



Riskparitet som allokeringstrategi för optimerade aktie- och obligationsportföljer

Sebastian Sandberg

Institutionen för Finansiell Ekonomi

Svenska handelshögskolan

Helsingfors

2014

SVENSKA HANDELSHÖGSKOLAN

Institution: Institutionen för finansiell ekonomi	Arbetets art: Avhandling
Författare: Sebastian Sandberg	Datum: 30.9.2014
Avhandlingens rubrik: Riskparitet som allokeringstrategi för optimerade aktie- och obligationsportföljer	
Sammandrag: <p>Avhandlingens syfte är att konstruera optimala aktie- och obligationsportföljer för tre olika riskaversionsnivåer utgående från värde, momentum och storlek (storlek endast för aktier) eftersom lejonparten av tidigare forskningen är överens om att dessa faktorer förklarar förväntade avkastningar utöver marknaden. Portföljerna bildas med en portföljoptimeringsmodell, först presenterad av Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009), som bestämmer tillgångars vikter i en portfölj utgående från en viss riskaversionsnivå enligt förutbestämda tillgångsspecifika egenskaper. Efter detta kombineras optimerade portföljer med riskparitet eftersom tidigare forskning har visat att obligationer och aktier har olika riskjusterade avkastningar (Asness, Frazzini och Pedersen, 2012).</p> <p>Avhandlingens centrala resultat är att optimala aktie- och obligationsportföljer kan bildas utgående från värde, momentum och storlek (storlek endast för aktier) samt att man kan uppnå effektivare portföljer inom riskparitetallokering om man först optimerar tillgångsspecifika portföljer innan man kombinerar dem med riskparitet. Optimala aktieportföljernas Sharpe-kvot är mellan 0,64 och 1,85 jämfört med en Sharpe-kvot på 0,50 för marknadsportföljen. Optimala obligationsportföljernas Sharpe-kvot är mellan 0,88 och 1,28 jämfört med en Sharpe-kvot på 0,82 för en jämnviktad obligationsportfölj. I riskparitet uppnås en Sharpe-kvot mellan 0,86 och 1,79 med att först optimera tillgångsspecifika portföljer, jämfört med en Sharpe-kvot på 0,77 för en traditionell riskparitetstrategi.</p> <p>Avhandlingens kontribution kan indelas i tre delar: Den vidareutvecklar en portföljoptimeringsmodell som inte kräver estimat för förväntade avkastningar med att bestämma vikten för en tillgång i en portfölj utgående från tillgångens individuella attribut. Vidare så ger den ytterligare insikter till värde-, momentum- och</p>	

storlekseffekten på den europeiska marknaden för både aktier och för obligationer. Studiens tredje viktiga kontribution är att den kombinerar redan optimerade portföljer med riskparitet, vilket inte tidigare gjorts i samma utsträckning.

Nyckelord: Riskpariet, portföljoptimering, värde, momentum, storlek, aktie, obligation

INNEHÅLL

1	INLEDNING	1
1.1.	Problemformulering	2
1.2.	Syfte	2
1.3.	Förväntade resultat.....	2
1.4.	Kontribution.....	3
1.5.	Avgränsningar.....	4
1.6.	Avhandlingens disposition	4
2	BAKGRUND TILL PORTFÖLJTEORI.....	5
3	RISKPARIKET OCH PORTFÖLJTEORI	8
3.1.	Teoretiska motiveringen bakom riskparitet	8
3.2.	Kritik mot riskparitet.....	9
4	VÄRDE, MOMENTUM OCH STORLEK	11
4.1.	Värde, momentum, storlek och effektiva marknadshypotesen	12
5	SAMMANFATTNING AV TEORIN OCH ARBETETS FORTSATTA UPPLÄGG	14
6	TIDIGARE FORSKNING.....	15
6.1.	Leverage aversion and risk parity	15
6.1.1.	Data och metod	15
6.1.2.	Resultat	16
6.2.	Betting against beta	17
6.2.1.	Data och metod	17
6.2.2.	Resultat	17
6.3.	Value and Momentum Everywhere.....	18
6.3.1.	Data och metod	18
6.3.2.	Resultat	19
6.4.	Parametric Portfolio Policies: Exploiting Characteristics in the Cross-Section of Equity Returns	20
6.4.1.	Modell	20
6.4.2.	Data	21
6.4.3.	Resultat	22
6.5.	Sammanfattning av tidigare forskningen	24

7	METOD	25
7.1.	Portföljoptimering	25
7.2.	Riskparitet.....	27
8	DATA, DESKRIPTIV STATISTIK OCH VARIABELDEFINITION	28
8.1.	Aktiesamplet	28
8.1.1.	Deskriptiv statistik för aktiesamplet	29
8.1.2.	Aktieportföljer sorterade enligt värde, momentum och storlek.....	30
8.2.	Obligationssamplet.....	32
8.2.1.	Momentumvariabeln.....	32
8.2.2.	Värdevariabeln	33
8.2.3.	Deskriptiv statistik för obligationssamplet	35
8.2.4.	Obligationportföljer sorterade enligt värde, momentum och storlek.	35
8.3.	Kapitalmarknadslinjen i samplet	36
9	OPTIMALA AKTIE- OCH OBLIGATIONS-PORTFÖLJER.....	38
9.1.	Optimala aktieportföljer	38
9.1.1.	Optimala aktieportföljer med korta positionen i marknaden	40
9.1.2.	Optimala aktieportföljer utan inbyggd hävstång	41
9.2.	Optimala obligationsportföljer.....	42
9.2.1.	Optimala obligationsportföljer utan inbyggd hävstång.....	44
10	RISKPARITET	45
10.1.	Modelldiagnostik	47
11	KONKLUSION OCH RESULTATDISKUSSION	48
11.1.	Aktiesamplet	48
11.2.	Obligationssamplet.....	49
11.3.	Riskparitet.....	50
11.4.	Resultatens validitet	50
11.5.	Implikationer till portföljförvaltning	51
11.6.	Förslag till fortsatt forskning.....	51
12	SAMMANFATTNING.....	52
	KÄLLFÖRTECKNING	53

BILAGOR

Appendix 1	Konstruktion av optimala tillgångsspecifika portföljer	55
------------	--	----

TABELLER

Tabell 1	Asness, Frazzini och Pedersen (2012) resultat	16
Tabell 2	Brandt, Santa-Clara, och Valkanov (2009) resultat	22
Tabell 3	Aktiedatasamplets fördelning	29
Tabell 4	Momentum, värde och storleksportföljer för aktiesamplet	30
Tabell 5	Fama och French (2012) faktormodellen	31
Tabell 6	Obligationsdatasamplets fördelning	35
Tabell 7	Värde- och momentumportföljer för obligationssamplet	36
Tabell 8	Portföljindelning av aktier, utanför samplet.....	39
Tabell 9	Optimala aktieportföljer med korta positionen taget i marknadsportföljen ..	40
Tabell 10	Optimala aktieportföljer utan blankningsmöjligheter	41
Tabell 11	Portföljindelning av obligationer 2002-2014	43
Tabell 12	Optimala obligationsportföljer utan inbyggd hävstång.....	44
Tabell 13	Optimala aktie- och obligationsportföljen kombinerat genom riskparitet ...	46
Tabell 14	Riskparitetportföljens detaljer	47

FIGURER

Figur 1	Effektiva fronten	5
Figur 2	Antalet aktier i datasamplet mellan 30.9.1994 – 30.9.2013	29
Figur 3	Tvärsnittsfördelning av momentumvariabeln under fyra olika tidpunkter ..	32

Figur 4	Tvärsnittsfördelning av värdevariabeln under fyra olika tidpunkter	34
Figur 5	Kapitalmarknadslinjen för aktie- och obligationssamplet	37
Figur 6	Riskparitetportföljer	50

1 INLEDNING

Vi är alla nytto-maximerande individer. Konceptet med nytta är svårt att definiera men inom finansiell teori har vi dock simplificerat begreppet till att vi alla vill maximera vår egendom givet en viss nyttofunktion. Vi är också riskaverta vilket innebär att vi föredrar mindre risk och är endast villiga att ta på oss risk om vi blir kompenserade för den.

Under senaste 60 åren har portföljteori varit ett av de viktigaste forskningsämnen inom finansiell teori. En av viktigaste konceptet som all portföljteori bygger på är diversifiering. Eftersom tillgångar inte samvarierar perfekt kan en investeringsportföljs förväntade avkastning upprätthållas men risk minskas genom diversifiering. Sedan långt tillbaka har finansiell forskning fokuserat på att hitta optimala mixen av tillgångar som erbjuder högsta avkastningen givet en viss risknivå. Harry Markowitz (1952) visade att endast kovarianserna mellan tillgångar i en placeringsportfölj spelar en roll för att bestämma portföljens risk eftersom individuella tillgångarnas varians kan diversifieras bort. I två av varandra oberoende studier visade Sharpe (1964) och Lintner (1965) att det endast finns en optimal portfölj alla investerare borde äga i samband med en riskfri tillgång beroende på investerarens avkastningsmål. Eftersom alla investerare äger en och samma portfölj kan optimala portföljen beskrivas som marknadsportföljen som innehåller alla riskfyllda tillgångar. Risken för marknadsportföljen brukar beskrivas som marknadsrisk eller systematisk risk. En investerare belönas endast av att bära denna risk eftersom all annan risk, så kallad idiosynkratisk risk, kan diversifieras bort.

Kritik mot att en tillgångs förväntade avkastning beskrivs endast av dess kovarians till marknadsportföljen presenterades redan år 1972 av Jensen, Black och Scholes där de visade att marknadsrisk inte är en tillräcklig riskfaktor för att beskriva förväntade avkastningar. Senare visade Fama och French (1992) att förutom kovariansen till marknadsportföljen, förklarar storlek och värde förväntade avkastningar. Efter detta har också momentum, i samband av marknadsrisk, storlek och värde, visats förklara förväntade avkastningar (Fama och French, 2012).

Även om det finns en hel del forskning om faktorerna bakom tillgångarnas förväntade avkastning är forskningen om alternativa metoder till minimivariansportföljoptimering tunn. Tidigare forskningen har haft fokus på att utveckla bättre metoder för att estimeras förväntade avkastningar och riskmått som kan används i en

minimivariansportföljoptimering. Denna avhandling tar ett annorlunda tillvägagångssätt, vi antar att faktorerna presenterade av tidigare forskningen är korrekt men studerar om det finns mer användbara portföljkonstruktionsmetoder än minimivariansoptimering.

1.1. **Problemformulering**

Eftersom tidigare forskningen är överens om att marknadsrisk inte är den enda riskfaktorn som förklarar tillgångars förväntade avkastningar är en värdeviktad marknadsportfölj ineffektiv. I denna avhandling utvecklas en portföljallokeringsmodell som utnyttjar olika riskfaktorer som väntas beskriva framtida avkastningar, för att konstruera optimala tillgångsspecifika portföljer givet en viss riskaversionsnivå. Vikterna för enskilda tillgångar i portföljerna bestäms genom att maximera investerarens nytta med antagandet att värde, storlek, momentum och marknadsfaktorn beskriver tillgångars förväntade avkastningar. Eftersom tidigare forskning visat att obligationer har högre riskjusterade avkastningar än aktier, kommer dessa portföljer att kombineras med riskparitet.

1.2. **Syfte**

Tidigare forskningen har visat att värde-, momentum-, storlek- och marknadsfaktorn är alla faktorer som påverkar tillgångars förväntade avkastningar. I denna avhandling undersöks ifall en användbar allokeringmodell kan konstrueras utgående från dessa faktorer på den europeiska marknaden för aktier och obligationer. Vidare studeras ifall riskparitet är en användbar allokeringstrategi när man kombinerar redan optimerade aktie- och obligationsportföljer.

1.3. **Förväntade resultat**

Avhandlingen förväntar att mer effektiva portföljer kan bildas utgående från värde, momentum och storlek eftersom tidigare forskning har visat att multifaktormodeller klarar bättre av att beskriva tillgångars förväntade avkastning. Fama och French (1992) visade att värdefaktorn och storleksfaktorn beskriver väl förväntade avkastningar som CAPM missar. Senare föreslog Carhart (1997) momentum som en fjärde faktor till trefaktormodellen av Fama och French. Fama och French (2012) kompletterar sin modell med momentum med att testa fyrafaktormodellen på flera marknader ur ett internationellt perspektiv. Eftersom värde-, storlek-, momentum- och marknadsfaktorn

alla är komponenter som beskriver tillgångars förväntade avkastning bör alla faktorer beaktas i portföljoptimering. Dessutom har tidigare forskning visat att tillgångar i olika riskklasser har olika riskjusterade avkastningar vilket betyder att traditionella allokeringsregler som 60 % i aktier och 40 % i obligationer är ineffektiv. Tidigare forskning har visat att riskparitetallokering mellan olika tillgångsklasser är ett användbart sätt att uppnå en effektivare portfölj (Asness, Frazzini och Pedersen, 2012).

1.4. **Kontribution**

Tidigare forskning är fokuserad på hur förväntade avkastningar kan estimeras och inte hur resultaten kunde användas inom portföljförvaltning. Samma gäller också forskning inom riskparitet, teoretiska forskningen är fokuserad på orsakerna varför riskparitet fungerar och inte hur den i praktiken borde appliceras. Största och klaraste kontribution denna avhandling tillför är att den vidareutvecklar en allokeringsmodell på europeiska marknaden, först presenterad av Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009), som kan användas istället för portföljoptimeringar som kräver estimat för förväntade avkastningar. Andra kontributionen avhandlingen tillför är att vi tar ställning till tillgångspecifika portföljers konstruktion i riskparitetportföljer. Riskparitetmodeller har traditionellt inte tagit ställning till tillgångsklassernas konstruktion utan antagit att tillgångspecifika portföljer kan beskrivas med till exempel värdeviktade portföljer. I denna avhandling optimeras först tillgångspecifika portföljer, varefter portföljerna kombineras med riskparitet.

Under senaste åren har vi börjat se allt mer hedgefonder profilera sig själv som alternativa fondförvaltare eftersom finanskrisen visade att få hedgefonder var garderade mot marknadsrisk. Istället för alfa är dessa fonder nu ute efter "smart beta" eller "alternative beta" med förutbestämda och konsistenta strategier. Excessavkastningar över marknaden som uppnås med förutbestämda och konsistenta strategier kan inte beskrivas med alfa eftersom alfa kan endast uppnås med talang (Ilmanen, 2011). Enligt denna definition ser man också paralleller till avhandlingens allokeringsmodell, modellen kan fungera som en slagas replikering av en typs "smart beta" fond. Avhandlingens resultat ger således mer insyn i "smart beta" fonder som använder sig av värde-, momentum- eller storleksvariabler i deras investeringsregler.

1.5. **Avgränsningar**

Empiriska delen begränsas till Europa. I portföljoptimeringen tas transaktionskostnader, skuldsättningsrestriktioner och blankningsrestriktioner inte i beaktan. Dessa antaganden är motiverade eftersom institutionella placerares transaktionskostnader är ofta nästan noll, hedgefonder och PE-fonder har sällan skuldsättningsrestriktioner och de hittar ofta en motpart till aktieutlåning vilket möjliggör blankning. Transaktionskostnaders inverkan på strategiernas användbarhet kommer däremot att diskuteras men inte att beaktas i själva portföljoptimeringen. Samma gäller också blankningsrestriktioner, strategin kommer att utföras med blankningstrestraktioner men i själva portföljoptimeringen tas dessa restriktioner inte i beaktan.

Aktiedatasamplet sträcker sig från september 1994 till augusti 2013 där första tio åren kommer att användas som en estimeringsperiod för portföljvikter från och med januari 2004. Obligationssamplet sträcker sig från december 1998 till mars 2014 där initiala estimeringsperioden sker från december 1998 fram till januari 2000. Med andra ord kommer parameterestimeringen att utföras utanför samplet för att upprätthålla resultatens validitet. Eftersom datasamplet består av Europeiska länder med olika valutor antas det att köpkraftparitet (PPP) håller i linje med tidigare forskning (Fama och French, 2012). Med detta antagande kan vi använda oss av avkastningar i euro och en gemensam riskfri ränta.

1.6. **Avhandlingens disposition**

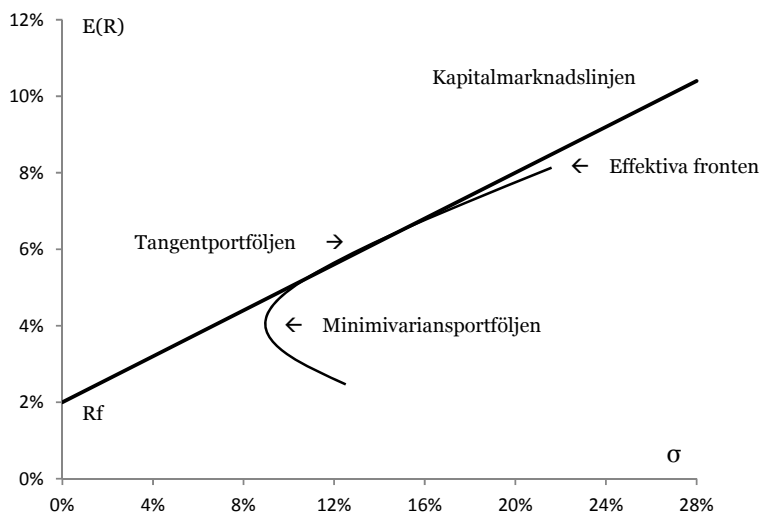
Först presenteras avhandlingens teoretiska referensram där portföljteori diskuteras. Sedan presenteras riskparitet och bakomliggande teorierna till strategin. Efter detta presenteras faktorerna som används i portföljoptimeringen. Efter detta går relevant tidigare forskning igenom. Avhandlingens empiriska del behandlar metoden, datasamplet och resultaten. Till sista sammanfattas resultaten i en resultatdiskussion.

2 BAKGRUND TILL PORTFÖLJTEORI

Grunden till den moderna portföljteorin lades av Harry Markowitz i artikeln "Portfolio Selection" år 1952. En av hans viktigaste slutsatser var att en investerare inte borde enskilt analysera tillgångars varianser, utan snarare tillgångarnas kovarianser. En investerares mål skall inte enbart vara variansminimering eller avkastningsmaximering, utan maximering av avkastning-risk sambandet. Han visade att endast kovariansen mellan aktier i en portfölj har en betydelse för portföljens totala varians eftersom individuella tillgångarnas varians kan diversifieras bort. Med andra ord bör tillgångarnas vikt i en portfölj väljas utgående från deras samvariation mellan varandra och deras förväntade avkastning.

Sharpe (1964) och Lintner (1965) bygger på Markowitz teorier vilket leder till utvecklandet av CAPM¹. De argumenterar att en rationell investerare väljer att investera i endast effektiva portföljer på den effektiva fronten, med effektiva portföljer menas portföljer som har den lägsta risk givet en viss avkastning. När investerare ges möjligheten att investera i en riskfri tillgång kommer alla investerare att välja investera i en och samma effektiva portfölj (tangentportföljen) och justera vikten i tangentportföljen med riskfria tillgången enligt deras avkastningskrav. Orsaken till detta är att kombinationen av tangentportföljen och riskfria tillgången är alltid minst lika effektiv som portföljer på effektiva fronten. Resonemanget beskrivs bäst i figur 1:

Figur 1 Effektiva fronten



¹ Capital Asset Pricing Model

Konkava linjen ovanför minimivariansportföljen består av alla effektiva portföljer givet en viss risknivå och avkastning. Eftersom linjen är konkav kan man uppnå en högre förväntad avkastning med att kombinera en specifik effektiv portfölj på effektiva fronten med en riskfri tillgång. Investeraren når sitt personliga avkastningskrav antingen med att deponera en del av sina pengar i riskfria tillgången och köpa tangentportföljen, eller att låna till riskfria räntan för att köpa tangentportföljen med hävstång.

Tangentportföljen har fått sitt namn eftersom den tangerar kapitalmarknadslinjen draget ur riskfria räntan. Sharpe (1964) och Lintner (1965) argumenterar att eftersom alla investerare endast äger tangentportföljen måste den således vara samma som marknadsportföljen. Om marknadsportföljen är den mest effektiva portfölj betyder detta också att investerare endast kan bli belönade av att bära marknadsrisk och inget annat. Enligt CAPM beskrivs således en enskild tillgångs förväntade avkastning med dess kovarians till marknadsportföljen.

CAPM har dock mött stor kritik. Redan år 1972 visade Jensen, Black och Scholes att tillgångars kovarians till marknadsfaktorn inte lyckats beskriva realiserade avkastningar. Senare har Fama och French (1992, 1993, 1998, 2006 och 2012) visat att värde, storlek och momentum också är faktorer som förklarar förväntade avkastningar. Detta innebär att en värdeviktad marknadsportfölj inte är den mest effektiva.

Eftersom värdeviktade marknadsportfölj inte är den mest effektiva portföljen krävs bättre metoder för att estimerar optimala tangentportföljen. En minimivariansportföljoptimering vore en användbar modell till detta syfte om vi hade tillförlitliga mått på förväntade avkastningar och kovarianser. Även om vi visste hur man estimerar förväntade avkastningar vore en minimivariansportföljoptimering besvärlig att applicera. Redan små förändringar i estimaten ändrar optimala minimivariansportföljens konstruktion drastiskt. Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009) lyfter fram detta med ett exempel: Med endast 100 aktier och en annan nyttofunktion än kvadratisk nytta skulle det krävas 100 första momentestimat, 4950 andra momentestimat och över 300 000 tredje momentestimat för en portföljoptimering. En minimivariansportföljoptimering är med andra ord inte användbar eftersom vi inte har tillräckligt tillförlitliga estimat för momenten. Även om modellen i praktiken inte är till en stor hjälp förblir teorin presenterad av Markowitz aktuell, tillgångars kovarians till varandra och förväntade avkastningar är två viktigaste faktorer vid portföljoptimering

Denna avhandling utvecklar ett sätt att konstruera optimala tillgångsspecifika portföljer utgående från värde, momentum och storlek vilka sedan kombineras med riskparitet. Tillvägagångssättet är nytt eftersom tidigare forskningen är fokuserad på att studera vilka faktorer som beskriver förväntade avkastningar, inte hur man kunde utnyttja forskningen inom portföljförvaltning. Att kombinera redan optimerade tillgångsspecifika portföljer med riskparitet är också nytt. Tidigare forskningen inom riskparitet brukar studera orsakerna bakom riskparitetportföljernas framgång utan att ta ställning till tillgångsspecifika portföljernas konstruktion. Till följande går relevanta teorierna bakom riskparitet igenom. Efter detta presenteras tidigare forskningen och teorierna bakom värde-, storlek- och momentumeffekten.

3 RISKPARITET OCH PORTFÖLJTEORI

Inom portföljteori har finansiell forskning traditionellt fokuserat på aktier och i mindre grad på andra tillgångsklasser. Dessutom har det inte forskats så mycket i hur man borde kombinera olika tillgångsklasser. I avsaknandet av teoretiska modeller har det varit allmän praxis att kombinera aktier och obligationer enligt investerarens avkastningskrav. Exempel på detta är populära allokeringsregeln där man investerar 60 % i aktier och 40 % i obligationer. Problemet med denna strategi är att den är ineffektiv; dels för att den saknar en teoretisk motivering och dels för att man kan observera att olika tillgångsklasser har olika riskjusterade avkastningar på grund av marknadsfriktioner och investerarens preferenser.

Under senaste årtiondet har riskparitet som allokeringsstrategi blivit populärt främst bland professionella portföljsförvaltare och i en något mindre grad av akademiska forskare. I korthet går riskparitet ut på att kombinera tillgångsklasser på basis av tillgångsklassernas risknivå, så att varje tillgångsklass riskkontribution i portföljen är samma. Om obligationer exempelvis har fem gånger lägre volatilitet än aktier borde de få cirka fem gånger så stor vikt i en investeringsportfölj. (Asness, Frazzini och Pedersen, 2012)

3.1. Teoretiska motiveringen bakom riskparitet

Idén bakom riskparitet kan spåras tillbaka till konceptet om kapitalmarknadslinjen. Oberoende av investerarens riskaversion kommer alla investerare att placera sitt kapital i en och samma portfölj som kan beskrivas som marknadsportföljen eller som tangentportföljen (Sharpe, 1964; Lintner, 1965). Investeraren kan därefter anpassa risknivån av sin placering med att placera en del av sitt kapital i en riskfri tillgång eller ta på sig skuld för att uppnå en högre förväntad avkastning än tangentportföljen. Med andra ord har investerarens avkastningsmål ingenting att göra med kompositionen av tangentportföljen.

Allokeringsstrategin som investerar 60 % i aktier och 40 % i obligationer som introducerades i förra avsnittet är endast effektiv om verkliga tangentportföljen innehåller 60 % aktier och 40 % obligationer. Med att analysera aktier och obligationer från 1926 till 2010 finner Asness, Frazzini och Pedersen i artikeln Leverage Aversion and Risk Parity (2012) att historiskt sätt har optimala tangentportföljen bestått av 88 % obligationer och 12 % av aktier. De finner också bevis för att CAPM är ineffektiv

eftersom CAPM antar att värdeviktade marknadsportföljen är samma som tangentportföljen. Enligt deras studie hade CAPM allokerat 68 % i aktier och endast 32 % i obligationer, vilket är drastiskt avvikande från optimala tangentportföljen.

Asness, Frazzini och Pedersen drar slutsatsen att skillnaden mellan optimala tangentportföljen och marknadsportföljen kan förklaras med skuldsättningsrestriktioner och aversion mot skuld. I artikeln *Betting against beta* (2014) visar Frazzini och Pedersen att låg beta tillgångar konsistent är underprissatta jämfört med hög beta tillgångar². Med andra ord väljer investerare, som vill uppnå en högre avkastning än marknaden, att direkt investera i mer riskfyllda tillgångar antingen för att de är begränsade att ta på sig skuld eller för att de är ovilliga att ta på sig skuld.

Asness, Frazzini och Pedersen (2012) föreslår ett enkelt sätt att investera i en portfölj som replikerar optimala tangentportföljen med att låta tillgångsklassernas volatilitet bestämma deras vikt i portföljen. Om man följt denna strategi från 1926 till 2010 hade investeraren i snitt ägt en portfölj av 15 % aktier och 85 % obligationer, vilket är mycket nära optimala tangentportföljen med 12 % i aktier och 88 % i obligationer. Även om de inte kan presentera en formell förklaring till varför kapitalmarknadslinjen är för flat, förutom skuldsättningsrestriktioner och aversion mot skuld, stöds deras argumentation med att testa riskparitet för flera olika tillgångsklasser med olika risknivåer under flera olika tidsperioder.

3.2. Kritik mot riskparitet

Främsta kritiken mot riskparitet kan indelas i tre delar: 1) Strategin är ny som inte har en stark teoretisk referensram, 2) även om strategin har historiskt sätt fungerat, varför skulle den fungera i framtiden? och 3) riskparitet använder realiserad standardavvikelse som mått för risk.

Det uppkommer ständigt nya strategier som verkar först vettiga men som man ångrar efter en oförutsägbar händelse. Exempelvis före finanskrisen verkade valuta-carry strategier och råvaru-carry strategier vara användbara strategier på basis av historiska test. Men sen kom finanskrisen och bägge strategier rasade i värde. Samma kan sägas för riskparitet. Även om idén om riskparitet funnits i årtionden har den fått fotfäste efter den senaste finanskrisen på grund av att obligationer stigit i värde när räntorna sjönk till en rekordlåg nivå och aktier rasade i värde.

² Beta är koefficienten till marknadsfaktorn i CAPM

Ett annat problem med riskparitet är att den använder realiserade standardavvikelser som mått för risk för alla tillgångsklasser. Inker (2011) ger exempel för detta i sin kritiska artikel mot riskparitet. Han visar att före finanskrisen hade MBS tillgångar med AAA -kreditbetyg haft en oproportionellt stor vikt i en riskparitetportfölj på grund av deras låga historiska standardavvikelse. Sedan inträffade finanskrisen och denna tillgångsklass standardavvikelse steg med 200 gånger när deras värde rasade. Ett annat problem med att använda standardavvikelse för att jämföra två tillgångsklassers risk är olika tillgångsklassers fullständigt avvikande avkastnings- och riskkaraktäristikor. Enda risken i statsobligationer (om man utesluter kreditrisken för stater) är prisrisken att sälja obligationen innan den förfaller. Dessutom är aktieserier vanligtvis negativt skeva medan obligationer positivt skeva. I riskparitet antar man normalfördelning eftersom man använder standardavvikelse som riskmått.

4 VÄRDE, MOMENTUM OCH STORLEK

Som redan sagt så har ett av stora forskningsområden inom finansiell forskning varit konceptet med förväntade avkastningar. Jensen, Black, och Scholes (1972) visade att marknadsriskfaktorn i CAPM inte är en tillräcklig riskfaktor för att beskriva förväntade avkastningar för en tillgång. Banz (1981) visade att företag med lågt marknadsvärde har historiskt sätt haft en högre riskjusterad avkastning än företag med högt marknadsvärde. Basu (1983) visade att E/P (vinst delat mer marknadsvärdet på eget kapital) och storlek (marknadsvärdet på eget kapital) kan användas för att förklara realiserade avkastningar. Basu argumenterar att speciellt E/P-värdet kan användas för att beskriva om ett företag är mer riskfyllt än ett annat. Rosenberg, Reid och Lanstein (1985) visade att det finns ett positivt samband mellan avkastningar och bokvärdet till marknadsvärde. Fama och French (1992) visade att storlek, E/P, skuldsättning och bokvärdet till marknadsvärdet förklarar den avkastning marknadsfaktorn i CAPM inte förklarar. Från dessa variabler argumenterar de att storlek och bokvärdet till marknadsvärdet är de mest användbara variabler till att förklara denna skillnad. År 1993 bidrar Fama och French med mer bevis till att värde- och storlekseffekten har en betydelse i att förklara tvärsnittet av avkastningar, vilket leder till utvecklandet av trefaktormodellen. I senare artiklar (1998, 2006 och 2012) framför de ytterligare bevis för deras argumentation med att analysera andra marknader än USA.

Jegadeesh och Titman (1993) visar att det finns ett års momentum i aktiepriser. Med att studera aktier från 1965 till 1989 finner de att aktier som presterat bra under senaste året fortsätter att prestera bra ett år framåt. Enligt deras resultat hade en investeringsstrategi som köpt tidigare vinnare och blankat tidigare förlorare avkastat en onormal årlig avkastning på 12,01 %. Carhart (1997) bygger på Jegadeesh och Titman (1993) och Fama och French (1993) studier med att föreslå en fyrafaktormodell som utöver värde-, storlek- och marknadsfaktorn också innehåller en faktorn för momentum. Carhart visar att fyrafaktormodellen klarar signifikant bättre av att estimerade förväntade avkastningar än trefaktormodellen. Senare visar Jegadeesh och Titman (2001) att momentumeffekten också funnits under 1990-talet. I denna studie observerade de att tidigare vinnare fortsatte vara vinnare 12 månader efter observationsdatumet och först efter 12 månader började tidigare förlorare uppvisa högre avkastningar än tidigare vinnare. Fama och French (2012) visar att fyrafaktormodellen också presterar bra på 2000-talet ur ett internationellt perspektiv.

Tidigare forskningen är dock inte överens om faktorerna föreslagna av Fama, French och Carhart är riskfaktorer. En del forskning förespråkar att dessa är anomalier orsakade av investerarens beteendemönster och överreaktioner. De Bondt och Thaler (1985) argumenterar att marknaden är irrationell och överreagerar till dåliga nyheter vilket leder till att värdet på tillgångar körs under eller över tillgångens verkliga marknadsvärde.

Lakonishok, Shleifer och Vishny (1994) visar att glamouraktier (motsatsen till värdeaktier) underpresterat under perioden 1968 till april 1990 eftersom de ständigt överraskat marknaden negativt. Dessutom argumenterar de att glamouraktier är övervärderade eftersom institutionella placerare föredrar att placera i dem. Senare visar La Porta, Lakonishok, Shleifer och Vishny (1997) att värdeaktier ständigt överraskat marknaden positivt vid resultatutgivning. Avkastningsskillnaden mellan värdeaktier och glamouraktier kan förklaras upp till 30 % av effekten av resultatutgivning. La Porta (1996) använder sig av enkätdata som består av analytikerestimat för företags femåriga tillväxt. Han bildar portföljer baserade på analytikers tillväxtestimat från hög till låg tillväxt, portföljer bestående av lågtillväxtaktier hade i snitt 20 % högre årsavkastning jämfört med portföljer bildade med högsta tillväxtestimaten. Aktier som hade höga förväntningar av analytiker överraskade konsistent marknaden negativt medan aktier med låga tillväxtestimat överraskade positivt.

4.1. **Värde, momentum, storlek och effektiva marknadshypotesen**

I artikeln *“Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work”* från 1970 föreslår Fama ett ramverk för vad vi idag kallar för effektiva marknadshypotesen. Hans utgångspunkt är att marknader är effektiva och således är alla tillgångar korrekt prissatta. Han delar in test av effektiva marknadshypotesen in i tre delar: 1) svaga formen, 2) medelstarka formen och 3) starka formen. Test av svaga formen går ut på att studera om marknader följer en slumpgång (eng. random walk), medelstarka om tillgångar innehåller all publik information och starka om insiders kan utnyttja sin position eftersom de har tillgång till mer information. I alla klasser hittar Fama stöd för att marknader de facto är effektiv med att stöda sig på egen empiri och tidigare forskning gjord av andra.

Tidigare forskningen är inte entydig om orsakerna till värde-, storleks- och momentumeffekten. Vissa säger att marknaden är ineffektiv och prissättningsfel

förekommer på grund av psykologiska faktorer (Lakonishok, Shleifer och Vishny, 1994; De Bondt och Thaler, 1985). Andra igen argumenterar att variablerna fungerar som ett mått för en underliggande riskfaktor (Fama och French, 1993). Malkiel (2003) påpekar att värde-, storleks- och momentumeffekten bestrider endast effektiva marknadshypotesen om man accepterar CAPM som sådan. Om man accepterar t.ex. fyrafaktormodellen kan värde-, storleks- och momentumeffekten inte längre fungera som ett motargument till effektiva marknader. Faktorernas existens strider således inte med teorin om effektiva marknader, utan med prissättningsmodeller som inte inkluderar den.

5 SAMMANFATTNING AV TEORIN OCH ARBETETS FORTSATT UPPLÄGG

Utgående från teorin ovan kan man dra följande slutsatser: kapitalmarknadslinjen, där marknadsportföljen beskrivs av en värdeviktad portfölj, är för flat. Orsakerna till detta är dels på grund av beteendemässiga faktorer som skuldaversion och dels på grund av att marknadsfaktorn inte klarar av att beskriva förväntade avkastningar. Föreslagna metoder som variansminimering för att uppnå denna portfölj är i praktiken besvärliga att utföra och kräver estimat för förväntade avkastningar. Bättre metoder behövs för att utveckla effektiva portföljer som allokerar tillgångar på ett optimalt sätt. I denna avhandling konstrueras optimala aktie- och obligationsportföljer utgående från faktorer av Carhart (1997) och Fama och French (2012) som visats förklara förväntade avkastningar. Efter att optimala portföljer har konstruerats kombineras dessa med riskparitet eftersom tidigare forskningen har visat att olika tillgångslag har olika riskjusterade avkastningar.

6 TIDIGARE FORSKNING

Till följande presenteras fyra artiklar som är relevanta till avhandlingen ur fyra olika perspektiv. Den första artikeln av Asness, Frazzini och Pedersen behandlar teoretiska motiveringen bakom riskparitet, de andra av Frazzini och Pedersen (2014) presenterar bevis varför lågbeta aktier har högre riskjusterade avkastningar än högbeta aktier, den tredje, av Asness, Moskowitz och Pedersen (2013), ger en deskriptiv inblick till värdeeffekten och momentumeffekten över olika marknader och tillgångsklasser. Den fjärde av Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009) ger insyn i hur allokeringsstrategier kan utvecklas med att utnyttja värde-, momentum- och storlekseffekten.

6.1. Leverage aversion and risk parity

Asness, Frazzini och Pedersen presenterar en teoretisk referensram i artikeln Leverage Aversion and Risk Parity (2012) till riskparitet. De argumenterar att tillgångar med lägre risk erbjuder en högre riskjusterad avkastning än tillgångar med högre risk, vilket betyder att klassiska 60/40 fördelningar mellan aktier och obligationer är ineffektiv. Orsaken till detta är att investerare inte har möjlighet eller vilja att ta på sig skuld för att komma till sitt avkastningskrav vilket lett till en överallokering till tillgångsklasser med högre risk. De föreslår ett lätt sätt att uppnå tangentportföljen med att bestämma en tillgångs vikt i en investeringsportfölj utgående från dess risk och inte till exempel dess storlek.

6.1.1. Data och metod

För att testa om en riskparitetinvesteringsstrategi fungerar används tre datasampel: 1) aktier och statsobligationer från USA mellan tiden 1926 – 2010, 2) ett bredare sampel med aktier, statsobligationer, företagsobligationer och råvaror från hela världen mellan tiden 1973 – 2010 och 3) ett globalt sampel med aktier och statsobligationer från 11 länder från J.P. Morgan Global Government bond index serien för tiden 1986 – 2010.

Metoden är simpel och lätt att genomföra. De konstruerar månatligen riskparitetportföljer med att estimerar varje tillgångslags volatilitet fram till tidigare månaden. Volatiliteten estimeras utgående från månatliga excessavkastningar tre år tillbaka. I riskparitetportföljen får varje tillgångsslag en vikt som är i direkt omsatt proportion till dess volatilitet, med andra ord: $w_{t,i} = \frac{1}{\sum \hat{\sigma}_{i,t}^{-1}} \hat{\sigma}_{i,t}^{-1}$.

6.1.2. **Resultat**

Resultaten från två av deras datasampel finns sammanfattade nedan. I bägge sampel är riskparitetportföljen den mest effektiva mätt enligt Sharpe-kvoten. I långa samplet med endast aktier och statsobligationer har riskparitetportföljen en Sharpe-kvot på 0,52 jämfört med en Sharpe-kvot på 0,25 för en värdeviktad portfölj. I breda samplet där råvaror och företagsobligationer också beaktats har en riskparitetportfölj en Sharpe-kvot på 0,62, jämfört med en Sharpe-kvot på 0,43 för en värdeviktad portfölj.

Tabell 1 Asness, Frazzini och Pedersen (2012) resultat

	Excessavkastning	Volatilitet	Sharpe-kvot	Skevhets	Excesskurtosis
Långa samplet (1926-2010)					
Aktier	6,71 %	19,05 %	0,35	0,18	7,51
Statsobligationer	1,56 %	3,29 %	0,47	-0,01	4,37
Värdeviktat	3,84 %	15,08 %	0,25	0,37	13,09
60/40-portfölj	4,65 %	11,68 %	0,4	0,2	7,46
RP utan skuld	2,20 %	4,25 %	0,52	0,05	4,58
RP med skuld	7,99 %	15,08 %	0,53	-0,36	1,92
Breda samplet (1973-2010)					
Aktier	5,96 %	15,71 %	0,38	-0,8	2,41
Statsobligationer	2,72 %	5,36 %	0,51	0,23	2,43
Företagsobligationer	3,03 %	6,63 %	0,46	0,29	7,68
Råvaror	3,10 %	19,24 %	0,16	-0,18	2,37
Värdeviktat	4,31 %	10,10 %	0,43	-0,89	2,65
RP utan skuld	3,39 %	5,44 %	0,62	-0,24	3,03
RP med skuld	6,15 %	10,10 %	0,61	-0,94	4,93

Som förväntat är realiserade avkastningen för en riskparitetportfölj utan skuld låg och fördelningsmått (skevhets och excesskurtosis) i likhet med obligationer. Med att köpa riskparitetportföljerna med hävstång, så att riskparitetportföljernas volatilitet matchar med värdeviktade portföljerna, uppnår man en betydligt högre avkastning än värdeviktade portföljerna. Avkastningen för riskparitetportföljen med hävstång är 7,99 % för långa samplet och 6,15 % för breda samplet, motsvarande avkastningar för värdeviktade portföljerna med samma volatilitet är 3,84 % och 4,31 %.

6.2. **Betting against beta**

I artikeln Betting against beta (2014) visar Frazzini och Pedersen ytterligare bevis varför tillgångar med lägre risk tenderar att ha en högre riskjusterad (mätt med beta) avkastning än tillgångar med högre risk.

6.2.1. **Data och metod**

I studien använder författarna ett omfattande datasampel bestående av aktier från 20 länder, aktieindex från 13 länder, statsobligationer från 9 länder, 9 olika valutor, US treasury obligationer med 7 olika maturitetsgrupper, företagsobligationsindex med 4 maturitetsgrupper, företagsobligationsindex från 9 olika kreditbetygklasser och 25 olika råvaror. De har också ägarskapsdata för amerikanska fonder från CRSP Mutual Fund databasen och Thomson Financial CDA / Spectrum holdings databasen från 1980-2012 och 78 tusen individers aktieportföljers innehåll från 1991-1996. För att analysera företagsförvärv använder de sig av data från AQR/CNH Partners som innefattar data av alla publika företagsförvärv gjorda i USA mellan 1963-2012.

De konstruerar BAB faktorer (betting against beta faktorer) för varje tillgångsslag. Först rangordnas tillgångarna inom respektive tillgångsslag enligt deras beta. Efter detta konstrueras låg-beta och hög-beta tillgångsspecifika portföljer så att vikten för varje tillgång bestäms utgående från deras rang. BAB faktorn uträknas med att köpa portföljen med låg-beta tillgångar och blanka portföljen med hög-beta tillgångar. Portföljsorteringen ombalanseras månatligen.

6.2.2. **Resultat**

Alla BAB portföljer inom alla tillgångsslag uppvisar positiva och signifikanta avkastningar (förutom aktier i Österrike). Låg-beta tillgångar har också konsistent högre alfa än hög-beta tillgångar, vilket betyder att BAB faktorn kan fånga en del av alfa som till exempel fyrafaktormodellen inte fångar. De finner också bevis för att investerare med skuldsättningsrestriktioner (ex. fonder) konsistent köper hög-beta aktier och investerare utan skuldrestriktioner (leverage buy out fonder och Berkshire Hathaway) köper låg-beta företag.

6.3. Value and Momentum Everywhere

Artikeln "Value and Momentum Everywhere" av Asness, Moskowitz och Pedersen (2013) är en av de mest omfattande verk där värdeeffekten och momentumeffekten studerats. Med att studera värde- och momentumeffekten på fyra olika marknader över fem olika tillgångsklasser finner de att både värde och momentum har en positiv inverkan i realiserade avkastningar och är dessutom negativt korrelerade med varandra inom och mellan marknader och tillgångsklasser. Enskilt för sig är de dessutom positivt korrelerade mellan tillgångsklasser och marknader.

6.3.1. Data och metod

Datasamplet i studien består av fem tillgångsklasser: aktier, aktieindex (landsindex), valutor, statsobligationer och råvaror.

Aktier: Med cirka 40 år av månatlig aktiedata från USA, Storbritannien, kontinental Europa och Japan bildar de värde- och momentumvariabler. Värdevariabeln fastläs som aktiens sex månader gamla bokvärde av eget kapital dividerat med aktiens nuvarande marknadsvärde av eget kapital. Momentumvariabeln definieras som kumulativa totala avkastningen för senaste tolv månader utslutande senaste månaden ($t-12$ till $t-1$). För att undvika problem med likviditet inkluderar de endast 90 % av marknadens totala aktiemarknadsvärde. Detta resulterar i att de har i snitt 17 % av de största företagen från USA, 13 % från Storbritannien, 20 % från Europa och 26 % från Japan i sitt sampel.

Aktieindex: Dataperioden sträcker sig från 1978 med 8 landsindexfuturer och från och med 1980 med 18 landsindexfuturer till 2011. Värdevariabeln definieras som senaste månadens MSCI landsindexets totala bokvärde till marknadsvärde. Momentum variabeln definieras lika som i aktier, det vill säga som kumulativa avkastningen från senaste tolv månader utslutande senaste månaden.

Valutor: 10 stycken valutapar från 1979 till 2011. Månatliga avkastningen räknas ut från forward värden eller från MSCI spot priser och Libor räntan. Värdevariabeln definieras som femårsförändringen i köpkraftsparitet. Momentumvariabeln lika som i aktier.

Statsobligationer: Tio länders statsobligationsindex. Värdevariabeln räknas ut som femårsförändringen i avkastningen till förfall på tioåriga statsobligationen, momentum lika som i aktier.

Råvaror: 27 olika råvarufutures från 1972 till 2011 (10 stycken futures tillgängliga i början av samplet). Månatliga avkastningen består av kumulativa dagsavkastningarna för den månaden. Värdevariabeln är logaritmen av spotpriset för fem år sedan dividerat med dagens spotpris. Momentumvariabeln lika som i aktier.

Inom varje tillgångsklass och marknad bygger de tre värde- och momentumportföljer (låg, medel och hög) vilket resulterar i 48 stycken enskilda portföljer. Utöver detta konstruerar de värde och momentumfaktorer som ger vikter till tillgångar i en portfölj på basis av deras rang mellan värde- eller momentumtillgångar till varandra över tvärsnittet³.

6.3.2. *Resultat*

Över alla tillgångar och marknader producerar en kombination av värde och momentum högre avkastningar och lägre volatilitet. Korrelationen mellan värde och momentum är i snitt -0,49 inom varje tillgångsklass. De använder sig av riskparitet när de kombinerar tillgångsklasserna ihop. Om de inte utförde viktningen med riskparitet och gav exempelvis lika vikt till alla tillgångsklasser skulle det finnas risk att en tillgångsklass inverkan på hela portföljen skulle vara större än dess egentliga vikt.

De studerar också investeringsstrategiernas samrörelse mellan tillgångsklasserna. Korrelationen mellan tillgångsklasserna inom momentum och värde är positiva, och mellan varandra negativa. Till exempel har en värdestrategi i en aktiemarknad en korrelationskoefficient på 0,68 med andra värdestrategier i andra aktiemarknader och 0,15 med andra tillgångsklasser. Motsvarande talen med momentum är 0,65 och 0,37. Korrelationen mellan en värdestrategi på en aktiemarknad och en momentumstrategi i en annan aktiemarknad är -0,53, korrelationen mellan värdeeffekten inom aktier och momentum i en annan tillgångsklass är -0,26. De drar slutsatsen att det är väldigt svårt att förklara dessa samrörelser ur ett beteendemässigt perspektiv. Momentum och värdeeffekten inom en tillgångsklass går ännu att förklara med exempelvis överreaktionshypotesen, men samrörelsen mellan tillgångsklasser tyder på att momentum och värdeeffekten är riskfaktorer som beskriver tillgångars förväntade avkastningar.

Förutom att momentum är negativt korrelerat med recessioner finner de inte att globala makroekonomiska variabler, som till exempel BNP-tillväxt, skulle kunna

³ $w_{it}^S = c_t(rank(S_{it}) - \sum_i rank(S_{it})/N)$

förklara samvariationen mellan strategierna mellan olika tillgångsslag. Likviditet (eng. funding) verkar förklara strategiernas negativa korrelation till en viss grad. Likviditet är negativt korrelerad med värde och positivt till momentum över alla tillgångsslag. Även om likviditet förklarar deras negativa korrelation till en viss grad, förklarar det inte varför bägge strategier genererar positiva avkastningar.

6.4. **Parametric Portfolio Policies: Exploiting Characteristics in the Cross-Section of Equity Returns**

Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009) utvecklar en modell som använder sig av tillgångars individuella attribut för att ge vikter till tillgångar i en portfölj. I sin studie använder de sig specifikt av värde, momentum och storlek eftersom dessa variabler har visats kunna förklara aktiers förväntade avkastning, aktiernas varians och aktiernas kovarians över tvärsnittet (La Porta, Lakonishok, Shleifer, & Vishny, 1997). Deras motivering till ämnet är avsaknandet av forskning över hur portföljförvaltare kan på ett konsistent sätt utnyttja sig av anomalierna; och de metoder som finns till befogande är tunga och svåra att implementera. Exempelvis är en Markowitz optimering tung att utföra och variablerna i modellen svåra att estimeras. Deras syfte är att utveckla en implementerbar modell som lätt kan appliceras och användas för optimering av vikterna till tillgångar i en portfölj. Nedan presenteras bas-versionen av modellen, vidareutvecklingar av modellen som bland annat tar i beaktan transaktionskostnader presenteras inte.

6.4.1. **Modell**

Modellen utgår från att investeraren vill maximera sin nytta. Förväntade avkastningen för portföljen är viktade summan av individuella tillgångars förväntade avkastningar. Investerarens nytta kan således beskrivas som:

$$\max_{\{w_{i,t}\}_{i=1}^{N_t}} E_t[u(r_{p,t+1})] = E_t \left[u \left(\sum_{i=1}^{N_t} w_{i,t} r_{i,t+1} \right) \right] \quad (1)$$

För att maximera nyttofunktionen föreslår Brandt, Santa-Clara, och Valkanov (2009) att optimera vikten för alla individuella tillgångar i investeringsportföljen. De föreslår att vikten för individuella tillgången är en funktion av dess individuella attribut:

$$w_{i,t} = f(x_{t,t}; \theta); \text{ där: } w_{i,t} = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \quad (2)$$

Vikten för tillgången vid tidpunkt t består av dess marknadsvikt plus eller minus en komponent som beskriver tillgångens individuella attribut. Theta (θ) är en vektor av koefficienter som är samma för alla tillgångar. \hat{x} är en vektor av tillgångarnas individuella attribut standardiserade över tvärsnittet med medelvärdet noll och standardavvikelsen ett. Med andra ord om θ (theta) för värdevariabeln är positiv, får värdeaktier en större vikt i portföljen och icke värde-akter mindre vikt, jämfört till medelvärdet. Orsaken varför θ (theta) tas gånger inversen av antalet tillgångar över tvärsnittet är att det möjliggör att antalet tillgångar får förändras över tiden men θ (theta) kan behållas samma. När man antar att tillgångarnas individuella attribut förklarar förväntade avkastningar och sambandet mellan individuella tillgångars förväntade avkastningar, kan det antas att θ (theta) är konstant över tiden. Antagandet att θ (theta) är konstant över tiden betyder också att koefficienterna som maximerar investerarens nytta är konstant över tiden. Med andra ord kan vi nu beskriva problemformuleringen i obetingad form:

$$\max_{\theta} E [u(r_{p,t+1})] = E \left[u \left(\sum_{i=1}^{N_t} f(x_{t,t}; \theta) r_{i,t+1} \right) \right] \quad (3)$$

$$f(x_{t,t}; \theta) = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \quad (4)$$

Där maximeringsproblemet beskrivs som:

$$\max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u \left(\sum_{i=1}^{N_t} \left(\bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \right) r_{i,t+1} \right) \quad (5)$$

6.4.2. **Data**

De använder sig av månatliga aktieavkastningar och aktiespecifika variabler från CRSP databasen från 1964 till 2002. Variablerna för värde, momentum och storlek är i linje med tidigare forskningen där storleksvariabeln är naturliga logaritmen av företagets marknadsvärde, värdevariabeln är bokvärdet på eget kapital delat med marknadsvärdet

på eget kapital och momentumvariabeln är kumulativa avkastningen mellan månaderna t-13 till t-1. Antalet aktier är i början av samplet 1033 och i slutet 6356.

6.4.3. **Resultat**

De estimerar parameterestimatens varians och kovariansmatris med en bootstrap metod framom en GMM-estimering. De väljer bootstrap metoden eftersom den ger mer kontroll för att undvika lokala maxima och minima och att standardfelen i estimeringen är lägre jämfört med en GMM metod. Som nyttofunktion använder de sig av CRRA (constant relative risk aversion) med en riskaversionskoefficient på 5 eftersom den har empiriskt visats beskriva investerarens nytta mycket väl.

Tabell 2 Brandt, Santa-Clara, och Valkanov (2009) resultat

Variabel	Marknadsvikt	Jämnvikt	Inom samplet	Utanför samplet
Θ- storlek	–	–	-1,451	-1,124
Standardfel	–	–	-0,548	-0,709
Θ-bokvärde till marknadsvärde	–	–	3,606	3,611
Standardfel	–	–	-0,921	-1,11
Θ-momentum	–	–	1,772	3,057
Standardfel	–	–	-0,743	-0,914
Tidsseriemedelvärdet av max vikt ⁴	3,68 %	0,02 %	3,49 %	4,39 %
Tidsseriemedelvärdet av min vikt	0,00 %	0,02 %	-0,22 %	-0,39 %
Medelavkastning	13,9 %	18,0 %	26,2 %	26,2 %
Standardavvikelse	16,90 %	20,50 %	18,80 %	22,30 %
Sharpe-kvot	0,438	0,564	1,048	0,941
α	–	–	17,4 %	17,7 %
β	–	–	0,311	0,411
IR	–	–	0,96	0,829

De jämför sina resultat till en marknadsviktad portfölj och en jämnviktad portfölj. Parametrarnas förtecken var förväntade och i linje med tidigare forskning. Negativt parametervärde för storlek betyder att optimala portföljen ger en högre vikt till mindre företag och en lägre vikt till större. Positiva momentum och värdeparametervärden betyder att strategin konsistent ger en högre vikt till värdeföretag och företag som uppvisat momentum under det gångna året. Tidsseriemedelvärdet för högsta vikter och

⁴ Talen för marknadsvikt och jämnvikt portföljerna är tidsserieextremvärdet

lägsta vikter är inte extrema vilket betyder att strategin inte gett möjligheten för individuella företag att snedvrیدا resultaten.

Avkastningarna för optimala portföljen jämfört till värdeviktade och jämnviktade portföljen är imponerande. Med endast en aning högre volatilitet och en nästan dubbelt högre avkastning har optimala portföljen en dubbelt högre Sharpe-kvot. En regression av optimala portföljens resultat mot marknadsviktade portföljen uppvisar ett alfa på 17,4 % och ett beta på endast 0,311, informationskvoten är också imponerande med ett värde nästan lika med ett.

Nytan med denna tillvägagångssätt är att modellen fungerar med vilken som helst nyttofunktion och riskaversionskoefficient. Med andra ord kan en portföljförvaltare anpassa portföljens investeringsstrategi till kundens riskaversion. Brandt, Santa-Clara och Valkanovs modell fungerar väl när man ändrar på riskaversionskoefficienten enligt investerarens preferenser. När de exempelvis kör modellen med en riskaversionskoefficient på 100 ser optimala portföljens parameterestimat ut som följande: Storlek: 0,026, bokvärde till marknadsvärde: 5,207 och momentum: 0,548. Med andra ord så håller investeraren sig nu borta från mindre aktier och föredrar stora aktier med ett högt bokvärde till marknadsvärde. Detta eftersom investeraren nu är väldigt riskavers och således känslig för förluster. Investeraren önskar inte ta onödiga risker med att ge en för hög vikt till små aktier med hög momentum. Deras analys av realiserade avkastningar mellan strategier med olika riskaversion stöder modellens funktionalitet. Sämsta månaden för strategin med en riskaversionskoefficient på 1 är -55,6 %, sämsta månaden för den mycket riskaverta strategin med riskaversionskoefficienten på 100 är endast -21,49 %. Riskaverta investeraren avskyr förluster och är således villig att ge upp en högre avkastning för att undvika förluster (risktåliga investerarens medelavkastning: 52,9 %, riskaverta investerarens medelavkastning: 22,3 %).

Resultaten i tabell 2 är estimerade inom samplet. Brandt, Santa-Clara, och Valkanov estimerar också parametrarna ytterom samplet varje månad med den information en investerare skulle ha vid investeringsbeslutstidpunkten. Resultaten är nästan lika imponerande som inom samplet, med endast en aning lägre Sharpe-kvoter. Parameterestimaten, förutom momentum där parameterestimatet är i medeltal högre, förblir ungefär de samma. Resultaten från regressionen mot marknadspportföljen förblir också nästan oförändrade.

6.5. **Sammanfattning av tidigare forskningen**

Ur tidigare forskningen kan vi dra följande slutsatser: Värde, momentum och storlek är riskfaktorer som kan användas till att estimerade förväntade avkastningar för ett flertal olika tillgångar och marknader. Eftersom de beskriver tillgångars förväntade avkastningar kan en portföljallokeringsmodell utvecklas där variablerna bestämmer vikten för varje tillgång i portföljen som gör portföljen optimal. Denna tillvägagångssätt är enklare och simplare än en minimivariansportföljoptimering eftersom vi inte behöver estimerade tillgångars förväntade avkastningar, varianser och kovarianser till varandra.

Vidare har det visats att tillgångar i olika riskklass har olika riskjusterade avkastningar, eller mer specifikt att låg-risk tillgångar har högre riskjusterade avkastningar än hög-risk tillgångar. Orsakerna till detta är att flesta investerare har avkastningsmål som de vill uppnå men för att uppnå avkastningsmålet är de ovilliga eller inkapabla att ta på sig skuld vilket leder till en överallokering till mer riskfyllda tillgångar. Detta är huvudorsaken till varför riskparitetallokering mellan tillgångsklasser med olika risknivå visats fungera.

7 METOD

I denna studie används en liknande portföljoptimeringsmodell för aktie- och obligationssamplet som presenterats av Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009). Efter att optimala portföljer konstruerats kombineras dessa med riskparitet.

7.1. Portföljoptimering

En portföljs förväntade avkastning för tidpunkt $t+1$ är summan av produkten av enskilda tillgångars vikter i portföljen och deras förväntade avkastningar:

$$E(R_{p,t+1}) = \sum_{i=1}^N w_{i,t} E(R_{i,t+1}) \quad (6)$$

Som redan sagts vill investeraren maximera sin nytta. Vi kan således skriva nyttomaximeringsproblemet i ekvation 6, med avseende på enskilda tillgångars vikter $w_{i,t}$ för N antal tillgångar vid tidpunkt t, enligt följande:

$$\max_{\{w_{i,t}\}_{i=1}^{N_t}} E_t[u(r_{p,t+1})] = E_t \left[u \left(\sum_{i=1}^{N_t} w_{i,t} r_{i,t+1} \right) \right] \quad (7)$$

Med andra ord är målet att maximera investerarens nytta för tidpunkt t+1 med att bestämma vikterna för varje tillgång vid tidpunkt t.

Vanligtvis har finansiell forskning fokuserat på att utveckla metoder för att estimeratillgångarnas förväntade avkastning. Denna avhandling antar däremot att tillgångarnas individuella attribut och marknadsvikt förklarar tillgångens förväntade avkastning, detta betyder att vikten i ekvation 7 bestäms enligt:

$$f(x_{t,t}; \theta) = w_{i,t} = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \quad (8)$$

där $\bar{w}_{i,t}$ är tillgångens marknadsvikt, $\hat{x}_{i,t}$ är en vektor bestående av standardiserade värde-, momentum- och storleksvariabler för tillgång i vid tidpunkt t. Koefficienten θ

bestämmer storleken av viktjusteringen från tillgångens marknadsvikt. Justeringen beror på värde-, momentum- och storleksvariabeln. För att kunna estimeras parametern θ för olika tidsperioder med olika antal tillgångar justeras den med antalet tillgångar vid tidpunkt t , N_t .

När man antar att värde, momentum och storlek förklarar förväntade avkastningar och sambandet mellan individuella tillgångars förväntade avkastningar⁵, kan det antas att θ (theta) är konstant över tiden. Antagandet att θ (theta) är konstant över tiden betyder också att koefficienterna som maximerar investerarens nytta är konstant över tiden. Med andra ord kan vi nu beskriva maximeringsproblemet i ekvation 7 i obetingad form:

$$\max_{\theta} E [u(r_{p,t+1})] = E \left[u \left(\sum_{i=1}^{N_t} f(x_{t,t}; \theta) r_{i,t+1} \right) \right] \quad (9)$$

$$\text{där:} \quad (x_{t,t}; \theta) = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \quad (10)$$

En tillgångs vikt är en funktion av dess vikt i marknadsportföljen plus eller minus en komponent vars storlek beror på tillgångens individuella attribut. Med andra ord är grundantagandet att marknadsviktade portföljen är optimal. Sedan justeras denna portföljs vikter med θ^T utgående från $\hat{x}_{i,t}$, som beskriver värde, momentum eller storlek, som hade gjort portföljen mer effektiv. Om vi antar att tillgångens individuella attribut förklarar tillgångens förväntade avkastning blir maximeringsproblemet simpelt eftersom vi endast behöver maximera parametern θ . Maximeringsproblemet blir således:

$$\max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u \left(\sum_{i=1}^{N_t} \left(\bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \right) r_{i,t+1} \right) \quad (11)$$

Simplifierat kan allokeringstrategin förklaras med en investering i ett värdeviktat marknadsindex (r_m) och en investering i en long-short hedgefond (r_h). Vi kan alltså dela in portföljens förväntade avkastning i följande komponenter, från ekvation 6 och 8:

⁵ Brandt, Santa-Clara och Valkanov visade att portföljoptimeringen också beaktar högre moment med en Taylor serie: $E [u(r_{p,t+1})] \approx u(E[r_{p,t+1}]) + \frac{1}{2} u''(E[r_{p,t+1}]) E [(r_{p,t} - E[r_{p,t}])^2] + \frac{1}{6} u'''(E[r_{p,t+1}]) E [(r_{p,t} - E[r_{p,t}])^3] + \dots$

$$E(R_{p,t+1}) = \sum_{i=1}^N \bar{w}_{i,t} E(R_{i,t+1}) + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \right) r_{i,t+1} = r_{m,t+1} + r_{h,t+1} \quad (12)$$

Som nyttofunktion kommer i likhet med Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009) att användas CRRA (constant relative risk aversion) med riskaversions koefficienter på $\gamma = 5, 10$ och 100 . Nyttofunktionen beskrivs som:

$$u(r_{p,t+1}) = \frac{(1+r_{p,t+1})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (13)$$

I avhandlingen utförs portföljombalanseringen varje månad där nya parametermått för θ estimeras var tredje månad med data till och med den månaden. Parameterestimeringen sker var tredje månad på grund av systemtekniska restriktioner. Till skillnad från Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009) kommer θ inte att estimeras med bootstrap utan med Microsoft Excel Solver verktyget. Nackdelarna med detta estimeringssätt är att estimatens standardfel inte fås vilket betyder att parametrarnas signifikans inte kan mätas. VBA kod utnyttjas för att genomföra kvartalvisa parameterestimeringen. En mer detaljerad beskrivning hur portföljoptimeringen sker i praktiken finns i bilagan: Appendix 1.

7.2. Riskparitet

Optimala aktie- och obligationsportföljer kombineras med riskparitet vilket betyder att vikterna bestäms utgående från portföljernas standardavvikelse. Portföljernas vikter konstruras i linje med Asness, Frazzini, och Pedersen (2012). Varje månad konstrueras riskparitetportföljer på basis av aktie- och obligationsportföljernas standardavvikelse så att riskallokeringen mellan tillgångsklasserna är lika. Standardavvikelsen definieras som standardavvikelsen över senaste året. I praktiken går detta ut på att först räkna ut en k variabel som definierar respektive månads risknivå:

$$k_t = \frac{1}{\sum \hat{\sigma}_{i,t}^{-1}} \quad (14)$$

Vikterna för tillgångspecifika portföljerna i vid tidpunkt t räknas därefter ut utgående från k :

$$w_{t,i} = k_t \hat{\sigma}_{i,t}^{-1} \quad (15)$$

8 DATA, DESKRIPTIV STATISTIK OCH VARIABELDEFINITION

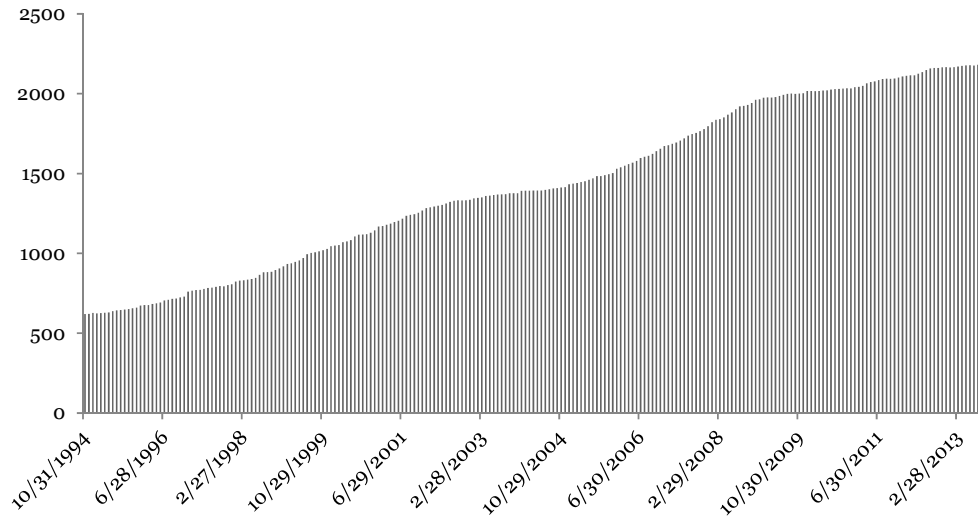
Nedan presenteras och analyseras aktie- och obligationssamplet som använts i studien.

8.1. Aktiesamplet

Aktiedatasamplet består av månatlig aktiedata ur datasamplet Factset Aggregate Europe mellan 30.9.1994 till 30.9.2013. I linje med tidigare forskning exkluderas, från ett sampel på 2874 företag år 2013, 607 finansiella företag och samhällsnyttiga företag (eng. utilities). För att försäkra att prisinformationen är korrekt exkluderas aktier ur tvärsnittsamplet för de månader under vilka det inte skett handel. Denna restriktion gäller främst de första åren av samplet (cirka 200 företag).

Excessavkastningar beräknas som skillnaden mellan aktiens avkastning mätt i euro, med dividender återinvesterade i aktien då de betalats, minus den månadens 3mån Libor mätt i euro.

För varje månad beräknas varje företags värde-, storlek- och momentumvariabler. Värdevariabeln definieras som senast publicerade bokvärdet dividerat med företagets marknadsvärde vid den tidpunkten. I likhet med tidigare forskning definieras momentumvariabeln som kumulativa avkastningen över senaste tretton månader uteslutande den senaste månaden. Storlek är företagets marknadsvärde mätt i euro vid den tidpunkten. Alla variabler standardiseras i likhet med Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009) så att tvärsnittsmedelvärdet är noll med standardavvikelsen ett.

Figur 2 Antalet aktier i datasamplet mellan 30.9.1994 – 30.9.2013

1 Beskrivning av datasamplet: 607 finansiella företag och samhällsnyttiga företag exkluderas ur ett totalsampel 2874 (daterat 30.9.2013). Om en aktie inte handlats under en månad exkluderas företaget för den månaden ur samplet. Data hämtades 14.10.2013 ur FactSet databasen. Data som hämtats är: Priser i EUR, priser i lokal valuta, månatliga avkastningar med dividender återinvesterade, marknadsvärde i EUR, marknadsvärde i lokal valuta, marknadsvärde till bokvärde (bokvärde är senast publicerade värdet), handelsvolym i lokal valuta.

8.1.1. Deskriptiv statistik för aktiesamplet

I tabell 3 presenteras deskriptiv statistik på aktiedatasamplet. Jämviktportföljens avkastning är högre än marknadsportföljens avkastning, vilket tyder på att mindre företag i samplet har högre avkastning än stora. Samma gäller också standardavvikelsen, mindre företag har större vikt i jämnviktade samplet och således är deras inverkan på sampelvärden större. Bägge fördelningar är negativt skeva och leptokurtosiska vilket är vanligt för aktieavkastningstidsserier.

Tabell 3 Aktiedatasamlets fördelning

	Jämvikt	Marknadsvikt
Avkastning	13,28 %	7,07 %
Standardavvikelse	18,05 %	15,78 %
Skevhet	-0,59	-0,65
Kurtosis	3,08	1,08
Sharpe	0,74	0,45

1 Avkastningarna är excessavkastningar över 3 mån eur-libor. Avkastningar är uträknade med antagandet att dividender återinvesteras tillbaka i aktien. Spridningsmått är uträknade från månatlig data. Standardavvikelsen och avkastningen är annualiserade från månatliga värden enligt: $R_{i,t} = (1 + Ri, t)^{12} - 1$ och $\sigma_{i,t} = \sigma_{i,t} * \sqrt{12}$.

8.1.2. **Aktieportföljer sorterade enligt värde, momentum och storlek**

I tabell 4 presenteras aktiesamplet efter att månatliga sorteringar gjorts på basis av värde-, storlek- och momentumvariabeln. Vi observerar att portföljer med momentumföretag, värdeföretag och småföretag har högsta månatliga excessavkastningarna med högsta Sharpe-kvoterna jämfört med andra portföljer.

I momentumportföljerna är standardavvikelsen högst för låg-momentumportföljen och lägst för medel-momentumportföljen. Skevheten är lägst för hög-momentumportföljen, vilket tyder på att hög-momentumportföljen har stadiga positiva avkastningar men sannolikheten för ett stort nedfall är högre än i andra momentumportföljer. Jämfört med glamouraktier⁶ har värdeaktier hög skevhet vilket tyder på att låga avkastningar inte är sällsynta, men stora negativa nedgångar osannolika. Standardavvikelsen är också högst för värdeaktier vilket kompenseras med en högre avkastning. Vi ser också tydliga skillnader i storlek. Små företag har den högsta standardavvikelsen och högsta skevheten men på samma gång högsta avkastningen jämfört med större företag.

Tabell 4 Momentum, värde och storleksportföljer för aktiesamplet

	Momentum			Värde			Storlek		
	Låg	Medel	Hög	Låg	Medel	Hög	Låg	Medel	Hög
Avkastning	6,78 %	10,46 %	22,75 %	11,30 %	11,17 %	17,27 %	20,03 %	10,71 %	9,23 %
Standardavvikelse	23,61 %	16,17 %	17,16 %	18,09 %	17,35 %	20,59 %	19,52 %	18,51 %	17,57 %
Skevhet	0,28	-0,80	-0,77	-0,61	-0,75	0,13	-0,25	-0,57	-0,74
Kurtosis	5,57	3,67	1,59	1,89	2,88	5,79	2,71	3,49	2,37
Sharpe	0,29	0,65	1,33	0,62	0,64	0,84	1,03	0,58	0,53
β (Beta)	1,22	0,92	0,95	1,05	0,98	1,06	1,00	1,02	1,07
t-stat	21,12**	30,26**	27,38**	34,07**	29,27**	20,98**	20,50**	26,46**	50,69**
α (Alfa)	-0,15 %	0,31 %	1,18 %	0,30 %	0,33 %	0,73 %	0,96 %	0,27 %	0,13 %
t-stat	-0,57	2,21*	7,38**	2,10*	2,13*	3,15**	4,31**	1,52	1,32
R^2	66,48 %	80,27 %	76,92 %	83,76 %	79,20 %	66,18 %	65,14 %	75,68 %	91,95 %
F-stat	446,15**	915,53**	749,8**	1161**	856,8**	440,2**	420,4**	700,3**	2570**

² Varje månad, för varje variabel sorteras datasamplet i tre portföljer på basis av aktiernas momentum, värde eller storlek. Avkastningarna är excessavkastningar uträknade från 3-mån eur-libor. Avkastning och standardavvikelse är annualiserade värden enligt: $r_{i,t,(12mån)} = (1 + r_{i,t})^{12} - 1$ och $\sigma_{i,t,12mån} = \sigma_{i,t}\sqrt{12}$. Spridningsmått är uträknade på hela tidsserien. Portföljen regresseras mot en värdeviktad marknadsportfölj uträknat från totala samplet. Regressionen mot marknadsportföljen är utförd med minstakvadratmetoden. Marknadsportföljen är viktade summan av individuella tillgångars avkastning med ombalansering varje månad. * = 5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå.

⁶ Hög marknadsvärde till bokvärde på eget kapital

Från regressionen mot marknadsportföljen ser vi inte stora variationer i beta⁷ (β) mellan portföljerna, alla betavärden är cirka lika med ett. Höga avkastningarna för momentum-, värde- och småföretagsaktier kan inte förklaras med ett högre beta, utan med ett högre alfa⁸ (α). Med andra ord klarar inte marknadsfaktorn av att beskriva portföljernas högre avkastning.

I tabell 5 testas ifall faktorerna utvecklade av Fama och French i artikeln ”*Size, value and momentum in international stock returns*” (2012) kan förklara aktieportföljernas avkastning. Förutom i hög-momentumportföljen ser vi inte stora sänkningar i alfat mellan enfaktormodellen i tabell 4 och fyrafaktormodellen i tabell 5. Vi kan således inte dra slutsatsen att faktorerna hämtade från French (2014) webbsida förklarar portföljernas avkastning till fullo, förutom för portföljen med stora företag där vi inte kan förkasta hypotesen att alfat är olika noll på en 5 % signifikansnivå. Alla koefficienter i fyrafaktormodellen är signifikanta och själva regressionerna är signifikanta på 1 % signifikansnivå.

Tabell 5 Fama och French (2012) faktormodellen

	Momentum			Värde			Storlek		
	Låg	Medel	Hög	Låg	Medel	Hög	Låg	Medel	Hög
α (Alfa)	0,41 %	0,23 %	0,72 %	0,29 %	0,28 %	0,80 %	1,09 %	0,22 %	0,07 %
t-stat	3,39**	3,25**	8,65**	3,40**	3,67**	7,36**	8,18**	2,84**	1,13
Mkt-RF	1,15	0,97	1,11	1,12	1,03	1,08	1,04	1,08	1,10
t-stat	43,24**	61,37**	60,72**	59,24**	61,47**	45,43**	35,89**	63,43**	78,82**
SMB	0,99	0,66	0,80	0,73	0,75	0,96	1,09	0,94	0,41
t-stat	19,66**	22,46**	23,28**	20,63**	24,03**	21,36**	20,00**	29,35**	15,73**
HML	0,23	0,37	0,28	-0,10	0,37	0,60	0,26	0,38	0,24
t-stat	4,85**	13,66**	8,90**	-3,04**	12,87**	14,56**	5,04**	12,93**	10,09**
WML	-0,63	-0,12	0,25	0,01	-0,15	-0,35	-0,26	-0,16	-0,07
t-stat	-22,65**	-7,16**	12,93**	0,39	-8,35**	-14,14**	-8,74**	-8,93**	-4,76**
F-stat	846,9**	1164,1**	962,5**	1002,8**	1188,7**	805,4**	464,0**	1297,1**	1782,2**

3 Portföljerna i tabell 2 regresseras på Fama och French månatliga faktorer konstruerade till den Europeiska marknaden. Tidsseriedatahämtades från Kenneth French webbplats:
http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html. * = 5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå.

⁷ $R_p - R_f = \alpha + \beta(R_m - R_f) + \varepsilon$

⁸ $R_p - R_f = \alpha + \beta(R_m - R_f) + \varepsilon$

8.2. Obligationssamplet

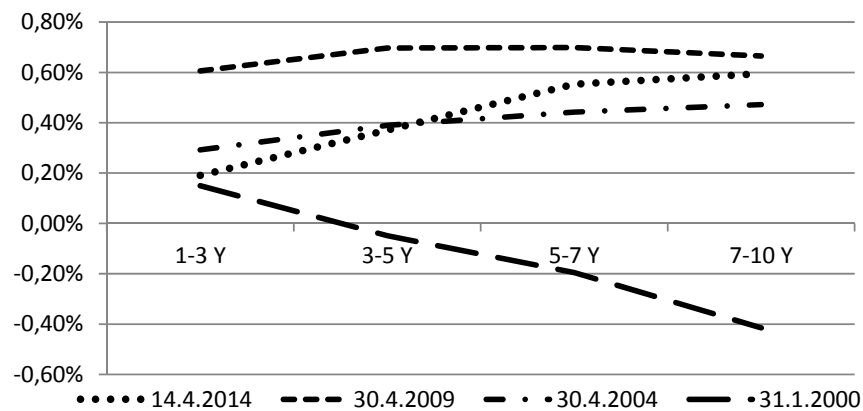
Obligationssamplet består av månatliga observationer ur Bloombergs Euroområdet statsobligationsindex från 31.12.1998 till 14.4.2014. Obligationssamplet består av fyra avkastningsindex. Indexen mäter euro-områdets statsobligationernas utveckling på obligationer av en viss maturitet. För att få en heltäckande bild av räntekurvan för ett till tio år har följande maturiteter valts, som på samma gång fungerar som tillgångar: 1-3 år, 3-5 år, 5-7 år och 7-10 år.

Räntekurvan beskrivs med euroswapräntan mot 6 mån euribor. Månatliga observationer hämtas från Bloomberg på 3 månaders euribor och på euroswapräntan från och med ett års swapränta till och med tio åriga swapräntan. För att matcha räntenivån med respektive obligationsportfölj tas medelvärdet av swapräntorna för samma maturitet som obligationsportföljerna, exempelvis är räntenivån för 1-3 års obligationsportfölj medelvärdet av ett, två och tre åriga swapräntan, räntenivån för 3-5 års obligationsportfölj är medelvärdet av tre, fyra och femåriga swapräntan och så vidare.

8.2.1. Momentumvariabeln

Momentumvariabeln definieras i likhet med tidigare studier som kumulativa avkastningen över senaste tretton månader med senaste månaden exkluderat ($t-13$ till och med $t-1$) för respektive obligationsindex. I figur 3 illustreras momentumvariabelns storlek för portföljerna vid olika tidpunkter.

Figur 3 Tvärsnittsfördelning av momentumvariabeln under fyra olika tidpunkter



2 Varje månad uträknas momentumvariabeln för respektive obligationsindex. Momentumvariabeln definieras som kumulativa avkastningen för senaste 13 månader uteslutande senaste månaden, enligt: $\prod_{i=1}^{13}(1 + r_{i,t-i}) - 1$

8.2.2. **Värdevariabeln**

Värdevariabelns definition avviker i avhandlingen från tidigare forskning. Per definition signalerar värdevariabeln en absolut eller relativ felprissättning. Exempelvis inom aktier används marknadsvärdet dividerat med bokvärdet för att hitta aktier som är snitt billiga jämfört med andra. Inom obligationer finns det inte direkt ett liknande tal som jämför marknadsprissättningen med ett fundamentalt värde (bortsett från makroekonomiska nyckeltal). Således kommer obligationernas prissättning att jämföras med vad det varit under det gångna året.

Eftersom den främsta variabeln i prissättning av statsobligationer är räntenivån är det rimligt att använda sig av förändringar i räntor för att mäta förändringen i obligationspris. Det som också påverkar prisrisken i obligationer är räntekurvans form eftersom långa räntor används ofta som estimat för korta räntor. Om räntekurvan i dagens läge är onormalt brant kan vi förvänta oss att antingen kommer långa räntorna att sjunka, eller att korta räntorna kommer att stiga. I oberoende av situationerna hade det varit fördelaktigt att blanka kortare obligationer och köpt längre obligationer jämfört med en jämnviktad position. Samma analogi kan också användas då räntekurvan är onormalt flat. Detta är främsta motivationen till att se på räntekurvans lutning när man definierar värdevariabeln. För enkelhetens skull beskrivs räntenivån med fem grupper: 1) 3 mån euribor, 2) 1-3 års räntor, 3) 3-5 års räntor, 4) 5-7 års räntor och 5) 7-10 års räntor.

Värdevariabeln för 1-3 års obligationer definieras som skillnaden av nuvarande 1-3 års räntor till nuvarande 3 mån euribor jämfört med vad denna skillnad varit i snitt under senaste året.

$$Värde_{1-3 \text{ år}, t} = (r_{1-3, t} - r_{3 \text{ mån euribor}, t}) - \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (r_{1-3, t-i} - r_{3 \text{ mån euribor}, t-i}) \quad (16)$$

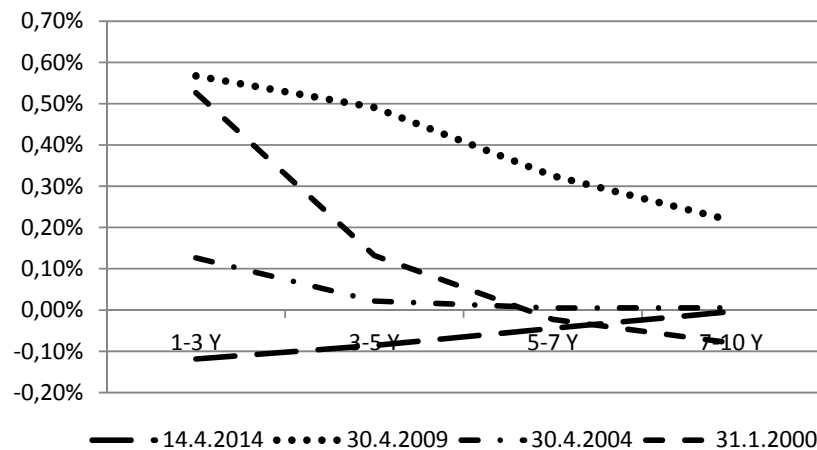
Värdevariabeln för 3-5 års obligationer definieras som skillnaden av nuvarande 3-5 års räntor till nuvarande 1-3 års räntor jämfört med vad denna skillnad varit i snitt under senaste året.

$$Värde_{3-5 \text{ år}, t} = (r_{3-5, t} - r_{1-3, t}) - \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (r_{3-5, t-i} - r_{1-3, t-i}) \quad (17)$$

Värdevariabeln definieras enligt samma analogi också för de övriga maturitetsgrupperna. Obligationen definieras som relativt undervärderad om skillnaden är större jämfört med andra obligationer.

Nedan ser vi exempel på hur värdevariabeln ser ut för obligationerna vid olika tidpunkter. Enligt modellen har räntekurvan varit för flat i januari 2000 jämfört med vad den varit under gångna året (se figur 4). Med andra är obligationer med kort maturitet relativt undervärderad jämfört med obligationer med längre maturitet. I april 2014 är räntekurvan igen brantare än vad den varit under gångna året vilket betyder att man borde köpa längre obligationer och blanka kortare obligationer. Med andra ord om kurvan i nedanstående graf är positivt lutande bör man köpa längre obligationer och blanka kortare obligationer och vice versa om kurvan är negativt lutande. Om kurvan är flat lönar det sig att ge lika vikt till alla obligationer. Eftersom man ständigt har en lång och en kort position (eller om kurvan är flat lika vikt) betyder det att man i snitt har en duration på fem år i portföljen. Strategin är i snitt inte alltså behäftad med en större ränterisk än en jämnviktad strategi.

Figur 4 Tvärsnittsfördelning av värdevariabeln under fyra olika tidpunkter



³ Varje månad uträknas värdevariabeln för respektive obligationsindex. Värdevariabeln beskriver räntekurvans form och således obligationens relativa prissättning till andra obligationer med en annan maturitet. Variabeln räknas ut enligt följande: $Värde_i = (r_i - r_j) - \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} (r_{i,t-i} - r_{j,t-i})$; där j är en lägre räntenivå än i.

8.2.3. *Deskriptiv statistik för obligationssamplet*

I tabell 6 presenteras deskriptiv statistik för obligationssamplet. Långa obligationer har i snitt haft en högre månadsavkastning än korta obligationer. Vi observerar inte så stora skillnader i Sharpe-kvoterna för obligationer för olika duration. Avkastningarna för längre obligationer liknar aktieavkastningsserier med negativ skevhet och positiv kurtosis, intressant nog är kurtosis lägst för längre obligationer. Skevheten är högst för korta obligationer vilka också har det högsta kurtosis-värdet. Som förväntat är korrelationen högre för obligationer med mindre skillnad i duration.

Tabell 6 Obligationsdatasamlets fördelning

	Jämnvikt	1-3	3-5	5-7	7-10
Avkastning	2,10 %	0,94 %	1,92 %	2,64 %	2,91 %
Standardavvikelse	3,21 %	1,53 %	2,81 %	3,91 %	4,93 %
Skevhet	-0,055	0,115	-0,027	-0,095	-0,012
Kurtosis	0,490	1,670	0,261	0,369	0,569
Sharpe	0,655	0,617	0,684	0,675	0,590
Korrelation mellan obligationerna					
	1-3	3-5	5-7	7-10	
1-3	100 %	94 %	88 %	78 %	
3-5	94 %	100 %	98 %	92 %	
5-7	88 %	98 %	100 %	97 %	
7-10	78 %	92 %	97 %	100 %	

⁴ Avkastningarna är excessavkastningar över 3 mån libor. Standardavvikelsen och avkastningen är annualiserade från månatliga värden. Sampelperiod: 1999-2014.

8.2.4. *Obligationportföljer sorterade enligt värde, momentum och storlek*

I tabell 7 har obligationerna indelats i portföljer enligt värde- och momentumvariabeln. Vi kan inte observera lika stora skillnader i avkastningarna mellan portföljerna som i aktieportföljer, däremot ser vi en tydlig trend i portföljernas konstruktion. Högmomentumportföljen innehåller till en högre grad längre obligationer jämfört med lågmomentumportföljen. Högvärdeportföljen innehåller också mer längre obligationer men fördelningen mellan låg korta och långa obligationer är inte lika stor som i momentumportföljerna. Standardavvikelsen är lägre för lågvärdeportföljen och lågmomentumportföljen eftersom de har en högre andel kortare obligationer.

Tabell 7 Värde- och momentumportföljer för obligationssamplet

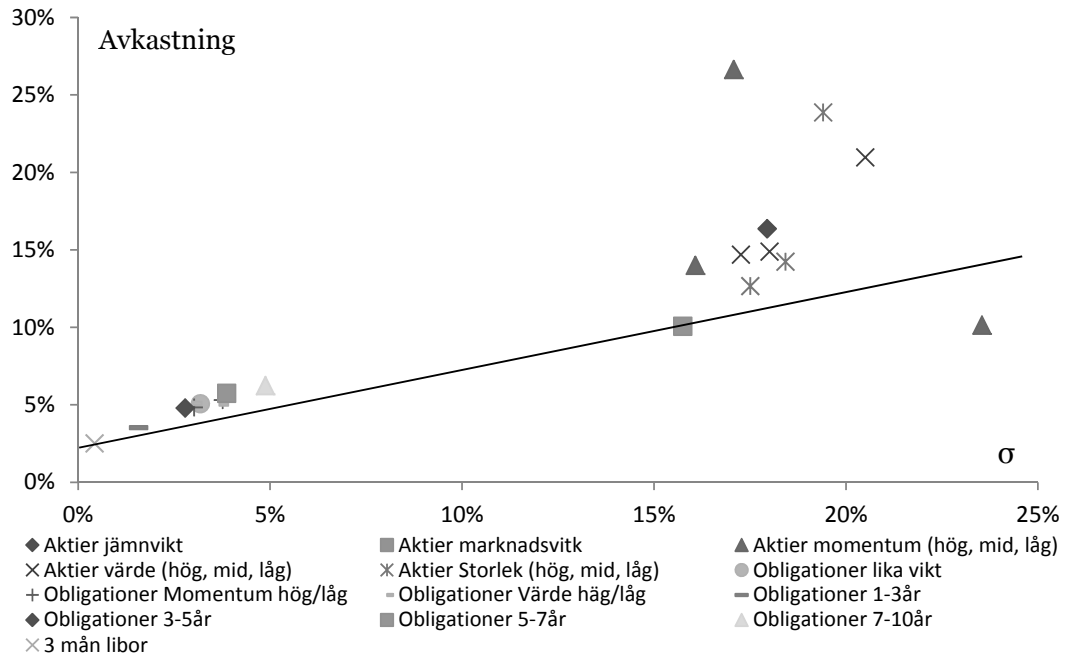
	Värde		Momentum	
	Låg	Hög	Låg	Hög
Avkastning	2,65 %	2,61 %	2,39 %	2,86 %
Standardavvikelse	3,00 %	3,69 %	3,01 %	3,79 %
Skevhet	-0,070	-0,090	0,134	0,001
Kurtosis	0,046	2,067	4,975	0,396
Sharpe	0,882	0,707	0,794	0,754
Fördelning mellan maturiteter				
1-3 år	27 %	23 %	35 %	15 %
3-5 år	29 %	21 %	32 %	18 %
5-7 år	23 %	27 %	15 %	35 %
7-10 år	21 %	29 %	18 %	32 %

5Varje månad sorteras datasamplet i två portföljer på basis av värde och momentum. Avkastningarna är excessavkastningar. Avkastning och standardavvikelse är annualiserade värden enligt: $r_{i,t,(12mån)} = (1 + r_{i,t})^{12} - 1$ och $\sigma_{i,12mån} = \sigma_{i,t}\sqrt{12}$. Spridningsmåttan är uträknade på hela tidsserien. Värde definieras som skillnaden mellan eurosapkurvor. T.ex. värdevariabeln för portfölj 3-5 definieras som skillnaden av tre till fem års ränteswapnivå till ett till tre års ränteswapnivå, värdevariabeln är hög om skillnaden är hög jämfört med vad det varit under senaste året. Momentum är kumulativa avkastningen under senaste tretton månader uteslutande senaste månaden. Sampelperiod 2000-2014.

8.3. Kapitalmarknadslinjen i samplet

I figur 5 beskrivs datasamplet i form av olika portföljer i en graf som illustrerar deras risk-avkastningssamband. Y-axeln beskriver portföljernas avkastning och X-axeln deras standardavvikelse. Inom obligationssamplet finns det inte lika stora skillnader inom effektivitet som inom olika aktieportföljer. Alla obligationsportföljer indelade antingen enligt stil (värde eller momentum) eller duration verkar vara så gott som lika effektiva. Inom aktier ser vi större skillnader, låg-momentumportföljen är minst effektiv med hög standardavvikelse och låg avkastning. Värdeviktade aktieportföljen, som också brukar beskrivas som marknadsportföljen, är näst sämst av alla portföljer. Mest effektiva aktieportföljer är: hög momentum, hög värde och låg storlek, vilket är i linje med tidigare forskning.

Grafen stöder traditionella konceptet med riskparitet där högre vikt ges till obligationer eftersom värdeviktade aktieportföljen erbjuder en för låg avkastning till dess risk. Utgående från grafen kan vi inte direkt dra slutsatsen att riskparitet vore användbart efter att aktieportföljens konstruktion optimerats med värde, momentum och storlek eftersom vissa stilindelade aktieportföljer erbjuder till och med en högre riskjusterad avkastning än obligationer.

Figur 5 Kapitalmarknadslinjen för aktie- och obligationssamplet

9 OPTIMALA AKTIE- OCH OBLIGATIONSPORTFÖLJER

Avhandlingens resultat kan delas in i två steg, först delas in aktie- och obligationssamplet in i tre optimala portföljer på basis av en viss riskaversionsnivå varefter de kombineras med riskparitet.

9.1. Optimala aktieportföljer

Parametervärden för värde, storlek och momentum estimeras var tredje månad från och med november 2004 till november 2013, med data från och med november 1994. Datasamplet expanderas var tredje månad så att den var tredje månad innehåller all tillgänglig information vid den tidpunkten. Detta estimeringssätt replikerar således en fond eftersom endast tillgänglig information används vid investeringstidpunkten.

Vi ser att investerarens riskaversionspreferenser spelar en stor roll i parameterestimaten, vilket också tyder på att modellen fungerar. Positionerna är större och mer extrema ju mer risktålig investeraren är. Den mest risktåliga investeraren föredrar värdeaktier, momentumaktier och småföretagsaktier. Den mest riskaverta investeraren föredrar igen stora och mer stabila företag och undviker alltför stora positioner i enskilda aktier.

Vi kan tydligt observera en höjning i Sharpe-kvoterna genast då man avviker från värdeviktade portföljen. Eftersom riskaverta investeraren inte vågar avvika från värdeviktade portföljen i lika hög grad som mer risktåliga investerare, är dess Sharpe-kvot också lägst och närmast marknaden. Sharpe-kvoten är högst för mest risktåliga investeraren vilket tyder på att mest risktåliga investeraren vågar ta stora positioner i de aktier som modellen förväntar avkasta väl. Vi kan dock inte direkt jämföra Sharpe-kvoterna mellan varandra eftersom portföljerna har olika grader av hävstång som uppkommer genom blankning. Mest risktåliga investeraren blankar en stor del av aktier för att investera dessa medel enligt modellens rekommendationer. I avsnitt 9.1.2 jämförs strategierna utan inbyggd hävstång.

Portföljavkastningen kan delas in i tre delar eftersom startpunkten i portföljindelningen är en värdeviktad portfölj vars vikter skiftas enligt värde, momentum och storleksvariablerna. Med andra ord kan man anta att marknadsportföljen är utgångspunkten som man därefter justerar med en short-only

hedgefond och en long-only hedgefond⁹. I nedanstående tabell har hedgefondernas effekt på portföljens totala avkastning urskilts. Vi kan tydligt se nyttan av hävstångseffekten med att jämföra avkastningen på hedgefonderna. Eftersom long-only hedgefonden har betydligt högre avkastningen än short-only hedgefondens negativa avkastning, betyder det att desto mer man blankar short-only hedgefonden för att köpa long-only hedgefonden, desto högre portföljavgkastning erhåller man.

Tabell 8 Portföljindelning av aktier, utanför samplet

	Värdeviktat	Riskaversion		
		100	10	5
Θ-Värde	0	1,60	5,09	7,75
Θ-Storlek	0	2,59	- 3,83	- 8,99
Θ-Momentum	0	0,98	3,88	6,57
Avkastning	7,55 %	10,60 %	38,88 %	69,36 %
Kumulativ avkastning	6,13 %	8,78 %	30,69 %	47,40 %
Standardavvikelse	15,04 %	16,43 %	23,25 %	37,56 %
Sharpe	0,50	0,64	1,67	1,85
Beta		0,87	0,91	0,95
t-stat		13,83**	7,62**	4,27**
Alfa		0,00	0,02	0,04
t-stat		1,12	4,20**	3,98**
R ²		65 %	36 %	15 %
F-stat		191,16**	58,03**	18,23**
Skevhet	-0,964	-0,066	1,070	1,070
Kurtosis	2,284	2,309	5,012	7,298
Korta positioner i snitt	0,0 %	-57,5 %	-60,1 %	-176,4 %
Långa positioner i snitt	100 %	157,5 %	160,1 %	276,4 %
Avkastningen från långa hedgefonden		10,49 %	41,02 %	86,19 %
Avkastningen från korta hedgefonden		-6,98 %	-8,53 %	-15,94 %
Största positionen i snitt	3,0 %	5,4 %	11,4 %	17,3 %
Största långa positionen i snitt	3,0 %	5,1 %	11,4 %	17,3 %
Största korta positionen i snitt	0,0 %	-0,1 %	-0,6 %	-4,6 %
Största långa positionen	4,4 %	6,5 %	13,7 %	20,0 %
Största korta positionen	0,0 %	-0,4 %	-2,9 %	-8,5 %
Long/short-kvoten i hedgefonden	0,0 %	69 %	138 %	262 %

⁶ Parametervärdena för värde, storlek och momentum estimeras från och med november 2004 till november 2013. Initiala parametervärden för november 2004 fås genom att använda data från och med november 1994 fram till november 2004. Efter detta estimeras parametervärdena var tredje månad igen med att använda all tillgänglig data fram till den tidpunkten. De estimerade talen används således tre månader för månatlig portföljkonstruktion innan de estimeras igen. I tabellen är avkastning och standardavvikelsen annualiserad från månatlig data, resten är månatlig data. Avkastningarna är excessavkastningar uträknade från tre månaders libor i euro. * = 5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå.

$${}^9 E(R_{p,t+1}) = \sum_{i=1}^N \bar{w}_{i,t} E(R_{i,t+1}) + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N_t} \theta^T \hat{x}_{i,t} \right) r_{i,t+1} = r_{m,t+1} + r_{lång-HF,t+1} + r_{kort-HF,t+1}$$

Genom att regressera portföljavkastningarna mot marknadsavkastningar kan vi inte dra slutsatsen att höga avkastningar är ett resultat av en högre kovarians till marknadsportföljen, alla betavärden är signifikanta på 1 % signifikansnivå men är under ett.

9.1.1. *Optimala aktieportföljer med korta positionen i marknaden*

Största delen av aktierna i samplet har troligtvis ingen derivatmarknad, vilket betyder att det kan vara omöjligt att blanka största delen av aktierna, vilket i sin tur ifrågasätter resultatens användbarhet. I resultaten nedan har marknaden blankats till den vikt man i initiala portföljoptimeringen hade totalt blankat individuella aktier. Resultaten från denna strategi är imponerande och indikerar att modellen klarar bättre av att välja framtida vinnare och inte framtida förlorare. Att blanka marknaden har i medeltal inte varit fördelaktig men den har möjliggjort en inbyggd hävstång för att köpa aktierna som modellen väljer att övervikta.

Tabell 9 Optimala aktieportföljer med korta positionen taget i marknadsportföljen

	Riskaversion		
	100	10	5
Avkastning	13,22 %	39,06 %	70,12 %
Kumulativ Avkastning	10,98 %	30,37 %	47,55 %
Standardavvikelse	17,35 %	24,95 %	38,07 %
Sharpe	0,76	1,57	1,84
Beta	1,03	1,15	1,30
t-stat	21,35**	10,08**	6,20**
Alfa	0,41 %	2,09 %	3,74 %
t-stat	1,95*	4,14**	4,05**
R ²	81 %	49 %	27 %
F-stat	456,0**	101,6**	38,5**
Skevhet	-0,44	-0,13	0,82
Kurtosis	2,77	4,74	7,30
Long/short-kvoten i hedgefonden	69 %	138 %	262 %
Avkastningen från långa hedgefonden	10,49 %	41,02 %	86,19 %
Avkastningen från korta hedgefonden	-4,7 %	-8,4 %	-15,5 %

7 * = 5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå.

I två sista raderna har man delat in den avkastning utöver marknaden som strategin tillför med att blanka marknaden och köpa en fond som väljer att köpa de aktier som modellen föreslår¹⁰.

9.1.2. **Optimala aktieportföljer utan inbyggd hävstång**

Eftersom optimala strategin innehåller en inbyggd hävstång, som uppnås med att blanka aktier, är det inte korrekt att jämföra avkastningen för olika riskaversionsnivåer med varandra. Optimala aktieportföljer utan inbyggd hävstång uppnås med följande restriktioner: Vikten för korta hedgefonden skall alltid vara lika med noll och summan av vikterna för marknaden och lång-only hedgefonden skall vara lika med ett¹¹.

Tabell 10 Optimala aktieportföljer utan blankningsmöjligheter

	Riskaversion		
	100	10	5
Avkastning	10,04 %	29,06 %	31,05 %
Kumulativ Avkastning	8,69 %	23,52 %	25,26 %
Standardavvikelse	13,52 %	21,57 %	20,44 %
Sharpe	0,74	1,35	1,52
Beta	0,82	1,06	1,08
t-stat	24,02**	11,37**	13,76**
Alfa	0,30 %	1,51 %	1,62 %
t-stat	2,01*	3,69**	4,69**
R ²	85 %	55 %	64 %
F-stat	577,1**	129,4**	189,4**
Skevhet	-0,68	0,25	-0,51
Kurtosis	1,98	6,45	3,81
Vikt i marknaden	31,1 %	0,8 %	0,0 %
Vikt i long-only hedgefonden	68,9 %	99,2 %	100,0 %

⁸ $R_{p,t+1} = w_{m,t}R_{m,t+1} + w_{Lång\ hedge\ fond,t}R_{Lång\ hedge\ fond,t+1}$; $w_{m,t} + w_{Lång\ hedge\ fond,t} = 1$. * = 5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå.

Tabell 10 rapporteras resultaten av optimala aktieportföljer med blankningsrestriktioner. Vi kan tydligt se prestationen av long-only hedgefonden. Den risktåliga investeraren allokerar all sitt kapital i long-only hedgefonden och uppnår en avkastning på 31,05 % med en volatilitet på 20,44 %. Den mest riskaverta investeraren väljer att investera 68,9 % av sitt kapital i hedgefonden och resterande delen i värdeviktade marknadsportföljen. Detta resulterar i en årlig excessavkastning på 10,04

¹⁰ $R_{p,t+1} = w_{m,t}R_{m,t+1} + w_{Kort\ hedge\ fond,t}R_{Kort\ hedge\ fond,t+1} + w_{Lång\ hedge\ fond,t}R_{Lång\ hedge\ fond,t+1}$

$w_{m,t} = 1$ och $w_{Kort\ hedge\ fond,t} + w_{Lång\ hedge\ fond,t} = 0$

¹¹ $w_{m,t} + w_{Lång\ hedge\ fond,t} = 1$ och $w_{Kort\ hedge\ fond,t} = 0$

% med en volatilitet på 13,52 %. Vi kan tydligt observera att long-only hedgefonden är mer effektiv än marknadsportföljen eftersom investeraren med riskaversion 5 har den högsta Sharpe-kvoten.

9.2. Optimala obligationsportföljer

För statsobligationer har optimala portföljer bildats utgående från värde- och momentumfaktorer med att maximera investerarens nytta för tre olika riskaversionnivåer, resultaten från portföljoptimeringen finns rapporterad i tabell 11. Den mest riskaverta investeraren ogillar tidigare vinnare och obligationer med hög värdevariabel. Den mest risktåliga investeraren tål en högre standardavvikelse och sätter en högre tyng på de obligationer som mer riskaverta investeraren undviker vilket också syns i realiserade avkastningar.

Med en avkastning på 2,53 % och en standardavvikelse på 2,86 % når investeraren med riskaversion 100 en marginellt högre Sharpe-kvot än jämnviktportföljen. För riskaversionnivåerna 5 och 10 ser vi dock mycket högre Sharpe-kvoter jämfört med jämnviktade obligationsportföljen som har en Sharpe-kvot på 0,82. Portföljen med riskaversion 10 har en Sharpe-kvot på 1,28 och portföljen med riskaversion 5 en Sharpe-kvot på 1,26.

Vi ser också en tydlig skillnad i vilken typ av maturitet olika riskaverta investerare föredrar. Den mest riskaverta ogillar längre maturiteter medan den mest risktåliga investeraren blankar kortare obligationer för att kunna investera till en högre grad i obligationer med längre maturitet. Med andra ord lånar den mest risktåliga investeraren i korta maturitets räntor och investerar dessa i obligationer med längre maturitet.

Tabell 11 Portföljindelning av obligationer 2002-2014

	Jämnvikt	Riskaversion		
		100	10	5
θ-Värde		-0,08	1,33	2,73
θ-Momentum		-1,35	-0,03	1,32
Avkastning	2,71 %	2,53 %	5,94 %	9,73 %
Kumulativ avkastning	4,67 %	2,46 %	5,68 %	9,0 %
Standardavvikelse	3,29 %	2,86 %	4,63 %	7,72 %
Sharpe	0,823	0,883	1,284	1,260
Skevhets	0,00	0,33	1,14	1,74
Kurtosis	2,19	3,18	3,59	6,10
Medelvärdet av korta positioner				
1-3	0 %	-28 %	-45,4 %	-96,3 %
3-5	0 %	-11 %	-17,5 %	-35,4 %
5-7	0 %	-15 %	-19,7 %	-41,2 %
7-10	0 %	-25 %	-27,5 %	-56,1 %
Medelvärdet av långa positioner				
1-3	25 %	34,0 %	46,2 %	98,8 %
3-5	25 %	9,6 %	10,5 %	21,4 %
5-7	25 %	12,0 %	19,3 %	41,3 %
7-10	25 %	23,4 %	34,6 %	75,5 %
Portföljens vikter i snitt				
1-3	25 %	47,1 %	20,8 %	-5,7 %
3-5	25 %	23,5 %	8,2 %	-8,3 %
5-7	25 %	15,4 %	27,8 %	40,2 %
7-10	25 %	14,0 %	43,1 %	73,9 %
Största korta positioner i snitt				
1-3	0 %	-79 %	-234 %	-423 %
3-5	0 %	-91 %	-264 %	-473 %
5-7	0 %	-47 %	-151 %	-300 %
7-10	0 %	-75 %	-165 %	-327 %
Största långa positioner i snitt				
1-3	25 %	83 %	364 %	723 %
3-5	25 %	51 %	66 %	145 %
5-7	25 %	38 %	99 %	188 %
7-10	25 %	90 %	268 %	478 %

⁹ Parametervärdena för värde och momentum estimeras från och med januari 2000 till mars 2014. Initiala parametervärdena för januari 2000 fås genom att använda data från och med december 1998 fram till januari 2000. Efter detta estimeras parametervärdena månatligen med det data tillgänglig till den tidpunkten. Parametervärdena estimeras med att maximera investerarens nytta fram till den tidpunkten. I tabellen är avkastning och standardavvikelsen annualiserad från månatlig data, resten är månatlig data. Parametervärdena är estimerade från standardiserade variabler.

9.2.1. **Optimala obligationsportföljer utan inbyggd hävstång**

I likhet med aktieportföljen utfördes också portföljoptimeringen för obligationer med blankningsrestriktioner. Här ser vi tydligt vilka maturitets obligationer olika riskaverta investerare föredrar. Den mest riskaverta investeraren håller sig ifrån längre obligationer och väljer att investera nästan hälften av sitt kapital i obligationer med maturiteten ett till tre år. Den mer risktåliga investeraren når en högre avkastning med att ge en högre vikt till längre obligationer.

Tabell 12 Optimala obligationsportföljer utan inbyggd hävstång

	Jämnvikt	Risk aversion		
		100	10	5
Avkastning	2,71 %	2,48 %	3,38 %	3,63 %
Kumulativ avkastning	4,67 %	2,41 %	3,26 %	3,51 %
Standardavvikelse	3,29 %	2,81 %	3,57 %	3,52 %
Sharpe	0,82	0,88	0,95	1,03
Skevhet	0,00	0,10	0,11	0,42
Kurtosis	2,19	1,68	0,55	0,96
Portföljens vikter				
1-3	25 %	47 %	33 %	31 %
3-5	25 %	15 %	12 %	9 %
5-7	25 %	14 %	22 %	23 %
7-10	25 %	24 %	33 %	36 %

10 RISKPARITET

Optimala aktieportföljerna kombineras med optimala obligationsportföljerna med riskparitet. Det görs totalt fem stycken riskparitetportföljer: En traditionell riskparitetportfölj med en värdeviktad aktieportfölj och en jämnviktad obligationsportfölj, en där alla sex optimerade portföljer kombineras till en och samma portfölj och en för varje riskaversionsnivå. Riskparitetportföljindelningen görs med månatlig ombalansering enligt modellen i kapitel 7.2.

Portföljen med alla sex portföljer kombinerat har en årlig excessavkastning på 7,33 % och en standardavvikelse på 4,31 % vilket betyder en Sharpe-kvot på 1,70. Den mest riskaverta investeraren hade uppnått den minst effektiva portfölj med en årlig excessavkastning på 2,83 % med en standardavvikelse på 3,30 %. Portföljen med riskaversion 10 hade varit den mest effektiva portföljen med en årlig excessavkastning på 9,50 % med en standardavvikelse på 5,30 % vilket betyder en Sharpe-kvot på 1,79. Portföljen med riskaversion 5 hade en Sharpe-kvot på 1,69 med den högsta avkastning på 14,86 % och en standardavvikelse på 8,80 %.

Jämfört med optimerade riskparitetportföljer har en traditionella riskparitetportfölj klarat sig sämst med en årlig excessavkastning på 2,72 % och en standardavvikelse på 3,52 %, vilket resulterar i en Sharpe-kvot på 0,77. Vi kan således dra slutsatsen att effektivare riskparitetportföljer kan uppnås med att först optimera tillgångspecifika portföljer innan riskparitetportföljindelning.

Vi kan inte dra slutsatsen att enfaktor- eller fyrafaktormodellen lyckas förklara portföljavkastningar vilket inte är förvånande eftersom faktorerna är utvecklade för att beskriva aktieserier, i riskparitetportföljerna är aktiernas vikt endast ca 20 %. Nästan alla parametervärden är låga och få signifikanta på 5 % signifikansnivå. Intressant nog är alfa signifikant på 5 % signifikansnivå i alla portföljer i enfaktor- och fyrafaktormodellen.

Tabell 13 Optimala aktie- och obligationsportföljen kombinerat genom riskparitet

			Risk aversion			
	Jämnvikt	Alla portföljer	100	10	5	
Avkastning	2,72 %	7,33 %	2,83 %	9,50 %	14,86 %	
Kumulativ avkastning	2,63 %	7,00 %	2,74 %	8,97 %	13,57 %	
Standardavvikelse	3,52 %	4,31 %	3,30 %	5,30 %	8,80 %	
Sharpe	0,77	1,70	0,86	1,79	1,69	
Obligationer i snitt:	80,4 %	82,7 %				
Risk aversion	100	40,2 %	84,1 %			
	10	26,0 %		81,5 %		
	5	16,5 %			81,3 %	
Aktier i snitt:	19,6 %	17,3 %				
Risk aversion	100	7,3 %	15,9 %			
	10	6,0 %		18,5 %		
	5	4,0 %			18,7 %	
Enfaktormodellen	Alfa	0,18 %	0,56 %	0,20 %	0,73 %	1,14 %
	t-stat	2,03*	4,50**	2,22*	4,68**	4,29**
	Beta	0,13	0,08	0,09	0,09	0,06
	t-stat	6,76**	3,03**	4,78**	2,53**	1,12
	R ²	0,34	0,09	0,20	0,07	0,01
	F-stat	45,70**	9,16**	22,86**	6,38*	1,25
Fyrafaktormodellen	Alfa	0,20 %	0,51 %	0,20 %	0,67 %	1,01 %
	t-stat	2,29*	4,07**	2,21*	4,30**	3,97**
	Mkt-RF	0,11	0,10	0,10	0,10	0,09
	t-stat	5,36**	3,16**	4,77**	2,68**	1,51
	SMB	-0,04	0,06	-0,13	0,16	0,40
	t-stat	-0,88	0,97	-2,99**	2,04*	3,14**
	HML	0,03	0,03	-0,02	0,06	0,13
	t-stat	0,71	0,54	-0,37	0,77	1,01
	WML	-0,02	0,06	0,00	0,09	0,18
	t-stat	-1,02	1,80*	0,00	2,05*	2,66**
F-stat	12,47**	3,33*	8,36**	3,60**	4,27**	

10 * = 5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå. Sampelperiod 2006-2013.

10.1. Modelldiagnostik

Nedan presenteras modelldiagnostik för riskparitetportföljen där alla portföljer kombinerats. För att analysera portföljen bättre har aktiekomponenten och obligationskomponenten åtskilt från varandra. Optimala aktieportföljen ger högre vikt till värde- och momentumaktier medan en lägre vikt till stora företag. I obligationer ges en högre vikt till värdeobligationer medan momentumobligationer får i snitt en aning lägre vikt.

Eftersom obligationernas standardavvikelse är 4 % och aktiernas 21,7 % får obligationerna i snitt en vikt på 83 % i riskparitetportföljen. Standardavvikelsen för riskparitetportföljen är endast 4,31 % eftersom korrelationen mellan portföljerna är -21,29 %. Negativa korrelationen leder också till en betydligt högre Sharpe-kvot än tillgångspecifika portföljerna, riskparitetportföljens Sharpe-kvot är 1,70.

Tabell 14 Riskparitetportföljens detaljer

	Aktier	Obligationer
Vikt	17 %	83 %
Värde	4,17	1,22
Storlek	-2,04	
Momentum	3,17	-0,19
Avkastning	25,48 %	3,63 %
Kumulativ avkastning	22,67 %	3,49 %
Standardavvikelse	21,7 %	4,0 %
Sharpe	1,175	0,915
Korrelation	-21,29 %	
Beta	0,85	-0,07
t-stat	7,44**	-2,72**
Alfa	1,54 %	0,32 %
t-stat	2,95**	2,79**

11 *=5 % signifikansnivå, ** = 1 % signifikansnivå.

Riskparitetportföljen kräver en hel del månatliga ombalanseringar, vilket skadar modellens praktiska användbarhet. Summan av månatliga förändringarna av aktiepositioner är 82,05 % och i obligationer är 74,06 %, vilket innebär att månatliga ombalanseringar är omfattande. Om vi antar att transaktionskostnaders inverkan på aktiens avkastning är 0,50 % per transaktion, vilket är en hög siffra, sjunker årsavkastningen för aktieportföljen i snitt med 5,11 procentenheter. I statsobligationer brukar skillnaden i köp- och säljkursen räknas ut från avkastningen till förfall. Om vi antar att avkastningsskillnaden till förfall i köp- och säljkursen är 0,15 % (vilket är en mycket hög siffra för statsobligationer) skulle det ha en negativ årlig inverkan på ungefär 0,48 procentenheter för obligationsportföljens avkastning. Med dessa tal beaktade sjunker riskparitetsportföljens Sharpe-kvot till 1,40.

11 KONKLUSION OCH RESULTATDISKUSSION

Optimala aktie- och obligationsportföljer har konstruerats utgående från värde, momentum och storlek (storlek endast för aktier) för tre olika riskaversionsnivåer. Portföljerna har bildats med en portföljoptimeringsmodell, först presenterad av Brandt, Santa-Clara och Valkanov (2009), som bestämmer tillgångars vikter i en portfölj utgående från en viss riskaversionsnivå enligt förutbestämda tillgångsspecifika egenskaper.

Redan i deskriptiva statistiken kunde vi dra slutsatsen att en värdviktad aktieportfölj är ineffektiv. Vi kunde också dra slutsatsen att aktieportföljer med högt bokvärde till marknadsvärde, hög momentum och lågt marknadsvärde var betydligt mer effektiva än marknadsportföljen. Inom obligationer kunde vi dra slutsatsen att en jämnviktad obligationsportfölj är effektivare än marknadsportföljen och att kapitalmarknadslinjen är för flat. I obligationer såg vi inte lika stora skillnader som i aktier förutom att obligationer med längre maturitet haft den högsta realiserade avkastningen och att obligationer med maturiteten tre till fem år haft den högsta Sharpe-kvoten. Skillnaderna mellan värde- och momentumportföljerna i obligationssamplet var också små, här hade låg värde och låg momentum högsta Sharpe-värden.

11.1. Aktiesamplet

Resultaten från portföljoptimeringen är speciellt lockande för aktiesamplet vilket dels var redan väntat utgående från portföljindelningen i deskriptiva statistiken. I optimerade aktieportföljen ser vi en tydlig skillnad i optimala portföljens konstruktion för investerare med olika riskaversion. Risktåliga investerare föredrar små företag som uppvisat hög momentum och företag med högt bokvärde till marknadsvärde. Risktåliga investeraren föredrar också hög inbyggd hävstång vilket uppnås genom att blanka en stor del av portföljens aktier. Riskaverta investerare föredrar större företag, företag med högt bokvärde till marknadsvärde och undviker alltför stora positioner.

Utgående från initiala portföljoptimeringen utgör metodens praktiska genomförbarhet den främsta kritiken mot den. Att blanka en så stor mängd aktier skilt för sig är för det första dyrt och i många fall omöjligt eftersom få aktier har en likvid derivatmarknad. Eftersom initiala portföljoptimeringen visade att modellen klarar speciellt bra att välja aktier som man skall investera i och inte aktier som man skall blanka utfördes två ytterligare portföljoptimeringar. Först ersattes den vikt som aktier blankas med en kort

position i marknadsportföljen. Strategin med att blanka marknaden och den vägen erhålla hävstång, verkar vara minst lika effektivt som resultaten från initiala portföljoptimeringen. Andra strategin var helt enkelt att avstå från hävstången och finansiera investeringen i long-only hedgefonden med att minska på investeringen i marknadsportföljen. I de fall som investeringen i long-only hedgefonden kräver mer än 100 % av tillgängliga kapitalet så investerar man 0 % i marknadsportföljen och endast till 100 % till hedgefonden. Resultaten från denna strategi är också imponerande: med en Sharpe-kvot för den mest riskaverta investeraren en tredjedel högre än marknaden och Sharpe-kvoterna för mer risktåliga investerare två till tre gånger högre än marknaden.

11.2. Obligationssamplet

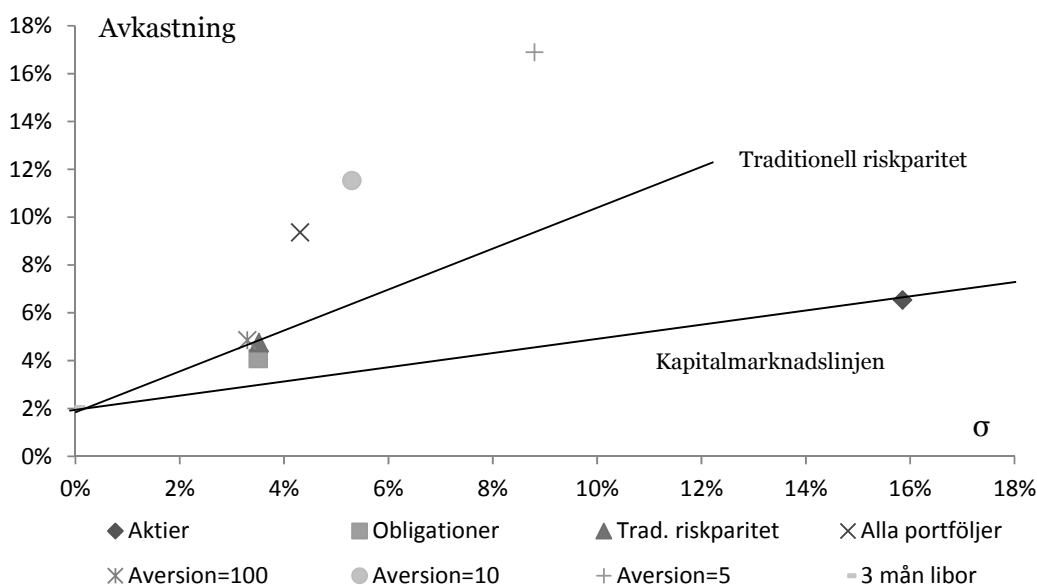
I portföljoptimeringen av obligationssamplet såg vi, förutom för riskaversion 100, också betydliga höjningar i Sharpe-kvoterna jämfört till en jämnviktad obligationsportfölj. Lika som i aktiesamplet granskades resultaten också för blankningsrestriktioner.

Modellen gjorde också bra av sig i konstruerandet av obligationsportföljer till investeraren med olika grader av riskaversion. Mer risktåliga investerare föredrar obligationer med längre duration och finansierar sina positioner med att låna i kortare räntor. Den mest riskaverta investeraren föredrar igen mindre extrema positioner och föredrar kortare obligationer med lägre ränterisk.

11.3. Riskparitet

Optimala aktie- och obligationsportföljer kombinerades med riskparitet. Totalt konstruerades fem stycken riskparitetportföljer vars risk-avkastningssamband finns illustrerad i figur 6.

Figur 6 Riskparitetportföljer



Av portföljerna är traditionella riskparitetportföljen den minst effektiva portföljen och riskparitetportföljen för investeraren med riskaversion 100 endast en aning mer effektiv. För övrigt kan vi tydligt observera nyttan av att först optimera konstruktionen av tillgångsspecifika portföljerna och sen först kombinera dessa med riskparitet. Sharpe-kvoten för traditionella riskparitetportföljen är 0,77 och för riskparitetportföljen där alla optimerade portföljer kombineras 1,70.

11.4. Resultatens validitet

Resultaten och portföljoptimeringen är inte ett resultat av datautvinning eftersom variablerna valdes före databehandlingen med stöd av tidigare forskning, variabelkonstruktionen urfördes enligt vedertagna metoder och variabelselektionen påverkades inte av datasamplers karaktärstiktor. Själva portföljoptimeringen gjordes inte inom samplet utan med endast den information som en fondförvaltare hade haft vid investeringstidpunkten.

Optimala portföljerna granskades också för blankningsrestriktioner och skuldsättningsrestriktioner. Även då dessa restriktioner beaktas var strategin betydligt effektivare än en värdeviktad strategi. Riskparitetportföljen granskades också för transaktionskostnader vilket ledde till en minskning av Sharpe-kvoten från 1,70 till 1,40. Även efter denna granskning var strategin lukrativ eftersom Sharpe-kvoten för en värdeviktad aktieportfölj är 0,50 och 0,823 för en jämnviktad obligationsportfölj.

11.5. Implikationer till portföljförvaltning

Avhandlingen har tillfört viktiga insikter till portföljförvaltning – åtminstone på den europeiska marknaden. Strategins praktiska användbarhet har ifrågasatts, testats och det har också visats att strategin kan utföras även av fondförvaltare med blanknings och skuldsättningsrestriktioner. Parameterestimaten är rätt konstanta över tiden vilket betyder att ombalansering inte behöver utföras lika ofta som i denna studie, vilket ytterligare stärker strategins användbarhet inom portföljförvaltning.

Resultaten är speciellt viktiga för så kallade "smart-beta" fonder eller index som följer förutbestämda investeringsregler. Avhandlings modell kunde således vidareutvecklas till en beslutsregel i en smart-beta fond. Fonden behöver inte nödvändigtvis vara dyr att implementera eftersom man sparar de kostnader associerade med traditionella aktiva fonder för att täcka kostnader associerade med ombalanseringen.

11.6. Förslag till fortsatt forskning

Inom riskparitet kunde mer avancerade riskmått användas för att kombinera portföljer eftersom tidsserierna av olika tillgångar har väldigt olika spridningskaraktär. Exempelvis är obligationer vanligtvis positivt skeva medan aktier är negativt skeva, man kan således ifrågasätta hur robust det är att kombinera aktieportföljer med obligationsportföljer med endast standardavvikelse som riskmått. Dessutom beaktar riskparitet inte kovariansen mellan tillgångsklasserna.

Under senaste årtiondet har finansiell forskning börjat allt mer fokusera sig på beteendemässiga ämnen, på konceptet med risk och på marknadsfriktioner. Fortsatt forskning inom avhandlingens ämne behövs just inom dessa områden. I fortsatta studier kunde man i portföljoptimeringsprocessen beakta fler marknadsrestriktioner. Fortsatt forskning kunde också studera effektivitetsförlusten av färre ombalanseringar mot effektivitetsvinsten från lägre transaktionskostnader.

12 SAMMANFATTNING

I avhandlingens första del diskuterades grundläggande portföljteori först presenterad av Markowitz (1952), Sharpe (1964) och Lintner (1965) som fungerar som stommen till studien. Efter detta presenterades riskparitet som grundar sig på att kapitalmarknadslinjen i CAPM är för flat på grund av marknadsfriktioner och beteendemässiga faktorer. Sedan presenterades faktorer, förutom marknadsfaktorn, som lejon delen av tidigare forskningen är överens om att förklarar förväntade avkastningar, det vill säga: värde, momentum och storlek. I tidigare forskningen presenterades fyra artiklar som tangerar teorin presenterad innan. Två av artiklarna behandlade konceptet med riskparitet och varför kapitalmarknadslinjen i CAPM är för flat, tredje artikel gav en deskriptiv inblick över ett flertal tillgångar till värde och storlekseffekten och den fjärde behandlade modellen som också använts i denna studie.

Empiriska delen av avhandlingen bestod först av en presentation av metoden varefter deskriptiv statistik av datasampelt presenterades och variabelkonstruktionen utfördes. Resultaten indelades i två delar där första utgjordes av portföljoptimeringen och andra av resultaten av riskparitet med optimerade portföljer.

Avhandlingen har svarat på avhandlingens syfte med att visa att en användbar allokeringsmodell kan konstrueras utgående från värde, momentum och storlek på den europeiska marknaden för aktier och obligationer. Det har också visats att riskparitet är inte endast användbart på värdeviktade aktieportföljer och jämnviktade obligationsportföljer, utan också för redan optimerade aktie- och obligationsportföljer.

Avhandlingen har bidragit med viktiga insikter till värde-, momentum- och storlekseffekten på den europeiska marknaden för aktier och obligationer. Studien har visat att marknadsportföljen, som beskrivs av en värdeviktad aktieportfölj, är ineffektiv med att visa att effektivare portföljer kan konstrueras när andra faktorer som beskriver förväntade avkastningar tas i beaktan. Således stöder avhandlingens resultat tidigare forskning som visat att värde, momentum och storlek kan användas till att estimerar förväntade avkastningar utöver marknadsavkastningen. Avhandlingens andra viktiga kontribution är till professionella portföljförvaltare och investerare. Studien har presenterat och testat en modell som konsistent klarar av att fånga storleks-, momentum- och värdepremiet i aktier och obligationer.

KÄLLFÖRTECKNING

- Ang, A., Chen, J., & Xing, Y. (2001). Downside Risk and the Momentum Effect. *NBER Working Paper Series*.
- Asness, C. S. (1997). The Interaction of Value and Momentum strategies. *Financial Analyst Journal*.
- Asness, C. S., Frazzini, A., & Pedersen, L. H. (2012). Leverage Aversion and Risk Parity. *Financial Analyst Journal*.
- Asness, C. S., Moskowitz, T. J., & Pedersen, L. H. (Juni 2013). Value and Momentum Everywhere. *The Journal of Finance*, *LXVII*(3), 929-985.
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*.
- Basu, S. (1983). The Relationship Between Earnings Yield, Market Value and Return for NYSE Common Stocks. *Journal of Financial Economics*.
- Brandt, M. W., Santa-Clara, P., & Valkanov, R. (2009). Parametric Portfolio Policies: Exploiting Characteristics in the Cross-Section of Equity Returns. *The Review of Financial Studies*, *22*(9), 3411-3447.
- Carhart, M. M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*.
- De Bondt, W. F., & Thaler, R. (Juli 1985). Does the Stock Market Overreact? *The Journal of Finance*, *XI*(3), 793-805.
- Fama, E. F. (Maj 1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, *25*(2), 383-417.
- Fama, E. F., & French, K. R. (Juni 1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, *XLVII*(2), 427-465.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, *33*, 3-56.
- Fama, E. F., & French, K. R. (Mars 1996). Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *The Journal of Finance*, *51*(1), 55-84.
- Fama, E. F., & French, K. R. (December 1998). Value versus Growth: The International Evidence. *The Journal of Finance*, *53*(6), 1975-1999.
- Fama, E. F., & French, K. R. (Oktober 2006). The Value Premium and the CAPM. *The Journal of Finance*, *61*(5), 2163-2185.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2012). Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics*, *105*, 457-472.
- Frazzini, A., & Pedersen, L. H. (2014). Betting against beta. *Journal of Financial Economics*.
- French, K. (2013). *Kenneth French Data Library*. Hämtat från http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html
- Ilmanen, A. (2011). *Expected Returns: Investors Guide to Harvesting Market Rewards*. John Wiley and Sons Ltd.
- Inker, B. (2011). The Dangers of Risk Parity. *Journal of Investing*.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *The Journal of Finance*, *48*(1), 65-91.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (2001). Profitability of Momentum Strategies: An Evaluation of Alternative Explanations. *The Journal of Finance*, *LVI*(2), 699-720.
- Jensen, M. C., Black, F., & Scholes, M. S. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the theory of capital markets*.
- La Porta, R. (December 1996). Expectations and the Cross-Section of Stock Returns. *The Journal of Finance*, *51*(5), 1715-1742.
- La Porta, R., Lakonishok, J., Shleifer, A., & Vishny, R. W. (Juni 1997). Good News for Value Stocks: Further Evidence on Market Efficiency. *The Journal of Finance*, *52*(2).

- Lakonishok, J., Shleifer, A., & Vishny, R. W. (December 1994). Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk. *The Journal of Finance*, 49(5), 1541-1578.
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 13-37.
- Malkiel, B. G. (2003). The Efficient Market Hypothesis and Its Critics. *Journal of Economic Perspectives*, 17(1), 59-82.
- Markowitz, H. (March 1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Qian, E. (2011). Risk Parity and Diversification. *The Journal of Investing*.
- Rosenberg, B., Reid, K., & Lanstein, R. (1985). Persuasive evidence of market inefficiency. *The Journal of Portfolio Management*.
- Sagi, J. S., & Seasholes, M. S. (2007). Firm-specific attributes and the cross-section of momentum. *Journal of Financial Economics*.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 425-442.
- Weigel, E. J. (1991). The Performance of Tactical Asset Allocation. *Financial Analyst Journal*.

APPENDIX 1 KONSTRUKTION AV OPTIMALA TILLGÅNGSSPECIFIKA PORTFÖLJER

Till nästa gås igenom steg för steg hur datasamplet bearbetades och hur metoden i praktiken utfördes för aktiesamplet. Samma analogi följdes också i konstruktionen av obligationsportföljerna med den skillnaden att istället för marknadsvikt som utgångspunkt, användes jämnvikt som utgångspunkt.

Steg 1: Standardisering av variablerna

Varje månad standardiserades värde, momentum och storleksvariabler så att tvärsnittssamplet hade medelvärdet noll och standardavvikelsen ett. Orsaken till detta var att göra variablerna jämförbara till varandra.

Steg 2: Uppsättning av estimeringsmatrisen

För varje månad tilldelades varje tillgång en startvikt enligt följande formel:

$$w_{i,t} = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} (\theta_{värde} x_{värde,t} + \theta_{storlek} x_{storlek,t} + \theta_{momentum} x_{momentum,t}).$$

- $\bar{w}_{i,t}$ tillgångens marknadsvikt
- $x_{i,t}$ är standardiserade variabeln (värde, momentum och storlek)
- N_t antalet tillgångar den månaden
- θ för värde, momentum eller storlek, parametern i estimeringen gavs ett startvärde ett

Efter detta räknades ut portföljavgkastningen för varje månad utgående från startvikterna:

$$r_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N (\bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} (\theta_{värde} x_{värde,t} + \theta_{storlek} x_{storlek,t} + \theta_{momentum} x_{momentum,t})) r_{i,t+1}$$

Innan själva optimeringen räknades varje månads nytta enligt:

$$u_{t+1}(r_{p,t+1}) = \frac{(1+r_{p,t+1})^{1-\gamma}}{1-\gamma}; \text{ där } \gamma = 5, 10 \text{ eller } 100.$$

Steg 3: Optimering av parametrarna θ för värde, momentum eller storlek utgående från parametervärdet ett

Optimeringen av parametervärden för månad t skedde med att maximera tidsseriemedelvärdet av nyttofunktionerna fram till $t-1$ för en viss riskaversion ($\gamma = 5, 10$ eller 100) på avseende på θ . Maximeringsproblemet utfördes med Solver paketet i Microsoft Excel och utfördes var tredje månad.

$$\max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u \left(\frac{(1 + \sum_{i=1}^N w_{i,t} r_{i,t})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)$$

Eller mer specifikt:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} u \left(\frac{(1 + \sum_{i=1}^N (\bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} (\theta_{v\ddot{a}rde} x_{v\ddot{a}rde,t} + \theta_{storlek} x_{storlek,t} + \theta_{momentum} x_{momentum,t})) r_{i,t})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right)$$

Steg 4: Portföljkonstruktion för varje månad

Ur steg 3 erhöles en tidsserie av estimerade parametrar för var tredje månad. Optimala portföljer konstruerades varje månad med att använda den senast estimerade parametervärden. Varje tillgångs vikt i portföljen erhöles med formeln:

$$w_{i,t} = \bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} (\theta_{v\ddot{a}rde} x_{v\ddot{a}rde,t} + \theta_{storlek} x_{storlek,t} + \theta_{momentum} x_{momentum,t}).$$

Optimala portföljens avkastning för varje månad kunde nu räknas ut med formeln:

$$r_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N (\bar{w}_{i,t} + \frac{1}{N_t} (\theta_{v\ddot{a}rde} x_{v\ddot{a}rde,t} + \theta_{storlek} x_{storlek,t} + \theta_{momentum} x_{momentum,t})) r_{i,t+1}$$