilanteiden pelkoa. Matematiikka-ahdistuksen lisääntyminen saattaa heidän arvionsa mukaan olla voimakkaammin yhteydessä opittavien asioiden vaikeutumiseen yläkouluun siirryttäessä kuin oppilaiden ikään.

Toinen huomio on, että matematiikka-ahdistuksen vaikutukset ovat ilmeisempiä lapsilla, joilla on ollut vaikeuksia matematiikan oppimisessa. Syynä tähän saattaa olla työmuistin kapeus, joka sekä vaikeuttaa matematiikan oppimista, että voimistaa matematiikka-ahdistuksen vaikutuksia (ks. alaluku 1.1.2 Matematiikka-ahdistus ja työmuisti). Toinen mahdollinen ja luonnolliselta tuntuva syy on, että vaikeudet matematiikan oppimisessa ovat aiheuttaneet oppilaalle tavallista enemmän negatiivisia kokemuksia matematiikan parissa.

2.2 Strawdermanin malli

Vuonna 1985 tarkastetussa väitöskirjassaan *A description of mathematics anxiety using an integrative model* yhdysvaltalainen tohtori Virginia Strawderman loi havainnollisen mallin (Kaavio 1) matematiikka-ahdistuksesta ja sen yhteydestä ympäröiviin tekijöihin. Seuraavassa esittelen Strawdermanin mallin hänen myöhemmän kirjoituksensa (Strawderman 2012) pohjalta, jossa mallia on hieman täydennetty alkuperäisestä väitöskirjatyöstä.



Kaavio 1 Strawdermanin malli matematiikka-ahdistuksesta ja sen yhteydestä ympäröiviin tekijöihin

Alkuperäisen mallin pohjana ovat seuraavat kolme matematiikka-ahdistuksen kehittymisen kannalta olennaista osa-aluetta:

1. sosiaalinen / motivationaalinen
2. älyllinen / koulutuksellinen
3. psykologinen / tunneperäinen

Myöhemmin malliin lisättiin neljäs osa-alue, eli

4. kognitiivinen / ymmärryksellinen.

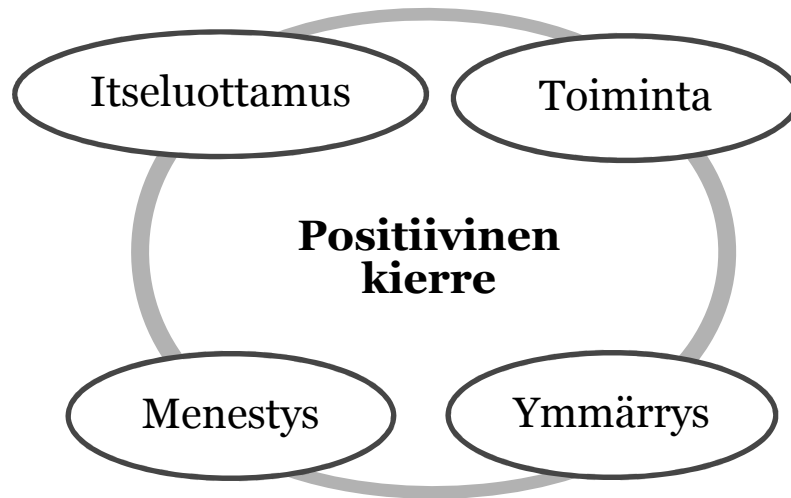
Jokainen osa-alue sisältää kuvassa kaksisuuntaisena nuolena esitetyn jatkumon ääripäineen, jolle kuka tahansa oppilas voidaan sijoittaa mihin tahansa kohtaan ääripäiden välille. Oppilaat sijoittuvat sosiaalisen ja motivationaalisen osa-alueen jatkumolle käyttäytymisen mukaan, eli sen mukaan, hakeutuvatko he aktiivisesti matematiikan pariin (toiminta) vai pyrkivätkö enemmän välttämään matematiikkaa. Muiden ihmisten toiminta ja asenteet vaikuttavat oppilaan sijoittumiseen tällä jatkumolla, mutta viime kädessä valinnan käyttäytymisestäään tekee kuitenkin yksilö itse. Älyllisen ja koulutuksellisen osa-alueen osalta jokaisella oppilaalla on oma näkemyksensä saavutuksistaan matematiikassa. Tällä jatkumolla sijoittumiseen vaikuttaakin ensi sijassa se, kokeeko oppilas itse menestyneensä vai epäonnistuneensa matematiikan opiskelussa, eivätkä esimerkiksi opettajan antamat arvosanat. Tunneperäinen osa-alue on riippuvainen henkilön tunnehistoriasta. Tunne-jatkumon ääripäinä ovat matematiikan yhteydessä ilmenevät itseluottamus ja pelko, joista jälkimmäinen on mallin olennainen motivaattori, vaikei teknisesti ole sen keskeisemmällä paikalla mallissa, kuin muutkaan jatkumoiden ääripäät.

Alkuperäisen mallin julkaisemisen jälkeen on havaittu, kuinka ymmärtämisellä on keskeinen rooli matematiikka-ahdistuksen synnyssä ja mallia täydentämään lisättiin kognitiivinen osa-alue. Oppimisen jatkumolla oppilaiden oletetaan sijoittuvan jonnekin ymmärtämisen ja ulkoa oppimisen välimaastoon.

2.2.1 Positiivinen ja negatiivinen kierre matematiikan oppimisessa

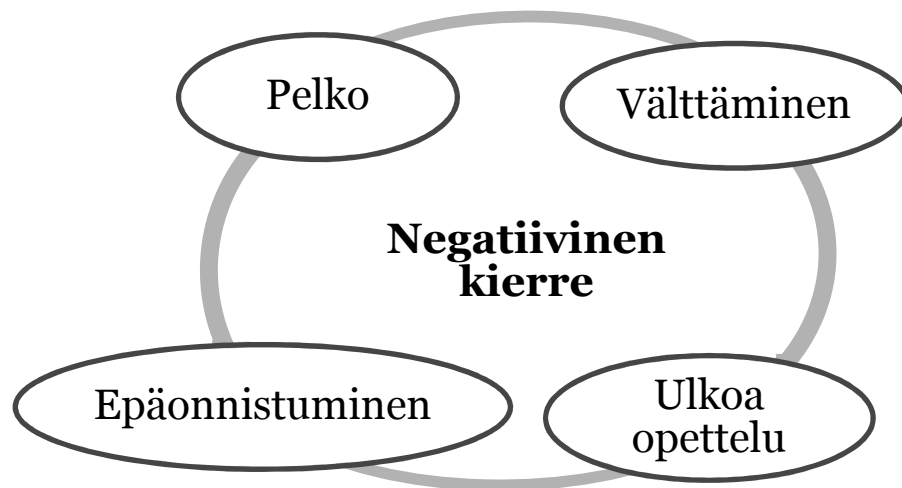
Edellä kuvailut jatkumoiden ääripäät vaikuttavat toisiinsa muodostaen positiivisen ja negatiivisen kierteen (Kuva 2 ja Kuva 3). Toiminta, menestys,

itseluottamus ja ymmärtäminen sekä tahollaan välttäminen, epäonnistuminen, pelko ja ulkoa opettelu ruokkivat toisiaan.



Kuva 2 Positiivinen kierre matematiikan oppimista edistävien tekijöiden välillä (Strawdermania (2012) mukailten).

Lienee selvää, että menestyminen matematiikassa tuo itsevarmuutta ja ehkä myös halua hakeutua sen pariin. Matemaattinen harrastuneisuus ja matematiikan pariin hakeutuminen, puolestaan lisää menestymisen edellytyksiä ja itsevarmuutta. Itsevarmuuskin parantaa todennäköisyyttä menestyä ja luo pohjan harrastuneisuudelle. (Betz 1977: Strawderman 2012) Ymmärryksen ja toiminnan vuorovaikutusta Strawderman arvelee voitavan selittää seuraavasti: ”*Oppilaat, jotka ymmärtävät matematiikkaa syvällisemmin, saattavat olla paremmin tietoisia sen hyödyllisyydestä ja voimasta ja harjoittavat sitä sen takia*”, ja ehkä juuri siksi ymmärtävät sitä yhä paremmin. Selvältä vaikuttaa myös se, että ymmärrys myötävaikuttaa menestykseen ja antaa itsevarmuutta. Itsevarmuudesta ei kuitenkaan väistämättä seuraa ymmärtämistä, sillä itsevarmuus voi perustua myös muistiin luottamiseen. Sama pätee menestymisen kanssa, sillä oppilas voi kokea menestyvänsä, jos pärjää muistiinsa turvautuen siitä huolimatta, ettei ymmärrä.



Kuva 3 Negatiivinen kierre matematiikan oppimiseen haitallisesti vaikuttavien tekijöiden välillä (Strawdermania (2012) mukailten).

Negatiivisen kierteen puolella taas matematiikassa epäonnistumisen katsotaan usein olevan sekä matematiikka-ahdistuksen että välttämistäipumuksen taustalla (Tobias ja Weissbrod 1980, 65). Kukapa tuntisi olonsa itsevarmaksi saati sitten hakeutuisi mielellään tilanteisiin, joissa usein kokee epäonnistuvansa. Matematiikka-ahdistus puolestaan vaikeuttaa matematiikassa suoriutumista, lisää epäonnistumisen riskiä ja aiheuttaa välttämisreaktion (Tobias ja Weissbrod 1980, 63). Matematiikan välttäminen johtaa ymmärrettävästi epäonnistumiseen, koska matematiikkaa ei voi oppia kohtaamatta sitä, ja kun henkilö tiedostaa välttämisestä johtuvat puutteensa matemaattisissa taidoissa, alkavat tilanteet, joissa matematiikkaa joutuisi kohtaamaan, mitä luultavimmin myös tuntua vastenmielisiltä ja pelottavilta. Strawderman myöntää toki, että matematiikan välttämisestä sinänsä ei seuraa epäonnistumista eikä pelkoa, mikäli henkilö vain kykenee jatkamaan täydellistä matematiikan välttämistä. Tämä lienee kuitenkin länsimaisessa nyky-yhteiskunnassa vain teoreettinen vaihtoehto.

Ulkoa opetteluun osuus negatiivisen kierteen syntymisessä on mielenkiintoinen. Jos matematiikka on – opettajan esimerkin tai jonkun muun syyn vuoksi – pelkkää ulkoa opettelu, se ei kai voi olla aidosti kiinnostavaa, jolloin välttäminen on luonnollinen reaktio. Ulkoa opettelu, muistiin turvautuminen, ei ole kannatettava vaihtoehto ensisijaisena opiskelustrategiana siksi, että ihmisen muistamiskyvyn raja tulee vastaan ennemmin tai myöhemmin, mistä

seuraa väistämättä epäonnistuminen. Ahdistus astuu kuvaan viimeistään siinä vaiheessa, kun muisti on kuormitettu äärimmilleen, eikä oppilas voi enää tiukan paikan tullen luottaa muistavansa kaiken tarpeellisen. Richard Skemp (1971: Strawderman 2012) esittääkin ulkoa opetteluun olevan matematiikkaahdistuksen perimmäinen syy.

Ulkoa opetteluun käyttämiseen opiskelustrategiana voi johtaa välttäminen tai epäonnistuminen. Oppilas ehkä ajattelee, että opettelemalla ulkoa voi olla mahdollisimman vähän tekemisissä itse matematiikan kanssa tai että jos ei osaa, on ehkä parasta vain yrittää opetella ulkoa, mitä missäkin tilanteessa tulee tehdä. Ja koska uuden asian ulkoa opetteleminen on usein nopeampaa, kuin pyrkiminen ymmärtämään ko. asiaa, on ulkoa opettelu myös suosittu hätäapu pelkoa ja ahdistusta aiheuttavasta tilanteesta pois pääsemiseksi.

2.2.2 Ajautuminen positiivisesta kierteestä negatiiviseen

Strawdermanin (2012) mallia mukailevassa kaaviossa (Kaavio 1) on neljä nuolta, yksi kutakin matematiikka-ahdistuksen syntyyn vaikuttavaa osa-aluetta kohden, kuvaamassa jatkumoa ääripäiden välillä. Mikä tahansa näistä nuolista voi olla se, jota pitkin yksittäinen oppilas päätyy positiivisesta kierteestä negatiiviseen.

Saavutusten jatkumo on hyvin yleinen reitti negatiiviseen kierteeseen. Epäonnistumisen kokemus voi olla hyvin suuri kolaus minäpystyvyydelle, eikä tunne omasta pärjäämisestä matematiikassa välttämättä kohene kovin helposti. Yksi syy tähän loukkuun on yleinen puheenparsi matikkapäästä ja sen puuttumisesta. Epäonnistuminen nähdään liian helposti matemaattisen älykkyyden puutteena sen sijaan että kiinnitettäisiin huomiota muihin tekijöihin, kuten riittävään valmistautumiseen, oikeanlaisiin opiskelumenetelmiin saati sitten opetuksen laatuun.

Peter Hilton (1980a; 1980b) esittää useita syitä sille, että niin moni kokee ajautuvansa matematiikan saralla jossain vaiheessa koulu-uraansa epäonnistujien joukkoon: Huono opetus, huonot tekstit oppikirjoissa ja huonot arviointimenetelmät aiheuttavat monille oppilaille ylimääräisiä epäonnistumisen kokemuksia matematiikan opiskelussa. Hänen mainitsemansa huono opetus voi tarkoittaa esimerkiksi opetusta, joka ei kohtaa oppilaan kokemusmaailmaa tarjoten riittävää tarttumapintaa ja motivointia. Hilton

korostaa, että erityisesti pienille oppilaille opetettavan matematiikan pitäisi ”*sopia lapsen luonnolliseen älylliseen rytmiin*” (Hilton 1980a, 180). Lapsen pitää voida kokea oppimansa asia merkitykselliseksi omassa elämässään ja motivaation tulee olla lähtöisin lapsen luontaisesta uteliaisuudesta. Huonot tekstit ja oppikirjat puolestaan voivat olla harhaanjohtavia ja tarjota virheellisiä ajatusmalleja, joiden omaksuminen aiheuttaa vääjäämättä epäonnistumisia tai ainakin hankaluuksia myöhemmässä vaiheessa.

Huonoilla arviointimenetelmillä Hilton tarkoittaa muun muassa sitä, kuinka liiallinen kokeiden muodossa suoritettava arviointi voi johtaa oppilaat ja jopa opettajan luulemaan, että kokeissa pärjääminen on oppimisprosessin keskeisin päämäärä. Epäonnistuminen kokeessa voi olla tarpeeton kolaus oppilaan itsetunnolle erityisesti epäonnistumisen johtuessa lähinnä siitä, ettei testattu asia ollut ehtinyt kypsyä oppilaan päässä riittävästi.

Strawdermanin mallin toinen nuoli kuvaa siirtymää käyttäytymis-jatkumoa pitkin toiminnasta välttämiseen. Välttämistäipumuksen kehittyminen, silloin kun se ei aiheudu muista suoraan matematiikanoppimiseen vaikuttavista tekijöistä, voi johtua lahjakkuudesta matematiikan sijaan jollain muulla elämäalueella ja halusta keskittyä siihen. Myös ympäristön asenteet ja uskomukset matematiikan tarpeellisuudesta tai stereotyyppisistä sukupuolirooleista voivat vaikuttaa niin, että matematiikkaan halutaan pitää etäisyyttä.

Negatiiviseen kierteeseen ajautuminen tunne-jatkumoa pitkin itseluottamuksesta pelkoon johtuu epämiellyttävistä kokemuksista matematiikan parissa. Sheila Tobias (1995) on kiinnittänyt huomiota siihen, kuinka hämmästyttävällä tarkkuudella monet matematiikka-ahdistuksesta kärsivät ihmiset pystyvät palauttamaan mieleensä tilanteen, jossa he huomasivat seinän nousevan vastaan. Tilanne ei välttämättä ollut todellisuudessa niin dramaattinen ja vakava kuin mitä se oli tunnetasolla, mutta kokemuksella voi olla varsin kauaskantoiset seuraukset.

2.3 Sukupuolierot, stereotypiat ja matematiikkapelko

Ellen Rydell Altermatt ja Minha Esther Kim (2004) ovat pohtineet syitä siihen, miksi naiset ovat saaneet keskimäärin jonkin verran miehiä huonompia tuloksia

matematiikan osaamista mittaavissa kokeissa mutta ovat myös havainneet eron kaventuneen viime aikoina. Altermatt ja Kim esittävät, että biologisten tekijöiden ja ympäristötekijöiden rinnalla myös pelko on merkittävä vaikuttava tekijä.

Tytöt ovat jo alakoulussa enemmän huolissaan pärjäämisestään koulussa, eikä tämä huoli ole luonteeltaan sen tyyppistä, että se johtaisi opiskelun tosissaan ottamiseen, ahkeraan harjoitteluun ja niiden kautta parempiin suorituksiin. Koulunkäynnistään kovasti huolestuneet tytöt eivät nimittäin suoriudu keskimäärin sen paremmin kuin vähemmän huolestuneet tytöt. Huolestuneisuudella on sen sijaan yhteys negatiivisiin tekijöihin, kuten heikkoon akateemiseen itseluottamukseen. (Altermatt ja Kim 2004, 8)

Yksi teoria selittämään naisten ja tyttöjen huolestuneisuuden yleisyyttä on naisten taipumus nähdä yksittäisen epäonnistumisen syynä seikkoja, jotka eivät ole kontrolloitavissa, kuten omien kykyjen riittämättömyys. Miehet sen sijaan nimeävät usein epäonnistumiselleen syitä, kuten riittämätön harjoittelu tai liian vähäiset yöunet. Yksittäinen epäonnistuminen on tällöin naisen minäpystyvyydelle paljon suurempi kolaus kuin miehelle ja aiheuttaa huolen pärjäämisen mahdollisuuksista jatkossa. Toinen teoria on, että naisilla on miehiä suurempi taipumus pyrkiä miellyttämään muita ihmisiä, jolloin suorituspainet esimerkiksi pääsykoetilanteessa eivät nouse vain henkilöstä itsestään, vaan muiden ihmisten odotukset ja pelko heidän pettymisestään lisäävät ahdistusta. Kolmannen teorian mukaan sukupuolten väliset erot kilpailuhenkisyudessa vaikuttavat siten, että pääsykoetilanne ja muut tilanteet, joissa on tarkoitus näyttää olevansa parempi kuin muut, aiheuttavat enemmän ahdistusta naisille kuin miehille, jotka ovat sosiaalistuneet olemaan kilpailuhenkisiä ja kunnianhimoisia. (Altermatt ja Kim 2004, 8)

Teoria stereotypian luomasta uhkasta (Stereotype Threat Theory) on Claude Steelen kollegoineen (Steele ja Aronson 1995; Spencer ja Steele 1999) esittelemä neljäs teoria, jonka mukaan stereotypiat vaikuttavat koesuoriutumiseen seuraavasti: Kun ihmiset ovat tietoisia heihin kohdistuvista negatiivisista stereotyyppioista, kuten naisten heikommat kyvyt matematiikassa tai afroamerikkalaisten heikompi menestyminen älykkyystesteissä, heillä on kovat paineet näyttää, ettei stereotypia pidä heidän kohdallaan paikkaansa. Lopulta

nämä ylimääräiset suorituspainet ja epäonnistumisen pelko vaikuttavat negatiivisesti heidän suoritukseensa siten, että stereotypia tulee taas kerran toteen näytetyksi. Spencerin ja Steelen tutkimuksessa naispuolisten koehenkilöiden suoriutumista suhteessa miesten suoriutumiseen heikensi huomattavasti se, jos heille kerrottiin etukäteen, että kyseisessä testissä miehillä on tapana suoriutua paremmin kuin naisilla. Jos heille kerrottiin, että testissä miehet ja naiset suoriutuvat yleensä yhtä hyvin, näin myös kävi.

Jo hyvin pienet seikat voivat aktivoida negatiivisten stereotyyppien vaikutuksen. Naiset muun muassa suoriutuvat paremmin matematiikan kokeessa, jos he tekevät sen huoneessa, jossa on vain naisia, kuin jos huoneessa on enemmän miehiä kuin naisia (Inzlicht ja Ben-Zeev 2000: Altermatt ja Kim 2004, 9). Koetilanteessa myös taustatietojen, kuten rodun tai sukupuolen kysyminen ennen kokeen suorittamista voi heikentää toisten suoriutumista. Näitä tietoja tulisikin kysyä vasta kokeen jälkeen, jos halutaan minimoida negatiivisen stereotyyppien vaikutus tulokseen. (Steele ja Aronson 1995, 808–809)

Naisten ja miesten pistemäärien vertailu matematiikka-ahdistusta mitattaessa ja johtopäätösten teko pistemäärien perusteella on hankalaa, sillä tietyt pistemäärät näyttävät ilmaisevan naisilla eritasoisia matematiikka-ahdistusta kuin miehillä, ainakin jos päätelmiä tehdään matematiikka-ahdistuksen vaikutusten perusteella. Naiset saavat MARS-testissä keskimäärin hyvin tarkkaan 20 pistettä korkeampia pisteitä kuin miehet, mutta tämä ei kuitenkaan suoraan näy heikompana suorituksena tai suurempana välttämistäipumuksena (Hembree 1990: Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007). Ehkä naiset ovat alttiimpia ilmaisemaan pelon tunteitaan ja rankkaavat tunnekokemuksensa voimakkaammiksi kuin miehet, jolloin samantasoisia reaktioita aiheuttava matematiikka-ahdistusta voi miehillä ilmetä jo pienempien MARS-pistemäärien kohdalla. Ashcraftin työryhmän tutkimuksissa vaikuttavatkin voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivät (high-math-anxious) naiset olevan yliedustettuina ja pistemääriltään hyvin vähäistä tai olematonta matematiikka-ahdistusta vastaavat (low-math-anxious) naiset aliedustettuina (Ashcraft, Krause, ja Hopko 2007).

2.3.1 Matemaattisten alojen miesvaltaisuudesta

Käsitys siitä, että matematiikka on erityisen miesvaltainen ala, on niin ikään vanhentunut, mutta pitää sitkeästi pintansa. Amerikan kansallisen luonnontieteen säätiön (National Science Foundation) mukaan naiset esimerkiksi suorittavat matematiikan ja luonnontieteen alan alemmista korkeakoulututkinnoista Amerikassa jo 48 %. Suomessa ollaan ilmeisesti hyvin samoissa lukemissa. Helsingin yliopiston matemaattis-luonnontieteellisestä tiedekunnasta valmistui tiedekunnan Internet-sivustolla julkaistujen nimilistojen mukaan vuonna 2012 67 filosofian maisteria pääaineenaan matematiikka, soveltava matematiikka tai matematiikan opettaja. Heistä 33 eli 49 % oli naisia. Selkeä ero on kuitenkin nähtävissä valmistuneiden tohtoreiden määrässä, sillä matematiikan alalta ei vuonna 2012 valmistunut yhtään naispuolista tohtoria kun miehiä valmistui peräti tusina. (HY 2013)

3 Matematiikka-ahdistuksen tunnistaminen, hoito ja ennaltaehkäisy

Matematiikka-ahdistus voi vaikuttaa yksittäisen henkilön elämään voimakkaasti. On tärkeää ottaa selvälle, millaisia keinoja matematiikka-ahdistuksen voittamiseen on olemassa ja miten matematiikka-ahdistuksen syntyä voisi yrittää ennaltaehkäistä tavallisessa luokkaopetuksessa. Oleellista on myös löytää keinoja tunnistaa sellainen oppilas, jota matematiikka ahdistaa.

Perinteiset yksilö- ja ryhmäohjaukset sekä esim. laskimien ja tietokoneiden käyttäminen apuvälineenä näyttävät olevan melko tehottomia keinoja matematiikka-ahdistuksen hoidossa (Hembree 1990: Geary 1994, 276). Eräs lähestymistapa, jolla sen sijaan on havaittu olevan hyviä tuloksia, on opinto-ohjelman muuttaminen sellaiseen suuntaan, että oppilaiden matemaattinen kompetenssi ja kokemus omasta pärjäämisestä paranevat. Huttonin ja Levittin (1987: Geary 1994, 276) tutkimuksessa oppilaiden minäpystyvyyden tunnetta kohennettiin korostamalla matematiikassa pärjäämisen ja hyvien opiskelutottumusten yhteyttä ja kehittämällä perustaitoja. Opiskeltaessa uutta aihetta algebrassa, oppilailla oli aina käytössään katsaus uudessa aiheessa tarpeellisista aritmeettisistä taidoista, joita myös harjoiteltiin. Oppilailla oli myös käytössään muistiinpanorunko jokaisen oppitunnin tärkeimmistä opittavasta asiasta muistiinpanotaitojen kehittämiseksi ja huomion kiinnittämiseksi olennaiseen. Tutkimuksen tuloksena matematiikka-ahdistus väheni merkittävästi oppilaiden keskuudessa ja algebralliset taidot kehittyivät. (Hutton ja Levitt 1987: Geary 1994, 276)

Matemaattisten kykyjen lisääminen vähentää matematiikka-ahdistusta (sekä tunne- että huoliaspektia) ja on jo itsessään tärkeää. Geary (1994, 277) ehdottaakin erääksi matematiikka-ahdistuksen hoitomuodoksi sitä, että ensin arvioidaan tarkkaan matematiikka-ahdistuksesta kärsivän henkilön taso matematiikassa ja sitten annetaan hänelle ratkaistavaksi juuri tämän tasoisia tehtäviä. Tällä luodaan onnistumisen kokemuksia ja tunne omasta pärjäämisestä matematiikassa paranee ja matematiikka-ahdistus vähenee.

Samalla korjataan niitä aukkoja, joita tällä matematiikan tasolla mahdollisesti ilmenee, jotta välttyttäisiin niiden haittavaikutuksilta vaikeammissa tehtävissä. Tehtävien vaikeusastetta nostetaan sitten vähitellen ja pärjäämisen tunnetta haetaan aina vain vaikeammista tehtävistä.

Rentoutusterapia ja muut hoitokeinot, jotka tähtäävät erityisesti tunteiden hallitsemiseen, ovat yhteydessä matematiikka-ahdistuksen kohtalaiseen vähenemiseen, mutta tällä ei kuitenkaan näytä olevan suoraa positiivista vaikutusta matematiikassa suoriutumiseen (Ellis, Varner, ja Becker 1993; Hembree 1990: Geary 1994, 276). Rentoutumisen avulla voidaan kuitenkin päästä myös sellaisiin tuloksiin matematiikka-ahdistuksen voittamisessa, joilla on merkitystä matematiikassa suoriutumisellekin. Wolpen (1965) jo varhain esittelemää menetelmää, jossa matematiikka-ahdistuksesta kärsivä henkilö kuvittelee syvärentoutuksessa itsensä suorittamassa matematiikkaan liittyviä tehtäviä, vähiten ahdistavasta kaikkein eniten ahdistavaan, kutsutaan järjestelmälliseksi tunteiden turruttamiseksi (Systematic desensitization). Prosessin päätteeksi henkilö kykenee kuvittelemaan itsensä esimerkiksi suorittamassa matematiikan loppukokeen. Tämän psykoterapeuttisen menetelmän on havaittu sekä vähentävän tehokkaasti matematiikka-ahdistusta että parantavan suoriutumista.

Toisinaan matematiikka-ahdistuksen hoidossa keskitytään huolestuneisuuden (worry component of mathematics anxiety) vähentämiseen. Tavoitteena on vähentää häiritsevien tuntemusten esiintymistä ja muuttaa henkilön käsitystä omasta osaamisestaan. Oppilas yritetään saada uskomaan, ettei hänen menestyksensä matematiikassa ole kiinni kyvyistä tai niiden puutteesta, koska tällainen ajattelu johtaa helposti matematiikan välttämiseen ja opittuun avuttomuuteen. Oppilasta kannustetaan sen sijaan tavoittelemaan menestystä tekemällä enemmän töitä matematiikan oppimisen eteen ja keskittymällä helpommin kontrolloitaviin tekijöihin kuten riittävä valmistautuminen. Tämä lähestymistapa on melko toimiva keino matematiikka-ahdistuksen lievittämiseen ja edellä kuvaillusta Wolpen menetelmästäkin on saatu irti vielä parempia tuloksia, kun hoidossa on otettu huomioon myös tämä aspekti (Hembree 1990: Geary 1994, 277).

3.1 Matematiikanluokka ilman ahdistusta

Jo yhden henkilön matematiikka-ahdistuksen kunnollinen hoito näyttää edellä kuvattujen hoitokeinojen valossa edellyttävän mittavia ylimääräisiä resursseja. Toimivat hoitokeinot vaativat yleensä huolellista paneutumista yksittäisen oppilaan tilanteeseen. Sen vuoksi opettajan olisikin hyvä tiedostaa, millaisin keinoin voi ennaltaehkäistä oppilaiden matematiikka-ahdistuksen kehittymistä ja miten tehdä matematiikan opiskelusta tavallisessa koululuokassa mahdollisimman vähän ahdistavaa myös niille oppilaille, jotka, mahdollisesti opettajan tietämättäkin, kokevat ahdistuksen tuntemuksia matematiikan parissa. Darla Shields (2005; Sousa 2008) esittää, että sellaisia matematiikka-ahdistukseen vaikuttavia konkreettisia tekijöitä, joihin opettajan on mahdollista vaikuttaa, on viisi: opettajan asenteet, oppiaines, opetusmenetelmät, luokkahuonekulttuuri ja arviointi.

Opettajan asenteiden merkitys matematiikka-ahdistuksen synnyssä on merkittävä. Oppilaiden omat asenteet matematiikkaa kohtaan muodostuvat suurelta osin opettajan asenteiden mukaan (Harper ja Daane 1999; Sousa 2008). Sousa (2008) ehdottaa, että opettajien pitäisi saada oppilaat ymmärtämään, kuinka arvokasta matematiikka on, kuinka voimakkaasti se on yhteydessä muihin elämänalueisiin ja oppiaineisiin. Matematiikasta on suurelta osin vain hieno ihmisten keksimä järjestelmä todellisen maailman ilmiöiden käsittelyyn, eikä sisällä mitään yliluonnollista. Oppilaiden asenteiden kannalta on olennaista myös lisätä heidän itsevarmuuttaan ja uteliaisuuttaan, mikä onnistuu mielenkiintoisilla ja oppilaille relevanteilla tehtävillä, keskittymällä oppimisprosessiin pelkän oikean vastauksen hakemisen sijaan ja varmistamalla riittävät mahdollisuudet onnistumisen kokemuksiin. Tutkimusten mukaan 70 on hyvä onnistumisprosentti oppilaan sitomiseksi toimintaan: Oppilas kokee toiminnan riittävän haastavaksi, jotta se olisi mielekästä, mutta tarpeeksi helpoksi voidakseen kokea pärjäävänsä (Sowder ja Schappelle 2002; Sousa 2008). Olennainen havainto opettajan asenteiden vaikutuksesta on myös se, kuinka helposti opettaja huomaamattaan siirtää oman epävarmuutensa matematiikkaa kohtaan eteenpäin oppilaille. Tätä tapahtuu ymmärrettävästi eniten alakoulussa, missä sama opettaja opettaa luokalle lähes kaikkia aineita, usein myös niitä, joita ei koe omaksi vahvuusalueekseen. Tärkeänä

asennevaikuttajana opettajan tulee myös välttää tekemästä jakoa tyttöjen ja poikien välille matematiikan tunneilla, jotteivät turhat stereotypiat pääsisi vaikuttamaan oppilaiden itsevarmuuteen matematiikassa.

Opettajan tulee kiinnittää huomiota oppiaineeseen ja sen muuttumiseen kouluvuosien saatossa. Matematiikka-ahdistus kehittyy yleensä samalla kun oppiaines muuttuu konkreettisesta aina vain abstraktimmaksi, minkä vuoksi Sousa (2008, 174) kehottaa opettajia kiinnittämään huomiota tapoihin, joilla he voivat helpottaa oppilaiden abstraktin ajattelun kehittymistä ja siirtymää haastavamman matematiikan pariin: Opettajien tulisi käyttää enemmän aikaa uusiin asioihin, löytämiseen ja soveltamiseen, kuin vanhan kertaamiseen. Oppilaille tulisi luoda mahdollisuuksia oppia hyödyntämään aiemmin oppimiaan asioita uuden löytämisessä ja työkaluna havaintojen tekemisessä. Sousa kannustaa myös karsimaan oppiaineesta vähemmän tärkeät asiat ja keskittymään tärkeimpien aiheiden syvälliseen ymmärtämiseen ja taitojen kohentamiseen niissä.

Yksi keino abstraktien aiheiden opettamiseen on Brunerin (1960: Sousa 2008) työhön pohjautuva CPA-malli (concrete-pictorial-abstract). Mallissa keskeistä on järjestys, jossa asiat tuodaan esille. Varsin yleistä on, että matematiikan oppitunnilla opetellaan ensin joku mekaaninen proseduuri, sitten harjoitellaan tätä ja lopuksi tehdään sanallisia tehtäviä, joissa tätä uutta taitoa hyödynnetään. CPA-mallin mukaan edettäessä lähdetään liikkeelle konkreettisesta ongelmasta, joka motivoi oppilaita vakuuttamalla opittavan asian merkityksestä tosielämässä. Tämä ongelma voidaan ehkä ratkaista kokeilemalla tai pääättelemällä. Seuraavaksi sama tai vastaava ongelma ratkaistaan kuvallisen mallin avulla, joka johdattaa ratkaisua abstraktimmalle tasolle ja auttaa oppilaita visualisoimaan ongelmaa. Kuvallisesta mallista abstraktille tasolle päästään ilmaisemalla sama symbolisella kielellä tai muodostamalla yleinen malli, jonka avulla vastaava ongelma voidaan ratkaista huomattavasti tehokkaammin. CPA-malli on motivoiva ja mahdollistaa oppilaille aiemmin opitun tiedon hyödyntämisen ja aktiivisen osallistumisen uuden tiedon luomiseen.

Opetusmenetelmien joukossa harmillisen yleinen ”selitä – harjoittele – muista” -malli on Sousan (2008, 174) mukaan yksi pääsivistä matematiikka-ahdistuksen

synnyssä, koska siinä muistaminen on keskipisteessä ymmärtämisen ja päättelyn sijaan. Opettajan tulisi tietoisesti vähentää muistettavien asioiden määrää ja rutiinilaskentaa ja kysyä oppilailta sellaisia kysymyksiä, jotka auttavat oppilaita jatkuvaan oppimiseen. Opettajan on myös hyvä näyttää oppilailleen huomaavansa ja ymmärtävänsä heidän hämmennyksensä ja turhautumisensa hankalien asioiden edessä ja rohkaista heitä keksimään ja muotoilemaan kysymyksiä. Sousan mielestä olennaista olisi myös, että kaikilla kouluasteilla matematiikan opettajalla olisi hallussaan perustaitoja syvällisemmät matematiikan taidot, sillä opettajien asiantuntijuuden matematiikassa on tutkittu olevan vahvasti yhteydessä oppilaiden tuloksiin (National Science Foundation 2004; Sousa 2008).

Luokkahuonekulttuuri voi olla yhtenä syynä matematiikka-ahdistuksen syntyyn jos oppitunnit ovat tarkkaan ohjattuja ja jäykkiä ja niillä on vain vähän mahdollisuuksia keskusteluun. On tärkeää saada aikaan sellainen oppimisympäristö, jossa oppilaat voivat kysyä, etsiä ja kokeilla ja jossa he uskaltavat ottaa riskejä. Opettajan tulisi kannustaa oppilaitaan pohdiskelemaan ja järkeilemään sen sijaan, että he vain yrittäisivät painaa mieleensä erilaisia toimintamalleja. Opettajan tulee myös varoa antamasta positiivista palautetta vain nopeasta oikeasta vastauksesta miettimiseen käytetyn ponnistelun sijaan.

Oppilaiden matematiikan osaamisen arviointiin tulee kiinnittää huomiota, jotta se olisi yrittämiseen kannustavaa, eikä oppilaiden itseluottamusta vähentävää. Kokeet ovat Sousan (2008, 177) mukaan monille nimenomaan jälkimmäistä, sillä niistä puuttuu yleensä kokonaan joustavuus, mikä tuhoaa luovuuden ja kokeilunhalun. Sousan mielestä kokeiden määrä tulisi pitää pienenä ja niiden tekemiseen pitäisi olla tarpeeksi aikaa, jottei koetilanteen ahdistavuus lisääntyisi kiireen tunnun takia. Kokeille ei pitäisi antaa liian suurta painoarvoa arvosanojen määrittämisessä, oppilaiden paremmuusjärjestykseen laittamisessa tai yksittäisten taitojen mittaamisessa. Sousa kehottaa myös arvioimaan oppilaiden matemaattista ajattelua, muttei tarjoa esimerkkejä siitä, miten tämän voisi toteuttaa. Palautetta antaessaan opettajan pitäisi viitata aina ponnistelujen riittämättömyyteen riittämättömien kykyjen esille tuomisen sijaan.

3.2 Matematiikka-ahdistuksen mittareita

Matematiikka-ahdistuksen diagnosoimista varten on kehitetty erilaisia työvälineitä, joista luultavasti tunnetuin ja tutkituin on Richardsonin ja Suinin (1972) kehittämä 98-kohtainen *MARS* (Mathematics Anxiety Rating Scale), jossa vastaajat valitsevat Likert-asteikolla viidestä vaihtoehdosta, kuinka pelokkaaksi tai huolestuneeksi he tuntevat itsensä kuvatuissa matematiikkaan liittyvissä tilanteissa, esimerkiksi ajatellessaan viikon kuluttua edessä olevaa matematiikan koetta. 98-kohtainen kyselytutkimus on kuitenkin melko raskas niin vastaajalle kuin pisteittäjällekin, ja siksi MARS:in pohjalta onkin kehitelty useita kevyempiä työvälineitä, kuten 25-kohtainen *shortened MARS* eli sMARS (Alexander ja Martray 1989), jolla tutkitusti saadaan erittäin hyvin MARS:in kanssa korreloivia tuloksia. Jopa pelkkä kysymys ”Asteikolla yhdestä kymmeneen, kuinka paljon matematiikka pelottaa sinua?” antaa valtaosalla vastaajista melko hyvän arvion vastaajan matematiikka-ahdistuksen voimakkuudesta. Vastausten korrelaatio sMARS:in pistemäärän kanssa on vaihdellut eri vastaajilla .48:n ja .85:n välillä (Ashcraft ja Moore 2009, 199).

Tällainen arvio on opettajalle usein riittävä yksittäisen oppilaan matematiikka-ahdistuksen arvioinnissa ja antaa mahdollisuuden välittömälle jatkokeskustelulle ja kohtaamiselle, mutta vertailevaa tutkimusta tehtäessä tai vahvempaa näyttöä tarvittaessa kannattaa tukeutua tieteellisesti tarkempiin työkaluihin ja menetelmiin, kuten MARS:iin tai sMARS:iin.

Mahdolliset sMARS:illa saatavat pistemäärät vaihtelevat olematonta matematiikka-ahdistusta ilmentävästä nollasta pisteestä aina sataan pisteeseen asti. Kokonaispistemäärien keskiarvo sMARS-kyselyä käytettäessä on ollut amerikkalaisten korkeakouluopiskelijoiden keskuudessa 36.0 ja keskihajonta 16. Tämän perusteella useissa laajemmissa tutkimuksissa vastaajat on jaettu matematiikka-ahdistuksen voimakkuuden mukaisiin ryhmiin siten, että voimakkaan matematiikka-ahdistuksen alarajaksi on asetettu keskihajonnan verran keskiarvoa korkeampi pistemäärä, 52 pistettä, ja vähäisen matematiikka-ahdistuksen ylärajaksi keskihajonnan verran keskiarvoa matalampi pistemäärä, 20 pistettä. (Ashcraft ja Moore 2009, 199)

4 Tapaustutkimus tutkimusmenetelmänä

Tapaustutkimus (case study) on sellainen kvalitatiivisen tutkimuksen muoto, jossa pyritään yksityiskohtaisesti kuvailemaan jotakin rajattua ilmiötä, yksittäistä henkilöä tai suppeaa ryhmää. Tarkoituksena on saattaa lukija tuntemaan tutkittava tapaus mahdollisimman syvällisesti ja perusteellisesti. Tapaustutkimus on hyvä tutkimusmetodi silloin, kun etsitään vastauksia kysymyksiin kuten *miten* ja *miksi*.

Tapaustutkimuksen aineisto voidaan kerätä muun muassa havainnoimalla, haastattelemalla ja tarkastelemalla asiakirjoja tai tutkittavien henkilöiden kirjallisia tuotoksia. Syvällisimpiä tuloksia saadaan yleensä keräämällä yhtä tutkimusta varten aineistoa usealla eri tavalla. Kerättyä aineistoa analysoidaan tavallisesti joko holistisesti pyrkien tekemään päätelmiä aineistosta kokonaisuutena tai koodauksen avulla. Koodausmenetelmässä aineisto käydään systemaattisesti läpi luokitellen sitä teemoittain. Tällöin toistuvasti esiintyvät aiheet nousevat helposti esiin tekstimassasta. Tutkimuksen luotettavuutta lisää useamman kuin yhden henkilön osallistuminen koodausvaiheeseen jotta tutkijan subjektiivisten näkemysten vaikutus koodaukseen saadaan minimoitua.

Tapaustutkimuksen pohjalta voidaan tehdä ainoastaan sellaisia johtopäätöksiä, jotka liittyvät tutkittavaan tapaukseen tutkimuksen kontekstissa. Yleistävien johtopäätösten tekeminen tai syy-seuraus-suhteiden etsiminen suoraan tapaustutkimuksen pohjalta ei ole perusteltua, vaan tapaustutkimuksen tavoitteena on ennemminkin löytää uusia muuttujia ja kysymyksiä jatkotutkimusta varten. (CSU 2014)

5 Tutkimuksen toteuttaminen

Tutkielman empiirisessä osassa tarkasteltiin matematiikka-ahdistuksen aihepiiriä tarkemmin tapaustutkimuksen muodossa, ensisijaisesti yhden nuoren tilanteeseen pureutuen. Ennen varsinaisen tapaustutkimuksen suorittamista valittiin sopiva informantti kyselytutkimuksen avulla pyrkien löytämään mahdollisimman voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivä vapaaehtoinen oppilas. Tapaustutkimuksen aineisto kerättiin kolmessa kahdenkeskisessä tapaamisessa valitun informantin kanssa. Tapaamisissa kerättiin haastattelujen ja muun toiminnan kautta tietoa informantin matematiikka-ahdistuksesta tutkimuskysymysten avulla ja pyrittiin auttamaan häntä tulemaan paremmin toimeen matematiikan kanssa.

Informantista käytetään tässä työssä nimeä Minna.

5.1 Tutkimuskysymykset

1. Mitkä tekijät ovat vaikuttaneet Minnan matematiikka-ahdistuksen kehittymiseen?
2. Millaiseksi Minna kokee matematiikan ja sen opiskelemisen, ja miten matematiikka-ahdistus tähän vaikuttaa?
3. Miten Minna opiskelee matematiikkaa ja yrittää tulla toimeen matematiikka-ahdistuksen kanssa?

5.2 Informantin valinta

Tutkimuksen kannalta otollisen informantin valinta suoritettiin teettämällä erään Helsingissä toimivan yksityisen peruskoulun kahdeksannen luokan oppilaille matematiikka-ahdistusta mittaava kysely. Sen tarkoituksena oli saada oppilaat laitetuksi järjestykseen matematiikka-ahdistuksen voimakkuuden mukaan, jotta heidän joukostaan olisi helppo valita mahdollisimman voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivä oppilas.

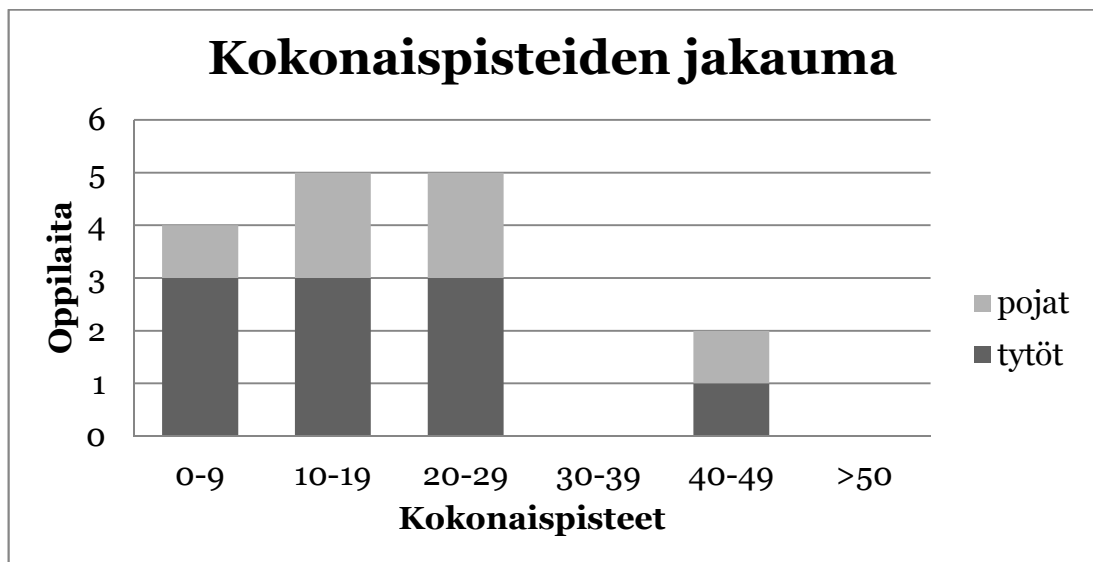
Viikkoa ennen sovittua lomakevastausten keräämisaikaa vanhemmille lähetettiin sähköisesti koulun Wilma-järjestelmän kautta viesti, jossa tiedotettiin tutkimuksesta ja pyydettiin vanhempien suostumus tutkimukseen

osallistumiseen. Viestiin vastasi 17 oppilaan vanhemmat koulun 29:stä 8.-luokkalaisesta. Heistä 16 sai luvan osallistua. Kyselylomakkeet täytettiin matematiikan oppitunnin alussa maaliskuun loppupuolella 2013. Kaikki vanhempien suostumuksen saaneet oppilaat olivat paikalla ja vastasivat kyselyyn. Heistä 10 oli tyttöjä ja 6 poikia.

Käytetty kyselylomake (Liite 1. Kyselylomake matematiikka-ahdistuksen mittaamista varten) on oma vapaa suomennokseni sMARS:ista (ks. luku 3.2), johon tein paikoin muutoksia pyrkien suomalaisten yläkoululaisten kannalta relevantteihin kysymyksenasetteluihin. Tein joitakin kompromisseja ymmärrettävyyden suuntaan sen uhalla, että tilanteessa koetun pelon voimakkuus ei täysin vastaa alkuperäistä kysymystä. Olen muun muassa muutamassa kysymyksessä viitannut nykyhetken sijaan peruskoulun jälkeiseen opintajoon, jos alkuperäistä tilannetta, esimerkkinä matematiikan kurssille ilmoittautuminen, ei peruskoulussa kohtaa. Tämä vie tilanteen kauemmas oppilaan kokemusmaailmasta, ja tekee siitä siten ehkä vähemmän pelottavan, jolloin muutos todennäköisesti alentaa kyselystä saatuja kokonaispistemääriä. Oppilaiden keskinäinen järjestys tuskin muuttuu näiden kompromissien takia merkittävästi, mutta saadut pistemäärät eivät ole suoraan vertailukelpoisia alkuperäistä lomaketta käyttäneiden kanssa. Näin kuitenkin parhaaksi nojautua kyselylomakkeessa tieteellisesti arvioituun mittariin, sMARS:iin, sen sijaan että informantti olisi valittu pelkästään sen mukaan, kuinka voimakkaaksi oppilaat itse, tai heidän opettajansa arvioivat matematiikka-ahdistuksen voimakkuuden. Koin sMARS:iin pohjautuvan kyselylomakkeen helpoimmaksi tavaksi saada ennestään vieraasta oppilasryhmästä lyhyessä ajassa riittävän kattava käsitys. Lisäksi lomakkeen vastaukset tarjosivat hyviä esitietoja tutkimuksen seuraavaan osuuteen.

Oppilaiden vastaukset kyselytutkimukseen pisteitettiin sMARS:in ohjeistuksen mukaisesti siten, että jokaisesta vastauksesta sai nolasta neljään pistettä. Saadut pisteet olivat aina sitä korkeammat, mitä voimakkaampaa pelkoa vastaus ilmensi. Mahdolliset kokonaispistemäärät vaihtelivat siis olematonta matematiikka-ahdistusta ilmentävästä nolasta pisteestä aina sataan pisteeseen asti.

Tämän kyselyn vastausten pistemäärät jäivät reilusti matalammiksi kuin SMARS:illa saadut pistemäärät aiemmissa tutkimuksissa keskimäärin (ks. luku 3.2). Vastausten jakauma käy ilmi pylväsdiagrammista (Kuva 4). Yksittäisen vastaajan kokonaispisteet olivat tällä otoksella keskimäärin 17,3 ja pistemäärien keskihajonta oli 9,1. Jonkinasteiset erot pistemäärissä verrattuna sMARS:iin olivat odotettavissa kyselylomakkeeseen tehtyjen muutosten takia. Suomalaisten yläkoululaisten pistemäärät eivät toki muutenkaan olisi suoraan vertailukelpoisia amerikkalaisten korkeakouluopiskelijoiden pistemäärien kanssa. On kuitenkin myös täysin mahdollista, että otokseen valikoituneiden oppilaiden matematiikka-ahdistus on tosiaan keskitasoa vähäisempää. Heillä on kuitenkin ulkoisina yhdistävinä tekijöinä muun muassa sama opettaja, oppikirja ja oppimisympäristö.



Kuva 4 Oppilaiden kokonaispisteiden jakautuminen matematiikka-ahdistusta mittaavassa kyselyssä

Vastanneiden joukossa oli kaksi oppilasta, joiden pistemäärät olivat selvästi, lähes kolmen keskihajonnan verran korkeampia kuin vastanneilla keskimäärin. Kaikkein korkeimman pistemäärän saaneen oppilaan vanhemmat antoivat luvan tiedustella tyttärensä halukkuutta osallistua tutkimuksen toiseen vaiheeseen. Tyttö, jota kutsutaan tässä työssä nimellä Minna, suostui ensin yhteen tapaamiseen ja ensimmäisen tapaamisen päätteeksi sovimme yhteensä kolmesta tapaamisesta tutkimusaineiston keräämiseksi.

5.3 Tapaamiset informantin kanssa ja niiden raportointi

Tapasimme Minnan kanssa huhti-toukokuussa 2013 kolme kertaa, kahden viikon välein, koulupäivän jälkeen Minnan koululla luokassa, jonka olimme saaneet käyttöömmme. Emme olleet sopineet etukäteen tapaamisten kestoa, vaan ensimmäinen tapaaminen oli kestoaltaan noin 45 min, jonka jälkeen olimme saaneet tehtyä sen mitä olin sille kerralle suunnitellut, toinen tapaaminen kesti puolitoista tuntia ja kolmas lähes kaksi tuntia. Jokainen tapaaminen sisälsi haastattelua tietystä teemasta, sekä jonkin toiminnallisen osuuden. Haastattelujen teemana olivat ensimmäisellä kerralla matematiikka-ahdistuksen kehittyminen ja sen syntykohdan kartoitus, toisella kerralla matematiikan oppiminen ja kolmannella kerralla ympäristötekijät ja tulevaisuudennäkymät, sekä loppuhaastattelu tapaamisen lopussa. Haastatteluissa pyrin ottamaan esille niitä kysymyksiä ja teemoja, jotka tutkielmani teoriaosuuden perusteella tuntuivat olennaisilta ja mielenkiintoisilta etsittäessä vastauksia tutkimuskysymyksiin.

Toiminnallinen osuus tarkoitti ensimmäisellä tapaamiskerralla tehtävää, jolla kartoitettiin, minkälaiset tehtävät Minnasta tuntuivat ahdistavilta. Toisella ja kolmannella kerralla pureuduttiin molemmilla yhteen ensimmäisen tapaamiskerran kartoituksessa esiin nousseeseen aihepiiriin. Nämä toiminnalliset osuudet pyrin suunnittelemaan ja järjestämään Minnaa kuunnellen siten, että ilmapiiri pysyisi mahdollisimman vähän ahdistusta herättävänä huomioiden samalla muitakin matematiikka-ahdistukseen aiemman tutkimuksen perusteella vaikuttavia seikkoja. Kun haastattelujen tarkoituksena oli löytää vastauksia tutkimuskysymyksiin, suunnittelin toiminnalliset osuudet puolestaan ensisijaisesti Minnan hyötyä ajatellen. Loppujen lopuksi Minna koki kuitenkin hyötyneensä myös haastatteluissa heränneistä ajatuksista ja tutkimukseni hyötyi myös toiminnallisten osuuksien aikana käydystä ajatuksenvaihdosta.

Nauhoitin tapaamiset ja litteroin nauhoitteet kokonaisuudessaan. Toiminnallisten osuuksien osalta tein myös joitakin muistiinpanoja voidakseni palata myös muuhun kuin sanalliseen viestintään tapaamisten jälkeen. Nämä muistiinpanot ja tapaamisten kuluessa syntyneen kirjallisen tuotoksen kirjasin litteraatin sekaan siten, että keskustelua on litteraattia lukien helppo seurata.

Tapaamisten annin raportoin luvussa 6. Aineiston käsittelyssä käytin koodausmenetelmää. Kävin haastattelut tarkasti läpi poimien litteraateista tutkimuskysymysten kannalta mielenkiintoisia seikkoja teemoittain. Toiminnalliset osuudet esittelen hyvin vapaamuotoisesti.

5.4 Luotettavuustarkastelu ja tutkimusmenetelmien valinta

Informantin valinnassa tavoitteena oli löytää mahdollisimman voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivä oppilas. Kyselyyn vastanneiden oppilaiden määrä oli kuitenkin melko pieni, joten oli hyvin mahdollista, ettei heidän joukossaan olisi ollut yhtään otollista henkilöä. Informantiksi valittiin sMARS-kyselyssä suurimman pistemäärän saanut oppilas, mutta hänenkään saamansa pistemäärä ei ollut niin suuri, että voitaisiin varmuudella olettaa hänen kärsivän voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta. On kuitenkin aiheellista miettiä, olisiko erittäin voimakkaasta matematiikka-ahdistuksesta kärsivä nuori vapaaehtoisesti lähtenyt mukaan tällaiseen tutkimukseen, jossa hän joutuisi olemaan tekemisissä matematiikan kanssa enemmän kuin on ihan välttämätöntä. Minnalla tuntui joka tapauksessa selvästi olevan kosketuspintaa niihin teemoihin, joita olin teorian pohjalta tapaamisten haastatteluosuuksiin nostanut. Ehkä hänelle oli helpompaa pukea sanoiksi matematiikkaan liittyviä ajatuksiaan ja tuntemuksiaan, kuin erittäin vaikean matematiikka-ahdistuksen nujertamalle oppilaalle olisi ollut. Tällainen oppilas olisi ehkä tarvinnut ajatustensa käsittelemiseen ja jäsentämiseen huomattavasti enemmän ajallisia resursseja ja erityispedagogista tukea ja tietämystä kuin minulla olisi ollut tarjota tämän tutkimuksen puitteissa. Voidaankin olettaa, että informantiksi valikoitui kohtalaisesta matematiikka-ahdistuksesta kärsivä henkilö, mikä lopulta osoittautui tutkimuksen kannalta otolliseksi asiakksi.

Niin haastatteluissa kuin aineiston raportoinnissa ja analysoinnissakin näkyy väistämättä oma subjektiivinen otteeni. Toinen tutkija olisi voinut saada Minnasta esiin muunkinlaisia piirteitä ja ajatuksia kuin tässä raportissa esiin tulevat. Haastatteluissa yritin olla johdattelematta liikaa, vain antaa virikkeitä teorian pohjalta, mutta on toki mahdollista, että jotkut olennaiset seikat jäivät haastattelutilanteissa täysin huomiotta.

Tapaamisten dokumentointi suoritettiin hyvällä tarkkuudella, sillä äänitteet olivat selkeitä ja litteraatit kirjoitettiin hyvin pian tapaamisten jälkeen jolloin myös elekieli oli vielä hyvässä muistissa ja kirjattiin litteraattien sekaan. Myös tapaamisten kirjallinen tuotos kirjattiin tarkasti litteraatin joukkoon siten, että myös toiminnallisia osuuksia pystyy vaivattomasti seuraamaan.

Ei voida luotettavasti sanoa, että tämä tutkimus antaa tyhjentävän vastauksen kaikkiin tutkimuskysymyksiin, mutta tapaustutkimukselle luonteenomaisesti se kuitenkin antaa ajattelemisen aihetta ja tuo teorian tasolla esitetyt asiat eläviksi todellisen henkilön kokemusten kautta.

6 Millaista tietoa saatiin

Minna on kahdeksannen luokan loppuvaihetta käyvä helsinkiläinen tyttö. Hän pitää musiikista ja taiteesta ylipäättään. Hän harrastaa ratsastusta sekä lukemista ja kirjoittamista. Kouluaineista taideaineet ovat mieluisimpia ja niiden lisäksi englanti. Fysiikka ja kemia sen sijaan eivät Minnaa kiinnosta. Minna lähti tutkimukseen mukaan hyvin ennakkoluulottomasti ja motivoituneen oloisesti. Yhteinen tavoitteemme oli alusta lähtien, että tapaamisistamme olisi hyötyä meille molemmille.

6.1 Tapaamisten toiminnalliset osuudet

Tapaamisten toiminnallisissa osuuksissa Minna ryhtyi mutkattomasti tuumasta toimeen. Minna nautti selvästi siitä, että etenimme hänen ehdoillaan ja hänelle sopivaan tahtiin. Seuraavassa raportoin toimintatuokiomme seikkaperäisesti pyrkien välittämään myös tilanteen tunnelman elävästi.

6.1.1 Ensimmäinen tapaamiskerta – ongelmakohtien kartoitus

Toiminnallinen osuus tarkoitti ensimmäisellä tapaamiskerralla tehtävää, jolla kartoitettiin, minkälaiset tehtävät Minnasta tuntuvat ahdistavilta. Koska matematiikka-ahdistuksen hoidossa ja sen kehittymisen ymmärtämisessä on olennaista tiedostaa tarkkaan se vaihe matematiikanopintoja, jossa ahdistusta on alkanut esiintyä, päätin panostaa tähän varaamalla koko ensimmäisen tapaamiskerran toiminnallisen osuuden kartoitustehtävälle. Minna sai eteensä pienissä erissä kattavan joukon pienille paperilapuille tulostettuja mekaanisia ja sanallisia aritmetiikan ja algebran tehtäviä koko peruskoulun ajalta. Hänen tehtävänä oli lajitella lappuset pieniin laatikoihin sen mukaan, kuinka paljon häntä ahdistaisi ruveta ratkaisemaan siinä olevaa tehtävää. Ensimmäiseen laatikkoon tulivat sellaiset tehtävät, joiden ratkaiseminen ei ahdistaisi lainkaan, toiseen sellaiset, jotka ahdistaisivat hieman ja kolmanteen sellaiset, jotka ahdistaisivat paljon, mutta Minna pystyisi silti tarttumaan tehtävään esim. koetilanteessa. Neljäs laatikko oli sellaisia tehtäviä varten, jotka ahdistaisivat niin paljon, ettei Minna voisi kuvitella edes yrittävänsä ratkaista niitä.

Mekaanisia tehtäviä oli 86 kappaletta ja sanallisia 29. Minna käytti mekaanisten tehtävien lajittelemiseen keskimäärin 8 sekuntia tehtävää kohti ja sanallisiin 14 sekuntia, eli vaikka tehtäviä oli paljon, Minna jaksoi käydä ne kaikki ajatuksen kanssa läpi vaikuttaen loppuun saakka motivoituneelta tehtävään. Minna ei halunnut kommentoida ratkaisujaan vaan suoritti tehtävän lähes täydessä hiljaisuudessa.

Minnan vastausten perusteella kertolaskut ja desimaaliluvut nousivat esiin muita ahdistavampina teemoina ja ne valikoituivat näin toisen ja kolmannen tapaamiskerran toiminnallisen osuuden teemoiksi. Negatiiviset luvut eivät esimerkiksi itsessään näyttäneet aiheuttavan ahdistusta, mutta kertolaskuihin yhdistettynä selvästi enemmän. Myöskään peruslaskutoimitukset murtoluvuilla eivät näyttäneet lainkaan niin ahdistavina kuin vastaavat toimenpiteet desimaaliluvuilla. Haastattelussa ahdistuksen aiheuttajana nousivat esiin myös prosenttilaskut, jotka eivät olleet edustettuna kartoitustehtävässä. On selvää, ettei silmiinpistävä epävarmuus desimaalilukujen kanssa voi olla vaikuttamatta myös prosenttilaskujen oppimiseen ahdistusta lisäävästi.

6.1.2 Toinen tapaamiskerta – itsevarmuutta kertolaskujen kanssa

Kertolaskut valikoituivat toisen tapaamiskerran teemaksi osaltaan myös siitä syystä, että koin sen hedelmälliseksi aihepiiriksi omankin taustani takia. En itse ole koskaan oppinut kertotauluja, mutta olen silti pärjännyt ja vieläpä suuntautunut matemaattiselle alalle. Ajattelin voivani tarjota Minnalle rohkaisevan esimerkin siitä, kuinka vaikeidenkin asioiden kanssa voi tulla toimeen eikä niistä tarvitse tehdä kynnyksysymyksiä. Tapaamisen alussa kerroin Minnalle tositarinan ”Jennistä”, joka ei koskaan oppinut kertotauluja. Tarinan jälkeen annoin Minnan spekuloida, miten Jenni pärjäsikin ja mihin hän päätyi. Minnan reaktio oli aidon yllättyneen ja hieman huvittuneen kun hän kuuli ”Jennin” istuvan hänen vieressään juuri sillä hetkellä.

Tämän jälkeen esittelin Minnalle yhden David A. Sousan (2008, 43) Dehaenelta (1999) mukaileman havainnollistuksen (Liite 2. Sousan (2008, 43) esimerkki kertolaskujen oppimisen vaikeudesta) siitä, kuinka luonnotonta ihmisäivoille on yrittää opetella puhtaasti ulkoa jotain kertolaskujen kaltaista. Tämän tarkoituksena oli tarjota Minnalle joku muu näkökulma kertolaskujen

oppimatta jäämiseen kuin hänen riittämättömät kykynsä matematiikassa tai vajavaiset älynlahjansa. Vaikutti siltä, että tämä esimerkki huojensi Minnan mieltä epämiellyttävän teeman äärellä tuoden myös hymyn huulille.

Lopuksi kävimme läpi erilaisia strategioita, joita käytämme yksittäisten kertolaskujen kanssa. Olin laatinut meille molemmille taulukot, joissa oli kaikki lukujen yhdestä kymmeneen kertotaulut kymmeneen saakka. Merkitsimme molemmat omiin taulukoihimme kaikki sellaiset kertolaskut vihreällä, joiden vastauksen osaamme ulkoa, siis suorittamatta päässä esimerkiksi mitään laskutoimitusta. Keltaisella merkitsimme sellaiset, joiden vastauksen saamme selville korkeintaan parissa sekunnissa ja punaisella sellaiset, joiden ratkaisemisessa menisi pidempään. Tarkastelimme ensin keltaisella merkittyjä laskuja ja puimme sanoiksi omia tapojamme saada nopeasti mieleen jonkun tietyn laskun vastaus. Käytimme Helsingin Matikkamaasta lainaksi saamiani värisauvoja¹ apuna ajatusten jäsentämisessä ja esittämisessä kynällä paperille tuotetun symbolisen kielen ja puhutun luonnollisen kielen rinnalla. Tarkoitukseni oli auttaa Minnaa huomaamaan, että erilaiset strategiat ovat hyvä asia, ettei ulkoa muistaminen ole itseisarvo ja että taito käyttää tarvittaessa nopeaa kiertotietä on osoitus luovuudesta ja kyvystä joustavaan matemaattiseen ajatteluun.

Minnan selvästi yleisin strategia oli luettelu, kuten seuraavassa laskun $5 \cdot 4$ tapauksessa:

Mä lasken sen niinku sillee tai mä oon harjotellu sen niinku "viis kymmenen viistoist kakskyt".

Kerroin Minnalle käyttäväni itse tätä samaa strategiaa monissa laskuissa, varsinkin kolmen kertotaulussa, koska ei tarvitse luetella kovin pitkälle. Minnalla oli ollut tapana luetella yleensä pienemmän luvun taulusta, koska osasi ne varmemmin. Tällöin kuitenkin esimerkiksi laskun $3 \cdot 7$ ratkaisemiseksi pitää luetella seitsemän lukua kolmen sijaan, jolloin virheiden mahdollisuus

¹ Unkarilaiseen Varga-Neményi-menetelmään olennaisena osana liittyvä matematiikan konkretisointiväline. Lisätietoa esim. osoitteesta http://www.earlylearning.fi/product_details.php?p=721 (23.5.2013)

kasvaa. Minna kertoo hieman häpeilevästi pitävänsä tällöin sormilla kirjaa siitä, missä mennään:

Mä käytän välillä sormii apuna niinku ala-asteella kaikki tekee.

Omista strategioistani yritin havainnollistaa värisauvojen avulla esimerkiksi ajatuksenkulkuani laskussa $6 \cdot 8$, joka oli meillä molemmilla vaikeimpien laskujen joukossa. Otin ensin kuusi kahdeksanmittaista sauvaa kuvaamaan kertolaskua ja sitten siirsin yhden niistä erilleen muista. Totesin muun joukon nyt kuvaavan helppoa kertolaskua $5 \cdot 8$ ja koko laskun tuloksen olevan tuon laskun vastaus lisättynä kahdeksalla. Minnan oli ensin vaikea hahmottaa eriväristen ja pituisten sauvojen symboloivan jotain tiettyä lukua:

Mun on hirveen hankala hahmottaa tota palikkajuttuu. - - ku mulle noi on vaan niinku pötköjä et ne ei meinaa hirveesti mitään

Kirjallinen esitys ($6 \cdot 8 = 5 \cdot 8 + 8 = 40 + 8 = 48$) palikoiden rinnalla auttoi kuitenkin ymmärtämään idean:

Joo! No toi oli siis ehdottomasti helpompi tajuta ku noi palikkajutut.

Jotkut esittelemäni ajattelumallit tuntuivat kuitenkin Minnasta liian monimutkaisilta, kuten seuraavassa oma mallini laskun $6 \cdot 4$ ratkaisemiseksi, minkä esitin sekä värisauvoilla, että kirjallisesti ($6 \cdot 4 = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$). Minna ymmärsi periaatteen hyvin, muttei kuitenkaan osannut kuvitella hyödyntävänsä sitä itse:

Sillee nyt ku mä nopeesti tai siis jos mä oisin jossain kokeessa ja ajattelisin tollee nii must tuntuu et toi olis vähän turhan än äs sekava tapa ruveta ajattelee et sit mä saattasin kyl ruveta siin sit sekoilee ja menis lasku pieleen.

Löysimme kuitenkin Minnan mielestä luontevilta ja käyttökelpoiselta tuntuvia strategioita myös niiden kertolaskujen osalta, jotka hän oli merkinnyt kaikkein vaikeimmiksi. Suurimpana ilonaiheena Minnalle oli ahaa-elämys yhdeksän kertotaulun kanssa, jonka kanssa hänellä oli aiemmin ollut suuria ongelmia:

En mä nyt usko et tääl mitään sellasii laskui olis mist mä en pääsis yli paitsi joku yheksän kertaa seittemän nii emmätiä mikä se sit on. Tai siin vois kyl mennä sairaan pitkä aika.

Vihjattuani hänelle, että näitä voisi ajatella kymmenen kertotaulun kautta, hän sai heti juonesta kiinni:

Nii, eli eiköhän se $[6 \cdot 9]$ olis sit niinku viiskyt neljä. Ku siitä miinustaa kutosen siitä kuudestakymmenestä.

Mm, joo, kyl se sit onnistuu. [Hymyssä suin]

6.1.3 Kolmas tapaamiskerta – konkreettista otetta desimaalilukuihin

Kolmannella eli viimeisellä tapaamiskerralla päätimme yhteistuumin keskittyä lähinnä desimaalilukuihin. Minna kannatti tätä, koska ymmärsi itsekin sen olevan itselleen erityisen vaikea aihepiiri:

Mulle kaikki desimaaliluvut on ihan todella vaikeita. Mä en oikeestaan osaa niistä mitään.

Olin laatinut joukon sanallisia tehtäviä Minnan ensimmäisellä kerralla runsaasti ahdistusta aiheuttaviksi luokittelemista mekaanisista tehtävistä. Pyrin tekemään tehtävänannoista mahdollisimman konkreettisia ja arkipäiväisiin tilanteisiin liittyviä. Tehtäviä ratkaistessamme pyrin pitämään päähuomion desimaaliluvun käsitteen ymmärtämisessä yhden oikean ratkaisun metsästyksen sijaan. Myös tällä tapaamiskerralla käytimme välineitä, 10-järjestelmäpalikoita ja niihin liittyviä desimaaliosia², sekä opetusrahoja ja askartelemaani sadasosien tarkkuuteen ylittävää lukusuoraa. Tehtävien käsittelyprosessi eteni pääsääntöisesti CPA-mallin (ks. luku 3.1) mukaan eli etenimme konkreettisesta tilanteesta kuvallisen mallin kautta abstraktiin esitykseen. Sanallisen tehtävän konkreettinen tilanne kuvattiin siis esimerkiksi ensin välineiden avulla, jonka jälkeen sama esitettiin vielä abstraktissa

² 10-järjestelmäpalikat sisältävät ykköstä kuvaavia särmältään sentin mittaisia kuutioita, kymmentä kuvaavia sauvoja (10cm x 1cm x 1cm), sataa kuvaavia levyjä (10cm x 10cm x 1cm) sekä tuhatta kuvaavia kuutioita (10cm x 10cm x 10cm). Palikoihin liittyvät desimaaliosat ovat vastaavasti kymmenesosalevyjä (1mm x 1cm x 1cm), sadasosasauvoja (1mm x 1mm x 1cm) ja tuhannesosakuutioita (1mm x 1mm x 1mm).

muodossa symbolein ja lausekkein. Minna sai toki edetä tehtäviä ratkaistessaan parhaaksi katsomallaan tavalla, mutta hänen tarvitessaan apua CPA-malli antoi hyvät raamit ratkaisun ohjaamiseen oikeaan suuntaan.

Konkretia olikin Minnalle selvästi tärkeä tekijä desimaaliluvun käsitteen omaksumisessa.. Minna halusi lisäksi varmistua asioista ”omin käsin”, jolloin havainnollistamisvälineiden täsmällisyys oli myös tärkeää. Tutustuessaan 10-järjestelmäpalikoiden desimaaliosiin hän ensin kauhisteli niiden pienuutta, muttei silti pelännyt tarttua niihin. Hän halusi esimerkiksi varmistaa, että kymmenesosalevyt todella ovat kymmenesosa ykköskuutiosta:

A: Mikä tää sun mielestä on tää [kymmenesosalaatta]?

M: No, kolmasosa... emmätiä, eiku ei... yks osa... eiku oota mä lasken et montaks näit pitäis olla... [alkaa kerätä laattoja pinoon] ...must tuntuu et tää on aina yks kymmenesosa, onko?

A: Mm...

M: Joo, mä yritän nyt havainnollistaa tän... Tää on vähän pitkä prosessi, mutta ollaan jo kärkikohdassa.. Nyt jos tää kaatuu niin mä suutun. Noin. Nyt ne on saman korkusia.

A: Eli mikä se sellanen vihree laatta on?

M: Mä lasken. [laskee laatat pinossa] Kymmenen, eli yks kymmenesosaa.

Toiveenani oli kyetä tarjoamaan haasteiden ohella riittävästi mahdollisuuksia onnistumisen kokemuksiin (ks. luku 3.1), ja luulen tämän onnistuneen melko hyvin. Suurimman osan tehtävistä Minna pystyi ratkaisemaan ilman merkittävää apua ja oivalsi usein itse olennaisia asioita, jotka olin juuri aikeissa ottaa puheeksi. Osa oivalluksista oli sellaisia, joita en ollut itsekään tullut ajatelleeksi, mutta jotka selvästi avasivat Minnan silmiä ja saivat hänet innostumaan. Esimerkkinä tällaisesta oli tilanne, jossa tutustuimme 10-järjestelmäpalikoiden desimaaliosiin. Minna oli juuri ymmärtänyt kuutiomillimetrin kokoisen palan olevan tuhannesosa ykköistä kuvaavasta kuutiosta, kun hän pani merkille suurimman, tuhatta kuvaavan punaisen kuution ja keltaisen ykköskuution suhteen olevan sama:

A: Mitä nää sit on?

M: Tuhannesosia...

A: Aivan.

M: ...eli samoja kuin nää tästä, nää keltaset tost punasesta.

Tämä havainto selvästi auttoi Minnaa hahmottamaan myös näitä kaikkein pienimpiä, kuutiomillimetrin kokoisia, lähinnä kuriositeettina esiintyneitä muovihippuja havainnollistamassa osaltaan kymmenjärjestelmää.

Nämä 10-järjestelmäpalat ja desimaaliosat olivat muutenkin Minnalle edellisellä kerralla käytettyjä värisauvoja huomattavasti hyödyllisempi havainnollistamisväline. Hän myös osasi toimia niiden kanssa luovasti ja joustavasti. Kun Minnan piti esimerkiksi muodostaa luku 3,846 palikoilla, joista sadasosia ja tuhannesosia kuvaavat palikat olivat niin pieniä, että niitä on jo hankala käsitellä, hän keksi itse tavan välttyä niiden kanssa näpräämiseltä:

*No mä voin vaik tai sit mä voin sanoo ääneen et miten mä tekisin.
Käyks se? - - Eli pistäsin ensin kolme tämmöstä, kaheksan
tämmösiä, nelkyt kuus tämmösiä [sadasosia], oisko se oikein?
Eiku joo, neljä tämmöstä ja näitä kuus.*

Ja mikä parasta, Minna uskoi palikoiden auttavan häntä myös tilanteissa, joissa niitä ei olisi konkreettisesti saatavilla:

Kyl mä ainaki luulen et mä pystyisin kuvitteleen ne mun mielessä.

Tätä arviotaan Minna vahvasti ratkaisemalla seuraavan tehtävän vain silmäilemällä palikoita aina välillä.

Desimaalilukujen hahmottaminen olikin Minnalle voitto sinänsä, ja hän uskoi ymmärtäneensä niistä jotakin:

*Joo, kyl mä tajuan nyt. Ei tässä nyt sillee enää ongelmaa onneks.
Nää palikat autto hahmottaa tätä*

*Nää pienet on vaikeempii automaattisesti, koska niit on vaikee
hahmottaa, koska ne on tollasii skidejä, mutta... kyl ne sillee, ku
vähän miettii niit.*

Erilaisissa laskutoimituksissa tulee varmasti edelleen ilmenemään vaikeuksia muun muassa huolimattomuusvirheiden vuoksi. Minna unohti helposti monivaiheisessa tehtävässä, mitä olikaan tekemässä, muttei välttämättä itse huomannut sitä lainkaan. Huomautuksen jälkeen hän yleensä kyllä osasi korjata virheensä ja ratkaista tehtävän loppuun:

M: ...näitä [ykköskuutioita] tulis tuplamäärä sit lisää.

A: Miks tuplamäärä?

M: Eiku pitikse kertoo kymmenellä?

A: No niin sä ainakin näille teit.

M: Nii joo totta... no sitte tulis... näin.

Minna osasi hienosti käsitellä lukuja esimerkiksi hajottamalla niitä päässään pienempiin osiin ratkaisua helpottaakseen, mistä annoin kannustavaa palautetta. Usein idea oli juuri oikea, mutta mielessä pidettävien askelten määrä nousi helposti liian suureksi, jolloin huolimattomuusvirheiden riski oli suuri. Yritin ohjata Minnaa kirjaamaan näitä ajatuksenkulkuja ylös, mutta se ei äkkiseltään tuntunut Minnan mielestä luontevalta.

Minnan tehtävänratkaisuprosessit eivät pääasiassa vaikuttaneet hätäisiltä, mutta välillä hän tarjosi tehtävänannon nähtyään varman oloisena suoraan jotakin vastausta, jonka virheellisyyden hän usein itsekin pian huomasi alkaessaan selostaa, miten oli saamaansa vastaukseen päätynyt, kuten seuraavassa ratkaistuaan ensin hyvin nopeasti tehtävän $3,846 + 2,2$:

M: Eiköhän se sitte oo niinku näin. [5,348] - - Mä tein tän sillee et ku on tää kolmonen ja sit mä lisäsin siihen tän kakkosen ja sit siit tulee viis pilkku... ja sit mä ajattelin lisätä tän kakkosen tänne perään [tuhannesosiin]...

A: Niin, mitäs tää kakkonen täällä tarkoittaa?

M: Eikse tarkota kaht tämmöst? [tuhannesosaa] Vai... Ei, se ei todellakaan tarkota! Se tarkoittaa kahta tämmöstä. [kymmenesosaa]

Vastauksessa on edellä kuvatun ajatusvirheen lisäksi ilmeisesti huolimattomuudesta johtuen kahdeksikko kymmenesosien kohdalla muuttunut

kolmoseksi, joten lasku, johon Minna ensin vastasi, oli oikeastaan $3,346 + 2,002$. Tehtävän ratkaisun alettua yllättävällä epäonnistumisella oli Minna selvästi hätäisempi ja hermostuneempi jatkossa ja tarjosi joka välissä jotakin arvausta:

Miten se sit tehtäis? Näinkö?

Hermostuneena Minna ei ollut kovin vastaanottavainen eikä vaikuttanut kovin kiinnostuneelta refleктоimaan ajatteluaan tai etsimään uusia tapoja ajatella asiaa. Tilanne palasi kuitenkin normaaliksi saatuumme tehtävän ratkaistuksi.

6.2 Haastattelut

Haastattelutilanteet muodostuivat ahdistavasta aihepiiristä huolimatta mukaviksi juttutuokioiksi. Minna oli hyvin sanavalmis ja kertoi avoimesti kokemuksistaan, ajatuksistaan ja tuntemuksistaan. Seuraavassa olen ryhmitellyt haastattelujen annin eri tapaamiskerroilta vastauksiksi tutkimuskysymyksiin.

6.2.1 Miten matematiikasta tuli Minnalle ahdistavaa?

Minnan koulu-ura matematiikan parissa alkoi mukavasti. Peruskoulun alussa matematiikka ei aiheuttanut ylimääräisiä ongelmia:

No, sillon [ensimmäisillä luokilla] se oli ihan kivaa, mut se varmaan kuulu siihen ku tultiin heti kouluun nii sillohan oltiin vähä kaikesta innostuneita.

Vaikeuksia ilmeni kuitenkin melko pian. Minna kokee, ettei ehtinyt oppia määrättyjä asioita siinä ajassa, kuin olisi pitänyt:

Se [matematiikka] on ollu mulla ala-asteelta asti tosi hankalaa, et ekaluokalla se vielä meni jotenkuten mut sitte ku lähettiin vaikeempiin asioihin nii alko tuntuu siltä et me edettiin nii nopeesti ja mul kesti kumminki taas tajuta niit asioita.

Minna osallistui kausittain osa-aikaiseen erityisopetukseen, mikä tuntui auttavan jonkin verran, mutta tavallisessa luokassa opettajalla ei tuntunut olevan riittävästi aikaa yhden oppilaan neuvomiseen, jolloin Minna jäi helposti ilman tarvitsemaansa apua:

Mä olin erityisopetukses vähä aikaa nii sit se tuntu kyl sillee vähä kivemmalta ja helpommalta mut sitte muuten, aina ku mä olin luokas ja sillee nii sitte ku meil oli iso luokka nii välil tuntu siltä et ei oikee ees viittiny pyytää apuu tai sillee ku oli koko ajan opettajalla sormet jonku muun kirjassa.

Yläkouluun siirryttäessä Minnan vaikeudet matematiikassa lisääntyivät:

Mut siis toisaalta, oli se ala-asteella vähä helpompaa, mut sit seiskal ku siirrytti nii sit ei enää ollu nii.

Ahdistuksen tuntemukset astuivat kuvaan prosenttilaskujen myötä:

Ehk ekan kerran nelosel mut sit varmaan se vahvistu sillee seiskal. No, mitä ny nelosluokalla alettiin sit mennä just nää mitä meil on nyttekki, nii sillon ku ekan kerran tuli prosenttilaskut nii mä en ymmärtäny niistä mitään.

Prosenttilaskuissa Minnan mielestä ahdistavaa oli se, kuinka niissä piti hallita ja yhdistää monia aiemmin opetettuja asioita, joista monissa Minnalla oli varmasti puutteita jotka vaikeuttivat prosenttikäsitteen omaksumista ja ymmärtämistä. Käsitteen ymmärtämiseen ja pohjatietojen varmistamiseen ei ollut varattu riittävästi aikaa:

Mä en ymmärtäny, ja sit ku siin on niin paljon niit kaikkii juttui et siin pitää osata monta asiaa kerralla ja sitte yhtä aikaa nii se on mulle tosi vaikeeta ja sitte tuntu siltä et me hypättiin jo siihen seuraavalle asteelle siinä asiassa ennen ku mä olin ehtiny sitä ekaakaa harjotella sillee kunnolla

Prosenttilaskuja opiskellaan peruskoulun aikana useaan otteeseen, joten Minnakin oli joutunut olemaan niiden kanssa tekemisissä jo moneen kertaan koulu-urallaan. Käsitteen ymmärtämisen ollessa vajavaista oli Minnan nyt yläkoulussa turvauduttava muistiin pärjätäkseen, ja ilmeisesti myös opettaja oli siihen kannustanut. Minnalle ulkoa opettelu ei kuitenkaan tuntunut luontevalta tavalta oppia, vaan ennemminkin ahdistavalta:

Mitä meil on nyt, nää prosenttilaskut, nii niissä meiän pitäis nyt ens maanantain kokeeseenki harjotella ulkoa ne esimerkiks paljo

on kakskytviis prosenttia nii paljon se on mistä, jotain, osina, nii esimerkiks nää pitää harjotella ulkoo, et ne osaa nii sit, mä oon huono harjottelee ulkoo. Nii se on semmonen asia mikä on vähä ahdistanu.

Ensimmäisen tapaamiskerran kartoitustehtävästä ja informantin valinnassa käytetystä lomakkeesta kävi ilmi, että myös kertolaskut ja niiden oppiminen ulkoa aiheuttivat ahdistusta, ja olivat aiheuttaneet alakoulusta asti. Lisää paineita loi tietoisuus asian tärkeydestä koulu-uran jatkoa ajatellen:

Mä muistan sen et mua ärsytti ku mä jouduin tekee niin monta uusintaa [kertolaskukokeissa]. Ja mä en ikinä oppinu niitä vaikka mä kuinka yritin.

...se [kertolaskujen opettelu ulkoa] ei yhtään kiinnostanu mua ja mä kyl tiesin, et mä tuun tarvii niit jatkossa jos mä opiskelen tätä matikkaa lisää ja sillee, tai kun mä opiskelen tätä matikkaa lisää. Mut sitte, jotenki, ne ei vaan menny mun päähän ja ne on vaikeita ja ne piti oppii ulkoo ja se oli tosi tosi tyhmää mun mielest.

Kertolaskujen käsittelyä ja muutakin Minnan opiskelua haittasi se, etteivät opitut asiat olleet jääneet mieleen niin hyvin, että niitä voisi hyödyntää myöhemminkin. Minna mainitsi moneen otteeseen haastatteluissa sen, kuinka opittavaa asiaa oli kovin paljon ja kuinka oppitunneilla oli kiire mennä eteenpäin seuraavaan asiaan. Minna arveli myös, ettei kertaamiseen ollut aikaa:

Ne [allekkain kertolasku yms.] tuntuu olevan niinku jääny sit alasteen tunneille että ei sellasiin enää keskitytä ku meil on paljon uutta asiaa nii ei me nyt enää ruveta sellasta uudelleen harjottelee. Et ylipäätäänki mullahan on matikasta aika paljon kaikkee unohtunu menneille vuosille et enää mä en osaa laskee samoja ku sillon.

Opettajan kiiruhtaessa eteenpäin ennen kuin Minna oli ehtinyt ymmärtää edellistä asiaa, oli Minnalla ollut entistä suurempia vaikeuksia seurata opetusta ja omaksua uutta asiaa. Yleensä Minna sai kuitenkin uudesta asiasta aina sen verran otetta, että pystyi suoriutumaan kirjan helpoimmista tehtävistä, joihin hän sitten pyrki kuluttamaan tehtävien tekoon varatun ajan:

No, yritin harjotella sitte sitä seuraavaa aika surkein tuloksin tai no mä yritin pysyy vaan mukana ja sitte siinä vaiheessa ku me ruvettiin tekee tehtävii nii... rehellisesti sanottuna mä varmaan vähän hidastelin siinä sitte, et mun ei tarvinnu mennä niihin vaikeempiin vielä.

Minna ei ollut kovin tietoinen koulukavereidensa suhtautumisesta matematiikkaan. Negatiivista asennoitumista ilmeni luokan poikien keskuudessa jonkin verran. Minna arvioi, ettei luokkatovereiden suhtautuminen matematiikkaan ollut vaikuttanut hänen omaan suhtautumiseensa:

No emmä tiä onks sil kauheesti välii mun omassa opiskelussa koska kyl mä pärjään hyvin sellasiki aineis jois voi olla just kauhee meteli ja jotku muut ei välttämättä oo niin kauheen innoissaan siitä, mut mä tykkään et mul on oma mielipide asioista. Et ei mua kiinnosta, jos joku toinen ei tykkää. Ei se tarkota sitä, et mäkää en vois tykätä, tai tällee.

Minna ei kokenut vanhempiansa suhtautuvan matematiikkaan erityisen negatiivisesti, mutta ei ollut myöskään saanut heiltä juurikaan tukea esimerkiksi vaikeiden läksyjen kanssa. Koulussa opetetut matematiikan asiat eivät olleet Minnan kertoman mukaan jääneet myöskään hänen vanhempiansa mieleen:

No niiden [vanhempien] suhtautuminen on ylipäänsä kaikkiin aineisiin ihan positiivinen, ei mitenkään erillisesti, mut sillee et jos mä pyydän et voiks ne auttaa mua [matematiikassa] niin ne usein sanoo et ne ei osaa. Koska ne ei enää muista et miten tehään... jotain juttui.

6.2.2 Millaista matematiikanopiskelu on Minnan mielestä?

Minnan tunteet ja ajatukset matematiikkaa kohtaan olivat toisinaan ahdistuneita tutkimuksen tekemisen aikoihin, reilua vuotta ennen peruskoulun päättymistä. Tietoisuus koulumatematiikan kumuloituvasta luonteesta ja epävarmuus pärjäämisestä jatkossa saivat Minnan joskus toivottomaksi ja voimattomaksi:

No, välil on vähä sellai tavallaan ahdistunu olo, et ku ei tajuu jotai ja sit kumminki pitäs ymmärtää, että jatkossa pystyy paremmin...

tai niitä muita asioita... et jos ei tajuu jotain, niin sit se on vaikee luoda pohja seuraaville asioille. Nii on se sit tosi ikävää ja sillee, siit tulee semmonen olo, et täst ei tuu mitää, emmä jaksa enää.

Minna ei kuitenkaan kokenut ahdistuksen sinänsä aiheuttavan itselleen ylitsepääsemättömiä esteitä, mutta toisinaan esimerkiksi koetilanteessa ilmennyt hermostuneisuus vaikeutti tehtävistä suoriutumista:

Et ei mul mitää sellast pakonomaist ahdistust, et niinku mul tuntus, et mä en pysty tekeen sitä koetta, mut sen verran kumminki, et sit ku mä teen sitä, nii jotenki mun ajatus ei ehkä kulje aina. Ja sitte tulee sillee vähän tulee ongelmaa, mut ei mikää iso ongelma.

Hermostuneisuuden syynä koetilanteissa Minna piti kiirettä ja tehtävien liiallista määrää. Koetun ajanpuutteen aiheuttama levottomuus vei suuren osan Minnan keskittymiskyvystä niin, ettei Minna kyennyt hyödyntämään käytettävissä olevaakaan aikaa optimaalisesti. Tässä tunnetilassa Minna myös helposti unohti kokeessa suoriutumisen kannalta olennaiset asiat, jotka kuvitteli osaavansa:

Joskus mä mietin että "mä luin tähän et kyl mun pitäis osata nää", mut sit jotenki tulee semmonen, et ku niitä koekysymyksiä on niin paljo, et tulee sillee et käy päälle et "entä jos mun aika ei riitäkkää" ja entä jos täs nyt käy sillee ja entä jos... ja sit siihen saattaa myös mennä että kaikki tärkeimmät asiat unohtuu ja sillee ja sitte... ei kai sitte muuta. Nii ja muuten että mitä enemmän kysymyksiä siin kokees on, nii sitä ahdistavamalt se tuntuu...

Minna koki matematiikan opiskelun lähinnä ikävänä, mutta ajoittain myös kiinnostavana. Positiiviset tuntemukset ilmenivät yleensä siirryttäessä uuteen asiaan, mutta haihtuivat aina pian opittavan asian runsauden ja liian nopeaan tahtiin etenevän opetuksen ansiosta. Minnan opiskelumotivaatio oli selvästi koetteilla toistuvien pettymyksien vuoksi eikä luovuttamiskyky ollut kovin korkealla, mikä toistui useaan otteeseen Minnan puheessa:

Yleensä se [matematiikan opiskelu] on aika ikävää, mutta aina sen uuden asian alussa mä saatan olla vähän kiinnostunu siitä, mut sit se kyl lopahtaa melkein heti.

...aluks mä oon just sillee et täähän on ihan onnistunu asia, että mä pystyn kyl tähä, mut sit just ku mennään nii nopee tempo ja just ku tulee niin paljo asiaa, nii sit siinä mä oon: ”ei täst tuu mitää”. Ja sit just sillon ehkä just se tunnetila mikä johtaa niist tilanteista, nii saa mut sit luopumaa siitä ajatuksesta, et mä en jaks enää opiskella sitä asiaa loppuun asti.

Sitte se [että ei opi jotakin] on mun mielestä tosi ikävää ja oikeestaan mä en jää sitä sit sen enempiä murehtimaan vaan luovutan saman tien ja sit mä jotenki pakenen sen asian sillee et enää ei oikeen kiinnosta.

Nii, et sit ku mua ei kiinnosta, nii sitte mä luovutan nopeesti.

Konkreettisenä esimerkkinä ahdistavasta tilanteesta Minna kertoi hankaluuksistaan kotitehtävien tekemisessä. Kotitehtävien tekemisen aloittaminen ahdisti Minnaa ja tilanne vain paheni nukkumaanmenoajan lähestyessä. Väsyneenä ja ahdistuneena Minnalla oli vaikeuksia palauttaa mieleen oppitunnilla opetetut asiat, jolloin tehtävien tekeminen tuntui mahdottomalta ja niiden jättäminen kokonaan tekemättä alkoi tuntua houkuttelevalta vaihtoehdolta:

...aika usein mulle käy sillee, et ku mä oon kotona, nii sitte mä lykkään läksyt vähän turhan myöhälle, ja sit joskus yhentoist aikaan, ku mä oon niinku just menos nukkumaan, nii sit mä rupeen tekee niitä, ja sitte niinku mä ajattelen, et mun pitää koht mennä nukkuu, et mä jaksan herää aamulla, nii sit tulee semmonen ihme kiire siihen, ja sit ku mä en ymmärrä niit asioita valmiikskaa, mä en välttämättä muista mitää, mitä koulus ollaa niistä, nii sit siin tulee semmonen olo, [hymähtäen:] et mieluummin sanon, että jäi tekemättä ku teen. - - Ne on ehkä kaikkein vahvimpia sellasia tilanteita, missä sitä [ahdistusta] ilmenee.

Minnan kertoman mukaan valtaosa heidän matematiikan oppitunneistaan oli opettajajohtoista opetusta. Minnan mielestä opettaja kuitenkin opetti hyvin:

No aluks ku me tullaan sit luokkaan ja sit ope rupee selittää meille sitä asiaa mikä meil on silloin, ja sit se selittää lähes koko tunnin kaikkii asioit, sillee, mun mielest se opettaa hyvin ja selittää sillee tarkasti ja sillee, et kaikki tajuu. Ja sitte, ku se on kaiken niinku järjestyksessä kertonu, niin sitte niinku joku viis minuuttii aikaa tehä tehtävii ja sit tulee läksyy.

Oppilaiden rooli oppitunneilla oli Minnan kuvaileman mukaan hyvin passiivinen:

Yritetään kuunnella nii ettei ajatus lähe harhaileen.

Minna mainitsikin useaan otteeseen vaikeuksistaan keskittyä opettajajohtoiseen opetukseen tarpeeksi pitkään, mitä hän itse piti kiireen ohella merkittävänä syynä sille, että asioita jäi oppimatta tai painui unholaan:

...se [että tunnilla opetettava asia jää oppimatta] johtuu siitä, että mä oon väsyne ja mä en jaksa kuunnella ja mua ei kiinnosta, mua ärsyttää se asia ja sit mul pyörii vaan muut asiat mielessä ja ajatus katkeilee ja mä en ymmärrä mitä se ope selittää ja sitte saatan vaan olla ihan laiskuuttani sit ja tehä jotain muit juttuja.

Varmaan aika moni on kans ihan muissa maailmoissa siellä [oppitunnilla], et ne ei metelöi, mut omia juttuja tulee varmaan ajateltua aika paljon.

...mä vaan kuuntelen, jos on joku aihe, siis sehän riippuu ihan aiheesta, et kuuntelenko mä ylipäänsä vai en, ja mä tiedän, et se ei oo tosiaankaan hyvä, jos en mä kuuntele, mutta välillä vaa lähtee ajatus harhailee...

Minna ei kokenut matematiikka-ahdistuksen suoranaisesti olevan syynä epäonnistumisilleen matematiikassa, vaan ajatteli ongelmien matematiikan oppimisessa olevan ennemminkin syynä ahdistuksen tunteisiin. Minna oli oppinut hyväksymään nopeasti epäonnistumisensa ja pääsemään ahdistuneesta olotilasta unohtamalla tapahtuneen:

Must tuntuu, et se menee sillee päin, et mä en osaa sitä asiaa, ja sit tulee mieluummin se ahdistus että... kyl mä aina yritän ensin kaikkeni, ja sit sen jälkeen tulee hetkeks sellanen olo: "eii mä en jaksa, taas tälle ja miks tää nyt meni näin ja plää plää plää", mut sit mä kyl aika nopeesti unohan sen, ja sit emmä jää potee mitää asiaa niiku päivääkään et tai tuntikausiks, et se sit unohtuu aika nopeasti sit sen semmosen ahdistavan olon jälkeen.

Minna kertoi olevansa hyvin iloinen oppiessaan jotakin uutta matematiikantunnilla. Minna kertoi iloitsevansa niin omasta oivalluksen kokemuksestaan, kuin mahdollisuudestaan hyviin arvosanoihin oppimisen myötä:

Mä oon tyytyväinen ja helpottunu siihen, että mä oon oppinu, ja must on mahtavaa, et mä oon oivaltanu jonkun asian, ja sit se tuntuu, et se on aika helppoo, et ei se nyt niin vaikee ollukkaan, se vaan näytti siltä.

Mun mielest se on hienoo, ja se tuntuu siltä, et mä oon taas sit askelen lähempänä sitä hyvää koenumeroo, joka taas antaa mulle mahollisuudet hyvään matikannumeroon, ja sit mä oon myös tosi tyytyväinen siihen, et vihdoin oon älynnny jotain, jota mä en ennen osannu, ja emmä tiä. Mä oon vaa siit sit tosi ilonen.

Minnalla ei ollut kovin voimakkaita käsityksiä tyttöjen ja poikien eroista matematiikan opiskelijoina. Hän oli kiinnittänyt huomiota lähinnä tyttöjen huolellisempaan vihkotyöskentelyyn läksyjen osalta:

..joskus mitä joskus [naurahdus:] oon kopioinu jotain läksyjä joltain, nii jos se on ollu poika, niin sen huomaa, et sil on ollu huolimattomammin tehdyt läksyt, ja sit jos se on tyttö, nii sitte on huolellisemmin ja ihan kaikki välivaiheet. Sillee, et pojilla ei ehkä oo sitä kärsivällisyyttä niin paljon, emmä muuten tiä.

Toinen hänen havaitsemansa ero liittyi tuntiaktiivisuuteen. Minna arveli, että pojilla ”välähtää” nopeammin kuin tytöillä, jonka ansiosta he viittaavat useammin. Poikien läsnäolo matematiikan tunneilla ei vaikuttanut aiheuttavan Minnalle ylimääräisiä paineita, eikä hän ollut innostunut ajatuksesta sellaisista

matematiikantunneista, joilla olisi pelkästään tyttöjä. Minna koki poikien läsnäolosta ja aktiivisuudesta olevan ennemminkin hyötyä itselleen, he kun kysyivät usein Minnaakin hyödyttäviä kysymyksiä:

No, oikeestaan se saattais vaikuttaa jopa negatiivisesti sen takii, koska pojat on meillä ne, jotka viittaa.

Tytöt on meillä vähän sellasii hiljsemman puoleisii, et muutama vaa välil viittaa, ja ehk sillee ei niin ihan niin nopeesti välähä se juttu, et ne [pojat] on sillee innokkaita sellases, mut kotiläksyt ei sit oikeen kiinnosta.

Ne [pojat] yrittää saada itteään esille jotenki, ja ei siinä muuten siis mitää, et antaa nützen viittaa ja sillai, mut sit se voi auttaa, kun ne kysyy jonku kysymyksen, että sit se voi tarkentaa sitä asiaa, mitä ei ymmärrä.

Minnalle ei tullut mieleen juurikaan arkipäiväisiä tilanteita, joissa joutuisi hyödyntämään matematiikkaa.

Ei oikeestaan, koska mä en leivo tai tee ruokaakaan, nii ei sinänsä siinä tulis mitään ongelmia.

Kysyessäni, välttikö hän jotain tilanteita sen takia, ettei joutuisi olemaan tekemisissä matematiikan kanssa, hän myönsi edellä mainitsemiensa leipomis- ja ruoanlaittopuuhien kuuluvan juuri tähän kategoriaan. Mittausvirheiden aiheuttamat epäonnistumiset olivat vieneet ruoanlaitosta ilon:

...tiätsä ku epäonnistuu joka kerta, ku mittaa päin mäntyy - - ja sit ei tuu aina hyvää ruokaa, nii sit mä oon ajatellu, et mä lopetan.

Mä en ees tajuu, et mä oon tehny jotain väärin ennen ku mä maistan. Ja sitte [naurahdus:] se on ihan pilalla.

Puhuessamme tulevaisuudensuunnitelmista Minna tiedosti hyvin, että tulee olemaan matematiikan kanssa tekemisissä peruskoulun jälkeenkin, niin opinnoissaan kuin raha-asioissakin:

Seuraavan asteen opinnot. Jos vaikka menee ammattikouluun, niin sielki on varmaan matikkaa jossain määrin joissain laitoksissa pakollisena aineena, ja just et jos mä joskus aikuisena

hankin oman kämpän, ja muutenki, nii kaikki veroasiat ja sellaset, niin ne kyl pitäis osata... ja laskut... ja kaikki askareet, mihin tarvii matikkaa.

Minna uskoi matematiikka-ahdistuksen vaikuttavan jollain tasolla myös ammatinvalintaansa, muttei kuitenkaan siinä mittakaavassa, ettei työ voisi sisältää lainkaan matematiikkaa:

No joo, ei must mikää lääkäri vois tulla. Se ois liian iso pala.

- - Ei, ei mul mitää sellasta. Et jos pitäis joskus mennä vaik jonnekki osa-aikatyöhön vaik johonki kauppaan, nii en mä sitä sen takii jättäis väliin, et mä pelkäisin matikkaa.

Minnan mielikuvat matematiikan hyödyllisyydestä arjessa liittyivät loogisen ajattelukyvyyn lisäksi vahvasti raha-asioihin, ostamiseen ja myymiseen. Myöhemmin hänelle tuli mieleen myös opettajan ammatti ja työelämä ylipäätään:

Matikkaa tarvitaan... et niinku voi tajuu jonku asian logiikan. Tai jos ostaa vaikka maata... tai neliöitä... tai ihan mitä tahansa, vaikka metsää, niin tarvii sitä laskutaitoa, ja ylipäänsä, jos ostaa jotain. Ei kai sitte muuta. Kyl niit varmaan on, mut ei nyt tuu mieleen... Nii tai jos myy jotain, nii kyl siinäki tarvii sitte.

...missä viel tarvii matikkaa, niin tarvii opettajana olemisessa... tai no sit se on jo työ, ja töissä yleensä tarvii matikkaa.

6.2.3 Miten Minna opiskelee matematiikkaa?

Minnalla oli selkeä kuva siitä, millä tavalla hän oppii parhaiten matematiikkaa. Edellä Minna oli selittänyt ongelmiaan matematiikassa opetuksen liian nopealla tahdilla ja mainitsi vastaavasti tärkeimpinä tekijöinä omassa oppimisessaan riittävän ajan ja miettimisrauhan asioiden sulattelua varten:

Sillä, että pitää antaa itelle aikaa ymmärtää ne asiat. Ei saa mennä liian nopeesti eteenpäin...

..ja sitte, ku on joku, joka antaa kumminki silleen tilaa ajatella, et sinänsä, ku mul on kerrottu se asia, nii sit mua kyl vähä häiritsee, et joku kyttää siin vieres, ku mä yritän laskee. Et ei mua haittaa

vaik ku mä pyydän opettajalt apuu, et se kertoo, et mitä mun pitääkää seuraavaks tehdä, mut sit tuntuu silt, et sit se alkaa painostaa, et jos mä en saa tarpeeks aikaa ajatella, et mitä pitää seuraavaks tehdä, ja toinen on jo heti sanomassa päälle, et mitä seuraavaks.

Tehtäviä tehdessämmekin Minna ilmaisi välillä tarpeensa pohtia käsiteltävänä olevaa asiaa vielä hetken:

Kyl mä tajuun, mut siihen menee aikaa.

Oppitunneilla Minna kertoi oppivansa yrittämällä painaa mieleen opetetun asian ja katsomalla esimerkkejä. Harjoituksia tehdessään hän kertoi tukeutuvansa esimerkkien lisäksi muihinkin ulkoisiin apukeinoihin, kuten matematiikan teoriakirjaan:

Sillon, jos mä kuuntelen, nii sit mä saan ne kyl sillai päähäni, ja sit ku mä... ehkä eniten sitte niitten esimerkkien avulla sitte ymmärrän sen asian, ja sitte ku mä katon ne esimerkit, nii ne jää yleensä mieleen, ja sitte meil on mein kirjassa... meil on teoriakirjat, ja siellä on näytetty ne miten lasketaan mikäki, nii sitte se myös helpottaa mua siin et mä voin sielt kattoo, jos mä oon unohtanu ne. Kyl mä sit laskun edetessä osaan ne.

Minnan oppimisen kannalta positiivista olivat rauhalliset matematiikantunnit:

Semmonen rauhallinen tunnelma, jos[sa] pystyy keskittymään.

Minna ei kokenut itsellään olevan ongelmia keskittymiskyvyn kanssa yleensä, ja hänen pyrkimyksensä opetuksen seuraamiseen oppitunnilla vaikutti vilpittömältä:

...okei, kyl joskus tulee ite ainaki jotai muuta säädettyy - - mutta aina [naurhdus:] yritän silti kuunnella.

Kyl mä sanoisin, että vaikka mul saattaa lähtee ajatus harhailee, nii mul on ihan hyvä keskittymiskyky, et kyl mä pystyn keskittyä aina asioihin sillai ihan täydellä mitalla, mut sitte en tiä saattaa ihan kiinnostuksen loppuessa nii lähteä ajatus harhailee.

Minna sai myös kavereiltaan apua matematiikan opiskeluunsa, läksyjen tekoon ja kokeisiin valmistautumiseen:

...mä teen ylipäätäänki yleensä yksin tai sit kavereiden kaa läksyjä.

...ihan just ennen koetta, nii mun kaveri opetti, ja mä oivalsin sen asian.

Muuten Minna valmistautuu kokeisiin teoriakirjan avulla. Omasta viitseliäisyydestään riippuen hän joko vain selailee sitä hieman tai sitten tekee muistiinpanoja ja kopioi esimerkkilaskuja vihkoon:

[Kokeisiin valmistautuakseni olen] ...selailu sitä teoriakirjaa. Mut jos mä haluan varmasti hyvän numeron ja viitsin vähän tuhlata aikaa nii sillon mä kirjotan kaikki ne tärkeät asiat vihkoon, teen esimerkkilaskut nii sit ne jää mun mieleen, kosks kirjottamalla mä opin. Mut sitte jos mul on kiire tai mä en jaksa tai mua ei huvita tai muuten vaa nii sitte mä vaan selaan sen kirjan läpi jos sitäkään...

Ajoittaisen hyvän menestyksensä matematiikassa Minna selitti kovalla työnteolla. Erityisopetuksen ja oman ponnistelun ansiosta hän oli jopa onnistunut saamaan erittäin hyviä tuloksia:

Ja oli siel myös yks semmonen tilanne, olikohan seiskalla, ku oli joku aihe, mä en enää muista mikä, mut sitte, mä olin erityisopetuksessa, ja mä olin lukuun ihan kaikki asiat, ja sit mä olin kirjottanu ne kaikki vihkoon, ja mä niinku olin painanu ne mieleen, ja sit se oli vielä se opettaja sillee aika myötämielinen, et ku se oli tietysti erityisopetus, nii siinä sit ei tarvinnu ihan yksin pärjää, nii kyl mä sain siitä sit ihan kymppimiinuksen. Nii et se sitte vähän kohotti mun itsevarmuutta matikanopiskelussa, sen jälkeen siit seuraavasta kokeesta taas tuli jotain kutosta tai jotain. Se riippuu ihan siitä, et kuin paljon mä oon niinku viitsin lukee ja mä oon laiska nii..

Mahdollisimman hyvä koenumero vaikutti olevan Minnalle tärkeämpi seikka opiskelussa kuin se, muistaisiko hän kokeeseen pönttäämiään asioita enää

myöhemmin. Kysymys tiedon pitkäaikaisemmasta varastoitumisesta, aiemmin opittujen asioiden muistamisesta, ei tuntunut olevan Minnan mielestä kovin olennainen:

Emmä oo kokeillu. Mä en yhtään tiä, et ei me palata vanhoihin. Mut kyl mä olettaisin, et ainaki jotain sieltä, tuskin nyt ihan kaikkee.

Vaikealta tuntuvan tehtävän edessä Minnalta tuntui olevan keinot vähissä. Ajatusten pitäminen tehtävässä ei yleensä onnistu silloin, kun ei pääse alkuun tehtävän ratkaisun kanssa:

No mä tota varmaan tuijotan sitä, ja sitte mä yhtäkkiä huomaan, et mä oon jossain ihan muissa maailmoissa, ja sit tunti loppuu. [Jään?] nii siihen yhteen kohtaan sitte.

Välineiden käyttö apuvälineenä matematiikan opiskelussa ei ollut Minnalle ennestään kovinkaan tuttua. Välineet sinänsä eivät tehneet matematiikasta helpompaa, vaan vasta sellaisista välineistä oli iloa, jotka Minna hahmotti helposti:

Ei oo mitään palikoita kyl ollu ikinä, mutta lukusuora on, ja mitäs muita meillä sitte on ollu.. no ei kai sit muuta.

Must se oli kans helpompi näiden palikoiden avulla.. viime kerran palikat oli jotenki outoja.

Kysymykseen siitä, saivatko sopivat välineet hankalaan aiheeseen tarttumisen tuntumaan vähemmän ahdistavalta, Minna vastasi myöntävästi hymyssä suin.

Tapaamisten annista kysyessäni Minna vastasi itseironisesti huomanneensa, että hänenkin on sittenkin mahdollista oppia asioita, jotka ennen ovat jääneet oppimatta:

Must se oli tosi kiinnostava huomata et näit voi osataki tämmönenki tyhmä (naurahdus). Nii että siis niinku joo, et mä tajusin nyt niit vähä enemmän.

Minna koki myös keskustelujen olleen hyödyllisiä, koska oli tullut itsekin ajatelleeksi asioita tarkemmin ja miettineeksi omia vahvuuksiaan ja heikkouksiaan:

Kyl se on toki ain auttanu, ku saa selittää kaikkee omista tuntemuksistaan, ja auttaa myös itekki huomaamaan sellasia asioita, mitkä tuntuu hankalilta ja mitä ei osaa ja mitkä on ikävii ja mitkä taas positiivisii ja kivoja. - - Kyl nää ku ollaan nähty nii on auttanu mua luomaan kontrastia sen ympärille, et mitkä asiat on vaikeita ja mitkä helppoja, ja mitkä vois tehdä eri tavalla, ja ylipäättänsä se, ku me ollaan harjoteltu näitä, nii kyl mä oon oppinu, et en mä oo vaan sanonu huvikseen, että mä tajuun.

Minna uskoi tapaamisistamme myös olleen hyötyä omalle koulunkäynnilleen jatkossa:

M: Must on hienoo, et jos mä oon nyt saanu helpotettuu tätä mun peruskoulun matikkaurakkaa.

A: Tuntuuks susta siltä?

M: Joo!

Hän uskoi pärjäävänsä nyt myös joidenkin vaikeampien tehtävien kanssa, kun pysyy vain rauhallisena:

Kyl mä luulen, et täst edespäin sillee, ku vaa niinku pystyy ole rauhallisesti siin tilantees, mis pitää laskee joku hankala, ja kattoo ihan asia kerrallaan ja rauhas, niin kyl se sit varmaan onnistuu.

7 Synteesi

Tässä viimeisessä luvussa kokoan yhteen huomionarvoisia seikkoja Minnan tapauksesta. Nostan esiin viisi tekijää, jotka tulisi ottaa huomioon, jotta Minnan matematiikanoppiminen voisi olla helpompaa ja vähemmän ahdistavaa. Tekijät ovat opetuksen tahti, matemaattinen itseluottamus, sisäinen motivaatio, ymmärrys ja konkretia. Epäilemättä näiden tekijöiden huomioon ottaminen on opetuksessa aina tärkeää, mutta seuraavassa haluan tuoda esille Minnan näkökulman.

Minnan tapauksessa matematiikka-ahdistukseen ajautuminen on noudattanut tyypillistä kaavaa. Pikkukoululaisen innostus on laantunut ja korvautunut ahdistuksen tunteilla ala-asteen loppuun mennessä. Uusien opittavien asioiden tahti on ollut Minnalle liian kova, jolloin hän ei ole ehtinyt oppia monia asioita kuin hyvin pinnallisesti, jos ollenkaan. Minna on itse tiedostanut tarpeensa harjoitella vielä edellistä asiaa, mutta siihen ei ole ollut mahdollisuutta luokkaopetuksessa, jossa kaikkien on pitänyt pysyä samassa tahdissa. Erityisopetuksessa ollessaan Minna on itse pystynyt vaikuttamaan etenemistahtiin ja yltänyt sen avulla oikein hyviin koetuloksiin. Myös tapaamisissamme Minna iloitsi mahdollisuudesta edetä kerrankin omaan rauhalliseen tahtiinsa.

Strawdermanin (2012) alaluvussa 2.2 esitellyn mallin mukaan tarkasteltuna Minna näyttää ajautuneen saavutusten jatkumoa pitkin negatiiviseen kierteeseen. Epäonnistumisen kokemukset matematiikan oppimisessa ovat tuoneet mukanaan ahdistavat tunteet ja matematiikan välttämisen. Jopa negatiivisen kierteen neljäs lenkki, ulkoaopettelu strategia on osa Minnan matematiikanopiskelua, vaikka hän itse tiedostaa sen olevan hänelle huono tapa oppia ja myöntää jo unohtaneensa suuren osan aiempien vuosien asioista. Tuntuu epäreilulta, että negatiiviseen kierteeseen johtaneet epäonnistumiset näyttävät johtuvan suurelta osin siitä, ettei Minnalla ole ollut riittävästi aikaa pureskella asioita ymmärtääkseen ja hallitakseen ne perusteellisesti.

Alakoulun matematiikanopiskelussa syntyneiden aukkojen ja oppiaineksen kumuloituvan luonteen takia myöhemmin opittavien asioiden oppiminen on ollut Minnalle yhä vaikeampaa ja tulee olemaan jatkossakin. Tämä on entisestään lisännyt ahdistuksen tunteita ja huonontanut Minnan matemaattista itseluottamusta. Minna syyttää epäonnistumisistaan usein virheellisesti omia henkilökohtaisia ominaisuuksiaan. Hän kutsuu itseään tyhmäksi kun ei ymmärrä jotakin asiaa, vaikka myöhemmin huomaamme hänen olevan ihan riittävän fiksu ymmärtämään, kunhan saa tarpeeksi aikaa sulatella asiaa. Hän nimittää itseään laiskaksi, kun ei jaksaa lukea tarpeeksi kokeisiin, eli opetella asioita ulkoa teoriakirjasta, saadakseen hyviä arvosanoja. Hän syyttää itseään myös keskittymisen herpaantumisesta ja ajatusten harhailemisesta opettajajohtoisilla oppitunneilla, joilla oppilaiden tulisi Minnan kertoman mukaan hyvin suuren osan ajasta vain istua hiljaa kuuntelemassa opettajan opetusta. Vaikka opettaja opettaakin Minnan mielestä hyvin, hän ei kuitenkaan ole onnistunut kunnolla vangitsemaan ainakaan Minnan mielenkiintoa opittavaan asiaan.

Gearyn (1994, 277) luvussa 3 esitetty lähestymistapa, jossa kartoitetaan tarkasti matematiikka-ahdistuksesta kärsivän henkilön todellinen taso matematiikassa onnistumisen kokemusten takaamiseksi vaikuttaa hyvin käytännönläheiseltä ja järkeenkäyvältä sekä muidenkin kuin matematiikka-ahdistuksesta kärsivien tukiopetukseen sovellettavissa olevalta. Tässä tutkimuksessa tämänkaltaisen lähestymistapa oli otollinen, koska muutoin minulta olisi luultavasti jäänyt huomaamatta heti alkuun, kuinka perustavanlaatuisia aukkoja Minnan matematiikantaidoissa oli. Minnan vaikeuksiin prosenttilaskuissa ei esimerkiksi oltaisi saatu apua jos desimaaliluvun käsitteen ymmärrys olisi jäänyt niin heikolle tasolle, kuin se oli. Tällainen lähestymistapa matematiikka-ahdistuksen hoitokeinona vaatii kuitenkin valtavasti resursseja, sillä jokainen oppilas on todennäköisesti hieman eri tasolla matematiikassa, jolloin pientäkään oppilasryhmää ei voida viedä saman ohjelman mukaan, vaan jokaisen oppilaan taso tulee arvioida erikseen ja osoittaa juuri hänelle sopivat tehtävät. On tärkeää muistaa myös se, että erityisesti nuoren oppilaan mielenkiinto romahtaa lähes välittömästi siinä vaiheessa, kun harjoituksessa ei ole enää mitään haastavaa tai uutta (Sousa 2008, 138). Tämä edellyttää opettajalta erityistä tarkkanäköisyyttä, sillä kun liian vaikea matematiikka

ahdistaa ja liian helppo matematiikka on tylsää, ei liikkumatilaa ole kovin paljon, ja siirtyminen seuraavaan vaiheeseen tulee ajoittaa tarkasti.

Luvussa 3 esiteltiin Huttonin ja Levittin (1987) lähestymistapa matematiikka-ahdistuksen vähentämiseen luokkaopetuksessa, jonka tarkoituksena on pyrkiä parantamaan oppilaiden matemaattista kompetenssia ja kokemusta omasta pärjäämisestä. Lähestymistavassa on olennaista, ettei oppilaiden tarvitse törmätä kylmiltään aiemmin opittuun (esim. aritmetiikan) asiaan, jonka oppimiseen saattaa liittyä kielteisiä tunteita ja epäonnistumista. Noustessaan pintaan nämä kielteiset tunteet estävät myös uuden asian perusteellisen omaksumisen. Opetusharjoitteluissa ja nyt myös Minnan kanssa tekemiini havaintojen mukaan monien oppilaiden ongelmat algebran opiskelussa juontavat juurensa ongelmiin aritmeettisissa perustaidoissa, jolloin he ajautuvat helposti ajattelemaan, että olenpa tyhmä, kun en tätäkään opi, vaikka tosiasiallisesti heillä olisi täydet valmiudet oppia uusi asia, kunhan pohja olisi kunnossa ja tarvittavat työvälineet hallussa. Kun pohjatiedot on turvallisesti palautettu mieleen, on oppilaan helpompi keskittyä oppimaan algebran olennaisia sisältöjä ilman turhia etenemisesteitä aiempien ongelmien takia. Opettajan näkökulmasta tämä vaikuttaa ensi lukemalta vievän liikaa aikaa uuden oppimiselta, mutta loppujen lopuksi uskon sen ennemminkin vähentävän sitä aikaa, jonka opettaja joutuu käyttämään vanhan asian kertaamiseen yksittäisten oppilaiden kanssa kiertäessään oppitunnilla tehtäviä tekevien oppilaiden luona. Erityistä lisäarvoa tämä lähestymistapa saa suomalaisessa kaksijakoisessa peruskoulumallissa, jossa aritmetiikan taidot opettaa pääasiallisesti eri opettaja alakoulussa, eikä yläkoulun matematiikanopettajalla ole välttämättä mitään käsitystä siitä, kuinka hyvin pohjatiedot ovat oppilaiden hallussa. Lähestymistavan haasteena on olla aliarvioimatta oppilaita ja heidän taitojaan, varsinkin, kun luokassa on oppilaita, joille vanhan kertaaminen on lähinnä motivaatiota alentava seikka. Oppilaille, jotka yhdellä silmäyksellä voivat todeta hallitsevansa pohjatiedot, tulisi ehdottomasti tarjota jotakin mielekästä vaihtoehtoista tekemistä kertaushetken ajaksi. Tämä voisi tarkoittaa esimerkiksi edellisen teeman syventämistä tai soveltamista tai haastavia pulmatehtäviä kerrattavana olevasta aritmetiikan aiheesta.

Minnalla vaikuttaa olevan kohtalaisen voimakas ulkoinen motivaatio matematiikan oppimiseen. Hän tiedostaa matematiikan olevan tärkeää ja ainakin haluaisi yrittää parhaansa. Tavoitteena oleva hyvä matematiikan arvosana vilahtelee Minnan puheissa useasti. Hän lähti jopa vapaaehtoisesti mukaan tähän tutkimukseen toiveenaan saada apua matematiikan oppimiseensa. Sisäinen motivaatio ja aito innostus matematiikkaa kohtaan olivat kuitenkin hiipuneet epäonnistumisten myötä. Sisäistä motivaatiota onkin luultavasti mahdotonta pitää yllä jos matematiikkaa opiskelee yrittämällä painaa mieleensä irrallisia toimintamalleja asioista, joilla ei ole itsessään mitään merkitystä ja joita ei ymmärrä.

Esitellessään ymmärryksen osa-alueella täydennettyä malliaan Strawderman (2012) sivuuttaa kokonaan syiden etsimisen siihen, miksi oppilaat lakkaavat yrittämästä ymmärtää ja keskittyvät sen sijaan asiasisältöjen ulkoa oppimiseen, kuten myös Minnalle näyttää käyneen. Tämä on kuitenkin yksi mahdollinen tapa ajautua negatiiviseen kierteeseen. Oma arvioni on, että ihmiselle luonteenomainen laiskuus tekee ulkoluvusta kovin houkuttelevaa monissa tilanteissa. Oppilaan kohdatessa oppitunnilla tilanteen, jossa hän ei heti hahmota opittavan asian kokonaisuutta ja yhteyksiä aiempaan mutta näkee selvästi, mitä toimintamallia käyttämällä pystyy suoriutumaan annetuista harjoitustehtävistä, syntyy helposti kiusaus olla vaivaamatta päätään enempää kuin on välttämätöntä. Oletetaan vaikkapa, että oppilaalla on edessään oppikirjan sivu, jolla on painettuna seuraavanlainen esimerkkisuoritus kokonaisluvun kertomisesta murtoluvulla:

$$2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3}$$

Esimerkin perässä on liuta vastaavanlaisia tehtäviä ja mahdollisesti myös havainnollisia kuvia murtolukukakuista, jotka oppilas voi kuitenkin hyvillä mielin jättää omaan arvoonsa huomattuaan, että sivun tehtävät voi laskea samalla yksinkertaisella kaavalla: siirtämällä kokonaisluvun ja kertomerkin osoittajaan ja sieventämällä sitten. Menettelytapa on täysin oikea, mutta perustuu proseduurin muistamiseen ja toistamiseen ymmärtämisen sijaan, mikä ei ole kestävä oppimista. Opettajan kierteessä katsomassa oppilaiden vihkotyöskentelyä oppilas saa vielä kannustavaa palautetta opettajalta, joka näkee vain teknisesti oikeita suorituksia, kenties jopa nopeampaan tahtiin

tuotettuja, kuin niillä oppilastovereilla, jotka ovat pysähtyneet ajattelemaan mistä tässä oikeastaan on kyse. Ongelmia lienee kuitenkin luvassa viimeistään siinä vaiheessa, kun opittua laskutapaa pitäisi osata soveltaa käytäntöön tai palauttaa se mieleen jossakin myöhemmässä tilanteessa. Minnakin tunnusti pyrkivänsä oppitunneilla tekemään alkupään mekaanisia tehtäviä tarkoituksella niin hitaasti, ettei tarvitsisi edetä soveltamista vaativiin tehtäviin. Todennäköisesti tällä tavalla ainakin osa proseduureista jää muistiin siksi aikaa, että niitä saa menestyksekkäästi toistettua vielä kokeessakin. Oikein ahkera ja tunnollinen oppilas saa ehkä pönttöä ennen koetta kaikki tarvittavat toimintatavat mieleensä, kuten Minnakin oli joskus onnistunut tekemään. On kuitenkin huolestuttavaa, jos oppilaat kuvittelevat sen olevan hyvää matematiikanopiskelua ja riittävää osaamista, että oppii toistamaan kaavamaisesti erilaisia ratkaisumalleja ja pyrkii muistamaan ne ainakin kokeeseen asti.

Tällaisen taipumuksen kehittämisessä tai sen estämisessä opettajalla on merkittävä rooli. Ohjattuun ajattelutyöhön ja ymmärtämistä tukevaan toimintaan tulisi varata reilusti aikaa ennen mekaanisten tehtävien tekemistä. Tarvittava aika kokonaisuudessaan ei välttämättä kasva lainkaan sillä mitä paremmin asia on ymmärretty, sitä pienempi määrä harjoittelua riittää opitun asian mieleen painamiseen ja seuraavan asian oppimiseen (Brownell 1973: Strawderman 2012). Konkretia ja erilaiset apuvälineet saattavat auttaa ymmärtämisessä, kuten myös Minnan tapauksesta nähtiin. Konkreettinen ja symbolinen työskentely pitää kuitenkin myös osata linkittää niin saumattomasti, ettei oppilaita houkuttelisi vihkotyöskentelyyn siirryttäessä heittää mielestään alkutunnin ”palikoidenpyörittelyä” ja loikata edellä kuvattuun ”aivottomaan proseduurinpyörittelyyn”. Minna onnistui luomaan joistakin käyttämistämme apuvälineistä riittävän hyvän mentaalirepresentaation voidakseen hyödyntää niitä ymmärtämisen apuvälineenä myös mielessään. Konkretian ja tosielämän ongelmien pitäminen mukana uuden asian opiskelussa alusta alkaen motivoi ajattelemaan ja luo opittaville asioille merkityksiä, jotka ovat niiden mieleenpainumisen kannalta välttämättömiä. Sanallisten tehtävien säästäminen viimeiseksi, välttämättömänä pahana, saattaa vieraannuttaa oppilaat opittavan asian ajattelua vaativasta soveltamisesta pelkän mekaanisen laskennan pariin.

Strawderman (2012) on luonut mallinsa havainnollistaakseen matematiikka-ahdistuksen syntyyn johtavia syitä. Hän ei varsinaisesti tartu kysymykseen siitä, miten matematiikka-ahdistuksesta voisi päästä eroon. Koska negatiiviseen kierteeseen ja matematiikkapelon valtaan voi hänen mallinsa mukaan ajautua neljää eri reittiä, lienee aiheellista ottaa matematiikka-ahdistuksen hoidossa nämä kaikki eri osa-alueet huomioon. Negatiivisesta kierteestä on ehkä vaikea päästä eroon, vaikka oppisikin jollain tavalla hallitsemaan matematiikkapelon aiheuttamia reaktioita, jos edelleen kokee olevansa huono matematiikassa, turvautuu ulkoa oppimiseen opiskelustrategiana eikä mielellään hakeudu tilanteisiin, joissa matematiikkaa tarvitaan.

On mahdollista, että negatiivisen kierteen imu on positiivista voimakkaampi, että negatiiviseen kierteeseen voi vajota yhtä reittiä pitkin, mutta sieltä kapuamiseen täytyy ikään kuin kulkea neljää reittiä, korjaten jokaiselle osa-alueelle kehittyneitä ongelmia. Minnan tulisikin saada lisää onnistumisen kokemuksia voidakseen taas kokea olevansa hyvä matematiikassa, hänen tulisi luopua ulkoa opetteluun strategiasta ja rakentaa matematiikan maailmansa uudelleen ymmärryksen varaan aina sieltä alkaen, missä muistiin turvautuminen on alkanut ja oppia välttämisen sijaan kohtaamaan rohkeasti matematiikka väistämättömänä, jollei jopa puoleensa vetävänä ja kiehtovana osana jokapäiväistä elämää.

8 Lähteet

- Alexander, Livingston, ja Carl Martray. 1989. "The Development of an Abbreviated Version of the Mathematics Anxiety Rating Scale." *Measurement and Evaluation in Counseling and Development* 22 (3): 143–50.
- Altermatt, Ellen Rydell, ja Minha Esther Kim. 2004. "Can Anxiety Explain Sex Differences in College Entrance Exam Scores?" *Journal of College Admission*, nro 183 (Spring): 6–11.
- Ashcraft, Mark .H. 2002. "Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences". *Current Directions in Psychological Science (Wiley-Blackwell)* 11 (5): 181–85.
- Ashcraft, Mark H., Jeremy A. Krause, ja Derek R. Hopko. 2007. "Is Math Anxiety a Mathematical Learning Disability?" Teoksessa *Why Is Math So Hard For Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities*, toimittanut Daniel B. Berch ja Michele M. M. Mazocco, 329–48. Baltimore: Paul H Brookes Pub Co.
- Ashcraft, Mark H., ja Alex M. Moore. 2009. "Mathematics Anxiety and the Affective Drop in Performance". *Journal of Psychoeducational Assessment* 27 (3): 197–205.
- Ashcraft, Mark. H., ja E.P. Kirk. 2001. "The Relationships among Working Memory, Math Anxiety, and Performance". *Journal of Experimental Psychology* 130 (2): 224–37.
- Betz, N. E. 1977. "Effects of Immediate Knowledge of Results and Adaptive Testing on Ability Test Performance". *Applied Psychological Measurement* 1 (2): 259–66.
- Brownell, William A. 1973. "Meaning and skill - maintaining the Balance". Teoksessa *Teaching mathematics: Psychological foundations*, toimittanut F.J. Crosswhite, J.L. Higgins, A.R. Osborne, ja R.J. Shumway, 186–94. Worthington, OH: Jones Publishing.
- Bruner, Jerome Seymour. 1960. *The process of education*. Cambridge: Harvard University Press.
- Burns, Marilyn. 1998. *Math: Facing an American Phobia*. Math Solutions.
- CSU. 2014. "Guide: Case studies". Viitattu 26.4.2014 <http://writing.colostate.edu>.
- Dehaene, Stanislas. 1999. *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. 1. p. Oxford University Press, USA.

- Ellis, H.C., L.J. Varner, ja A.S Becker. 1993. "Cognition and Emotion: Theories, implications, and educational applications". Teoksessa *The challenge of mathematics and science education: Psychology's response*, toimittanut L.A. Penner, G.M. Batsche, H.M. Knoff, ja D.L. Nelson, 83–111. Washington, DC: American Psychological Association.
- Eysenck, Michael W., Nazanin Derakshan, Rita Santos, ja Manuel G. Calvo. 2007. "Anxiety and cognitive performance: Attentional control theory." *Emotion* 7 (2): 336–53.
- Faust, Michael William. 1992. "Analysis of physiological reactivity in mathematics anxiety". *ProQuest Dissertations and Theses*, 116.
- Geary, David C. 1994. *Children's Mathematical Development : Research and Practical Applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Harper, Norma Wynn, ja C. J. Daane. 1999. "Causes and Reduction of Math Anxiety in Preservice Elementary Teachers." *Action in teacher education* 19 (4): 29–38.
- Hembree, Ray. 1990. "The Nature, Effects, and Relief of Mathematics Anxiety." *Journal for Research in Mathematics Education* 21 (1): 33–46.
- Hilton, Peter. 1980a. "Math Anxiety: Some Suggested Causes and Cures: Part 1". *The Two-Year College Mathematics Journal* 11 (3): 174–88.
- Hilton Peter. 1980b. "Math Anxiety: Some Suggested Causes and Cures: Part 2". *The Two-Year College Mathematics Journal* 11 (4): 246–51.
- Hopko, Derek R., Mark H. Ashcraft, James Gute, Kenneth J. Ruggiero, ja Colleen Lewis. 1998. "Mathematics Anxiety and Working Memory: Support for the Existence of a Deficient Inhibition Mechanism". *Journal of Anxiety Disorders* 12 (4): 343–55. doi:10.1016/S0887-6185(98)00019-X.
- Hutton, L.A., ja E. Levitt. 1987. "An academic approach to the remediation of mathematics anxiety". Teoksessa *Advances in test anxiety research*, toimittanut H.M. Van der Ploeg, R Schwarzer, ja C.D. Spielberg, 5:207–11. Berwyn, PA: Swets North America.
- HY. 2013. "Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta – Helsingin yliopisto". Viitattu 28.5.2013 <http://www.helsinki.fi/ml/opiskelu/publiikit.html>.
- Inzlicht, Michael, ja Talia Ben-Zeev. 2000. "A Threatening Intellectual Environment: Why Females Are Susceptible to Experiencing Problem-Solving Deficits in the Presence of Males." *Psychological Science (Wiley-Blackwell)* 11 (5): 365.
- National Science Foundation. 2004. "Science and engineering indicators: Elementary and secondary education." Arlington, VA: Author.

- Richardson, Frank C., ja R. M. Suinn. 1972. "The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric Data". *Journal of counseling psychology* 19 (6): 551–54.
- Shields, Darla J. 2005. "Teachers have the power to alleviate math anxiety". Toimittanut Shields. *Academic Exchange Quarterly, Fall* 9 (3): 326.
- Skemp, Richard R. 1971. *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin Books.
- Sousa, David A. 2008. *How the Brain Learns Mathematics*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Sowder, Judith T., ja Bonnie P. Schappelle, toim. 2002. *Lessons Learned from Research*. Research Related to Teaching: Introduction. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Spencer, Steven J., ja Claude M. Steele. 1999. "Stereotype threat and women's math performance." *Journal of Experimental Social Psychology* 35 (1): 4.
- Steele, Claude M., ja Joshua Aronson. 1995. "Stereotype Threat and the Intellectual Test Performance of African Americans." *Journal of Personality & Social Psychology* 69 (5): 797–811.
- Strawderman, Virginia W. 2012. "Math Anxiety Model". Viitattu 21.5.2014 http://www.mathgoodies.com/articles/math_anxiety_model.html.
- Tobias, Sheila. 1995. *Overcoming Math Anxiety*. Revised. W. W. Norton & Company.
- Tobias, Sheila, ja Carol Weissbrod. 1980. "Anxiety and mathematics: An update." *Harvard Educational Review* 50 (1): 63–70.
- Turner, Julianne C., Carol Midgley, Debra K. Meyer, Margaret Gheen, Eric M. Anderman, Yongjin Kang, ja Helen Patrick. 2002. "The classroom environment and students' reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study." *Journal of Educational Psychology* 94 (1): 88–106. doi:10.1037/0022-0663.94.1.88.
- Wolpe, Joseph. 1965. *Psychotherapy by reciprocal inhibition*. Stanford, CA: Stanford University Press.

Liite 1. Kyselylomake matematiikka-ahdistuksen mittaamista varten

Merkitse, kuinka paljon sinua **ahdistaa** / **pelottaa** seuraavanlaisissa tilanteissa. Valitse YKSI vaihtoehto joka riviltä

	Ei lainkaan	Vähän	Jonkin verran	Paljon	Todella paljon
1. Valmistautuessasi matematiikan kokeeseen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Tehdessäsi matemaattisen osan tavoittelemasi opiskelupaikan pääsykokeesta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Tehdessäsi tuntikuulustelua / testiä matematiikan tunnilla	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Tehdessäsi matematiikan koetta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Aloittaessasi matematiikan kotitehtävien tekemisen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Saadessasi läksyksi monta vaikeaa matematiikan tehtävää, joiden pitää olla tehtynä seuraavalla matematiikan tunnilla	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Ajatellessasi viikon päästä olevaa matematiikan koetta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Ajatellessasi seuraavana päivänä olevaa matematiikan koetta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Ajatellessasi tunnin päästä olevaa matematiikan koetta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Huomatessasi, että sinun tulee suorittaa tietty määrä pakollisia matematiikan kursseja seuraavassa opiskelupaikassasi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Alkaessasi lukea matematiikan kirjasta vaikeaa kohtaa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Saadessasi tietoosi matematiikan päättöarvosanasi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Avatessasi matematiikan kirjasta sivun, joka on täynnä tehtäviä	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Valmistautuessasi kertaamaan matematiikan kokeeseen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Joutuessasi tekemään pistokokeen matematiikan tunnilla	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. Lukiessasi kassakuittia ostosten tekemisen jälkeen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17. Saatuasi joukon yhteenlaskutehtäviä paperilla ratkaistavaksi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18. Saatuasi ratkaistavaksi joukon vähennyslaskuja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19. Saatuasi ratkaistavaksi joukon kertolaskuja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20. Saatuasi ratkaistavaksi joukon jakolaskuja	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21. Saadessasi jakson alussa uuden matematiikankirjan	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22. Katsoessasi kun opettaja ratkaisee yhtälöä taululla	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23. Ilmoittautuessasi matematiikan kurssille lukiossa tai ammattikoulussa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24. Kuunnellessasi toisen oppilaan selittävän matemaattista kaavaa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25. Tullessasi matematiikan oppitunnille	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Liite 2. Sousan (2008, 43) esimerkki kertolaskujen oppimisen vaikeudesta

Suppose you had to remember the following three names and addresses:

- Carl Dennis lives on Allen Brian Avenue
- Carl Gary lives on Brian Allen Avenue
- Gary Edward lives on Carl Edward Avenue

Learning these twisted combinations would certainly be a challenge. But these expressions are just the multiplication tables in disguise. Let the names Allen, Brian, Carl, Dennis, Edward, Frank and Gary represent the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6, and 7, respectively, and replace the phrase "lives on" with the equal sign. That yields three multiplications:

- $3 \cdot 4 = 12$
- $3 \cdot 7 = 21$
- $7 \cdot 5 = 35$

From this perspective, we can now understand why the multiplication tables present such difficulty when children first encounter them.