



Maisterintutkielma
Matematiikan ja tilastotieteen maisteriohjelma

Riskihenkivakuutuksen korvausmenon mallintamisesta ja riskinsiirrosta

Kaisla Vuorenmaa

Kevät 2024

Ohjaajat: Jaakko Lehtomaa ja Mikko Kuusela

HELSINGIN YLIOPISTO
MATEMAATTIS-LUONNONTIETEELLINEN TIEDEKUNTA

Tiedekunta — Fakultet — Faculty	Koulutusohjelma — Utbildningsprogram — Degree programme	
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta	Matematiikan ja tilastotieteen maisteriohjelma	
Tekijä — Författare — Author		
Kaisla Vuorenmaa		
Työn nimi — Arbetets titel — Title		
Riskihenkivakuutuksen korvausmenon mallintamisesta ja riskinsiirrosta		
Työn laji — Arbetets art — Level	Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidantal — Number of pages
Maisterintutkielma	Toukokuu 2024	41
Tiivistelmä — Referat — Abstract		
<p>Tämän maisterintutkielman ensisijaisena tarkoituksena on esitellä menetelmä riskihenkivakuutuksen yhden vuoden kokonaiskorvausmenon mallintamiseen ja viidentoista eri jälleenvakuutusratkaisun vertailuun VaR-riskimittarin avulla. Riskihenkivakuutuksella eli kuolemanvaravakuutuksella tarkoitetaan sellaista vakuutusta, jossa vakuutusyhtiö maksaa sovitun korvaussumman edunsaajalle, jos vakuutettu sattuu kuolemaan vakuutuskauden aikana. Tällöin vakuutettu riski on henkilön kuolema.</p> <p>Koska tutkielman koodi on liitteissä, esitetyjä menetelmiä on mahdollista soveltaa myös muille henkivakuutusaineistoille ja jälleenvakuutusratkaisuille. Tutkielmassa esitellään lisäksi menetelmät riskihenkivakuutusaineiston simuloimiseksi ja jälleenvakuutussopimusten hintojen arvioimiseksi, mutta ne eivät ole tutkielman keskeisimpiä osuuksia ja on toteutettu siitä syystä karkeilla tilastollisilla malleilla.</p> <p>Simulaatiotutkimuksen aineisto simuloitiin erään espanjalaisen vakuutusyhtiön anonymisoidun riskihenkivakuutusaineiston pohjalta, josta arvottiin vakuutetuille ikä, sukupuoli ja korvaussumma. Pseudoaineistosta simuloitiin Monte Carlo -menetelmällä yhden vuoden aikana tapahtuvat kuolemat 8000 kertaa. Vuosittaisista kuolemista eriteltiin ensi- ja jälleenvakuuttajan kokonaiskorvausmenon osuudet, joista määritettiin kvantiilit (VaR-luottamustasot 90 %, 95 %, 99 % ja 99,5 %) valituille jälleenvakuutusratkaisuille. VaR arvoihin lisättiin jälleenvakuutussopimusten hinta-arviot ja niitä vertailtiin toisiinsa kuvaajien avulla.</p> <p>Tutkielman ensisijainen tulos on riskihenkivakuutuksen mallintamisen ja jälleenvakuutussopimusten vertailun mahdollistavan mallin esittäminen. Lisäksi simulaatiotutkimuksessa lasketut VaR arvot voivat antaa suuntaa-antavan tuloksen siitä, miten eri jälleenvakuutussopimukset vertaantuvat keskenään, mutta ei vastaa suoraan kysymykseen, mikä on ensivakuuttajalle edullisin jälleenvakuutus.</p>		
Avainsanat — Nyckelord — Keywords		
Matematiikka, Matematiikka ja soveltava matematiikka, Henkivakuutus, Jälleenvakuutus		
Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited		
Helsingin yliopiston avoin julkaisuarkisto Helda		
Muita tietoja — Övriga uppgifter — Additional information		
Liitteitä ei ole laskettu mukaan sivumäärään. Liitteitä 29 sivua.		

Sisällys

1	Johdanto	2
2	Henkivakuutusmatematiikan teoriaa	4
2.1	Jäljellä oleva elinaika ja kuolevuus	4
2.2	Kuolevuusmalli	6
2.3	Riskinsiirtoratkaisuja	8
2.3.1	Excess of loss (XL)	9
2.3.2	Quota share (QS)	10
2.3.3	Quota share (QS) omapidätyksellä	11
2.3.4	Stop loss (SL)	12
2.4	VaR	13
2.5	Monte Carlo -simulointimenetelmästä	15
2.6	Hyödyllisiä jakaumia	17
2.6.1	Normaalijakauma	17
2.6.2	Log-normaalijakauma	17
3	Simulaatiotutkimus	19
3.1	Aineiston kuvaus	19
3.1.1	Jakaumien sovittaminen	19
3.1.2	Aineiston simulointi sovitetuilla jakaumilla	22
3.2	Tutkimuksen kuvaus	26
3.3	Tulokset ja johtopäätökset	29
3.3.1	Tulokset	30
3.3.2	Johtopäätökset	33
4	Yhteenveto	37
4.1	Tutkimuskysymys	37
4.2	Aineiston simuloiminen	37
4.3	Simulaatiotutkimus	38
4.4	VaR arvot eri jälleenvakuutuksilla	39

Lähteet	40
Liite A Simulaatiotutkimuksessa käytetty R koodi	42

1. Johdanto

Tämän maisterintutkielman ensisijaisena tarkoituksena on esitellä menetelmä riskihenkivakuutuksen yhden vuoden kokonaiskorvausmenon mallintamiseen ja viidentoista eri jälleenvakuutusratkaisun vertailuun. Riskihenkivakuutuksella eli kuolemanvaravakuutuksella tarkoitetaan sellaista vakuutusta, jossa vakuutusyhtiö maksaa sovitun korvaussumman edunsaajalle, jos vakuutettu sattuu kuolemaan vakuutuskauden aikana. Tällöin vakuutettu riski on henkilön kuolema.

Koska tutkielman koodi on liitteissä, esiteltyjä menetelmiä on mahdollista soveltaa myös muille henkivakuutusportfolioille ja jälleenvakuutusratkaisuille. Tutkielmassa esitellään lisäksi menetelmä riskihenkivakuutusportfolion simuloimiseksi, mutta se ei ole tutkielman keskeisin osuus ja on toteutettu siitä syystä karkeilla tilastollisilla malleilla.

Tutkimus vastaa tarpeeseen kehittää tarkempia menetelmiä ensivakuuttajan korvausmenon ennustamiseen ja jälleenvakuutusratkaisujen vertailuun. Esiteltyjen menetelmien pohjalta, ensivakuuttaja voi saada paremman käsityksen henkivakuutusportfolion vuotuisista menoista kokonaiskorvausmenon ja jälleenvakuutuksen hinnan osalta. Kokonaiskorvausmenon arvioiminen eri jälleenvakuutuksilla mahdollistaa ensivakuuttajalle kustannusten optimoinnin, jota ei olisi mahdollista toteuttaa ilman vertailumallia.

Riskihenkivakuutuksia tarjoavalle henkivakuutusyhtiölle yhden vuoden kokonaiskorvausmenon määrän ennustaminen on keskeistä, kun tehdään arviota yhtiön toiminnan kannattavuudesta. Riskihenkivakuutuksessa kokonaiskorvausmenoa voidaan arvioida suoraan vakuutettujen kuolemien pohjalta, kun tiedetään vakuutettujen edunsaajille maksettavat korvaussummat. Kuolemia voidaan arvioida kuolevuusmalleilla, jotka palauttavat kuolintodennäköisyyden syötetyistä lähtöarvoista.

Henkivakuutusyhtiöt suojaavat itseään kantokyvyn ylittäviltä riskeiltä jälleenvakuutuksen avulla. Vakuutusyhtiö haluaa usein löytää portfoliolleen edullisimman jälleenvakuutusratkaisun, jossa kokonaiskorvausmenon suuruus ja jälleenvakuutussopimuksen hinta yhteensä on mahdollisimman pieni halutun riskitason suhteen. Tähän tarpeeseen tutkielma pyrkii vastaamaan esittelemällä mallin jälleenvakuutussopimusten vertailuun. Ensivakuuttajan vuotuisia kuluja korvausmenojen ja jälleenvakuutuksen hinnan muodossa vertaillaan Value at Risk riskimittarin avulla.

Jälleenvakuutusten valinnassa on todellisuudessa mukana myös muita perusteita,

joihin tässä tutkielmassa ei oteta tarkemmin kantaa. Vakuutusyhtiö voi esimerkiksi haluta laskea pääomavaatimuksia, saada jälleenvakuuttajalta hyödyllistä tietoa vahingoilta suojautumisesta, jatkaa sopimusta vanhan yhteistyökumppanin kanssa tai vertailla jälleenvakuuttajien konkurssiriskiä. Aina toivottua sopimustyyppiä ei myöskään ole markkinoilla saatavilla.

Täysin vastaavaa tutkimusta vakuutusmatematiikan tutkimuskentällä ei ole tietääksemme aikaisemmin tehty. Jälleenvakuutusmarkkinoilla henkivakuutusten osuus on vain noin 20 % ([3]), joten suuri osa jälleenvakuutustutkimuksista keskittyy vastuuvakuutuksiin.

Luvussa 2 esitellään henkivakuutusmatematiikan teoriaa yleisesti. Henkivakuutusmatematiikan teoriasta käydään läpi tietyn ikäisen henkilön jäljellä olevan elinajan laskeminen ja kuolevuus sekä Suomen pankin K2012 kuolevuustutkimuksessa esitelty kuolevuusmalli vuodelta 2004 [12]. Luvussa esitellään myös tutkimuksessa käytetyt jälleenvakuutustyyppit, VaR-riskimittari, Monte Carlo simulointimenetelmä ja mallintamisessa käytetyt jakaumat.

Luvussa 3 esitellään simulaatiotutkimus vaihe vaiheelta: analysoidaan pohjaaineistoa [6] ja siitä simuloitua tutkimusaineistoa, kuvataan tutkimuksen yksityiskohdat ja käydään läpi tulokset sekä päätelmät. Tutkielman loppuun on lisätty tutkielmassa käytetty R koodi liitteenä.

Tutkielmassa esitetyn riskihenkivakuutusmallin pohjalta, on mahdollista simuloida jokseenkin uskottava riskihenkivakuutusportfolio ja mallintaa yhden vuoden kokonaiskorvausmenoa henkivakuutusaineistolle. Kokonaiskorvausmenon arvioimiseen on esitetty menetelmät, kun ensivakuuttajalla ei ole jälleenvakuutusta ja viidelletoista eri jälleenvakuutukselle. Menetelmien käyttämisessä on otettava huomioon erityisesti aineiston simuloinnissa käytetyn karkean mallin mahdollinen virhe ja henkilöriski, joka syntyy siitä, että tutkielma ja siinä esitetyt menetelmät ovan yhden henkilön, pääasiallisesti yksin, toteuttamia. Tarkempi kuvaus tutkielman menetelmistä ja niiden käytössä huomioitavista asioista on esitetty kappaleessa 4.

Haluan esittää lämpimät kiitokset yhteistyökumppaneille, jotka mahdollistivat tutkielman sujuvan etenemisen ja toimivat ratkaisevassa roolissa tutkielman valmistumisessa.

2. Henkivakuutusmatematiikan teoriaa

Luvussa esitellään simulaatiotutkimuksen kannalta oleellista matemaattista teoriaa.

Jotta vakuutusyhtiö kykenee pitämään huolta vakavaraisuudestaan, on sen pystyttävä ennustamaan tulevia tapahtumia mahdollisimman tarkalla tasolla. Yksilöllisen riskihenkivakuutuksen kohdalla tämä tarkoittaa kuolevuuden, elinajan ja kuoleman todennäköisyyden arvoimista, joten aihetta pohjustetaan luvuissa 2.1 ja 2.2.

Riskihenkivakuutuksella eli kuolemanvaravakuutuksella tarkoitetaan sellaista vakuutusta, jossa vakuutusyhtiö maksaa sovitun korvaussumman edunsaajalle, jos vakuutettu sattuu kuolemaan vakuutuskauden aikana. Tällöin vakuutettu riski on henkilön kuolema.

Yhtiön kantokyvyn ylittäviltä riskeiltä on mahdollista suojautua riskinsiirrolla, jota esitellään tarkemmin luvussa 2.3. Luvussa 2.4 esitellään tutkielmaan valittu jälleenvakuutusten vertailumittari Value at Risk eli VaR. Simulaatiotutkimuksessa aineistoa simuloidaan Monte Carlo -menetelmällä luvussa 2.5 ja simuloinnissa käytetyt jakaumat esitellään luvussa 2.6.

2.1 Jäljellä oleva elinaika ja kuolevuus

Tämä luku perustuu pääasiassa lähteisiin [9] ja [11].

Jäljellä olevan elinajan ja kuolevuuden avulla saamme laskettua kuoleman todennäköisyyden tietyllä aikavälillä eri ikäisille ja sukupuolta edustaville henkilöille. Tässä luvussa esitellään matemaattista teoriaa kuolevuuden taustalla, jota täydentää luvussa 2.2 esitetty kuolevuusmalli. Kuolevuuden arvioiminen on henkivakuutusyhtiölle välttämätöntä esimerkiksi vakuutusten riskitasoa arvioitaessa tai tuotteita hinnoiteltaessa.

Määritelmä 1 (Vastasyntyneen kuolintodennäköisyys). *Oletetaan, että vastasyntyneen jäljellä olevaa elinaikaa kuvataan satunnaismuuttujalla $T(0)$, joka noudattaa jakaumaa kertymäfunktioilla $F(t)$. Oletetaan lisäksi, että f :n epäjatkuvuuspisteiden määrä äärellisillä väleillä on äärellinen, jolloin $F'(t) = f(t)$ melkein kaikkialla. Tällöin todennäköisyys,*

että vastasyntynyt henkilö on kuollut hetken t kuluttua on

$$F(t) = \mathbb{P}(T(0) \leq t) = \int_0^t f(s) ds$$

kaikilla $t \geq 0$. Aikayksikkö on yksi vuosi.

Vastaavasti vastasyntynyt henkilö on elossa hetken t kuluttua todennäköisyydellä $1 - F(t)$. Pienillä muutoksilla voidaan laskea myös todennäköisyys sille, että x -vuotias kuolee hetkeen t mennessä. Tätä todennäköisyyttä merkitään $F_x(t)$. Oletetaan, että $T(x)$ kuvaa x -vuotiaan jäljellä olevaa elinaikaa. Tällöin

$$\begin{aligned} F_x(t) &= \mathbb{P}(T(x) \leq t) = \mathbb{P}(T \leq x + t | T > x) \\ &= \frac{\mathbb{P}(x < T \leq x + t)}{\mathbb{P}(T > x)} = \frac{F(x + t) - F(x)}{1 - F(x)}, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Todellisuudessa ikä ei ole ainut elinajan jakaumaan vaikuttava tekijä, vaan siihen voidaan sovittaa myös muita tekijöitä (esimerkiksi sukupuoli, terveydentila, asuinalue tai elintavat), jotka merkitsevyydestään riippuen voivat parantaa kuolevuuden ja kuolintodennäköisyyden arvioimisen tarkkuutta.

Henkivakuutusmatematiikassa ja tässä tutkielmassa käytetään seuraavia standardimerkintöjä.

$${}_t p_x = \mathbb{P}(x\text{-vuotias elää } t \text{ vuoden kuluttua}) = 1 - F_x(t) = \frac{1 - F(x + t)}{1 - F(x)}$$

$${}_t q_x = \mathbb{P}(x\text{-vuotias kuolee } t \text{ vuoden kuluessa}) = F_x(t) = \frac{F(x + t) - F(x)}{1 - F(x)}$$

Erikoistapauksessa $t = 1$ voidaan ensimmäinen ykkönen jättää merkitsemättä ja käyttää merkintöjä ${}_1 p_x = p_x$ ja ${}_1 q_x = q_x$. Erityisesti q_x on tutkielman simulaatiotutkimuksen kannalta tärkeä arvo, koska tutkimuksessa mallinnetaan riskihenkivakuutuksia yhden vuoden aikavälillä ja näin ollen tarkastellaan vakuutettujen yhden vuoden kuolintodennäköisyyksiä.

Määritelmä 2 (Kuolevuusintensiteetti). *Kuolevuusintensiteetti eli kuolevuus voidaan määritellä matemaattisena funktiona. Oletetaan, että $T(x)$ kuvaa x -vuotiaan jäljellä olevaa elinaikaa, $F'(x) = f(x)$ ja $F(x) < 1$. Tällöin kuolevuus saadaan laskettua raja-arvon avulla seuraavasti*

$$\mu(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{\mathbb{P}(T(x) \leq \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{F(x + \Delta) - F(x)}{\Delta(1 - F(x))} = \frac{F'(x)}{1 - F(x)} = \frac{f(x)}{1 - F(x)}.$$

Aiemmin esitetyt x -vuotiaan elin- ja kuolintodennäköisyydet voidaan kirjoittaa myös kuolevuuden avulla seuraavasti.

Lause 3. *Olkoon $t \geq 0$, $x \geq 0$ ja $F(x+t) < 1$. Tällöin*

$${}_t p_x = e^{-\int_x^{x+t} \mu(u) du}$$

ja

$${}_t q_x = 1 - e^{-\int_x^{x+t} \mu(u) du}.$$

Todistus: lähteen [9] sivulla 24.

2.2 Kuolevuusmalli

Simulaatiotutkimuksessa käytettiin henkivakuutusyhtiöiden kuolevuustutkimuksen K2004 kuolevuusmallia, joka löytyy K2012 tutkimuksen [12] sivulta 12. Malli ottaa syötteenä syntymävuoden ja sukupuolen, joista se laskee kyseisen henkilön kuolevuuden μ . Kuolevuusmallissa on määritelty apufunktiot a_0 , a_1 , c_0 ja c_1 , joihin kuolevuuden μ kaavassa viitataan.

$$a_0(sv) = 10^{-5} \cdot 0.744 \cdot (2070 - sv)$$

$$a_1(sv) = 10^{-5} \cdot 0.206 \cdot (2019 - sv)$$

$$c_0(u, sv) = 0.05438 \cdot (1716 - sv) + 0.000533 \cdot (sv - 1719) \cdot u \\ - 0.000217 \cdot (sv - 1843) \cdot \max(0, u - 81)$$

$$c_1(u, sv) = -11.51 + 0.000316 \cdot (2253 - sv) \cdot u \\ + 0.000783 \cdot (sv - 1916) \cdot \max(0, u - 71)$$

Kaavoissa 0 edustaa miestä ja 1 naista, sv viittaa syntymävuoteen ja u toimii yhden vuoden kuolintodennäköisyyttä laskettaessa integroitavana muuttujana. Varsinainen kuolevuus saadaan kaavasta:

$$\mu_{sp}(u, sv) = \max(0.0001, a_{sp}(sv)) + e^{c_{sp}(u, sv)},$$

jossa sp viittaa sukupuoleen (0 = mies, 1 = nainen). Kuolevuudesta saadaan siis laskettua yhden vuoden kuolintodennäköisyys funktioita a ja c käyttäen seuraavasti, kun tiedetään vakuutetun syntymävuosi ja sukupuoli.

$$\begin{aligned}
q_x &= 1 - e^{-\int_x^{x+1} (\mu_{sp}(u, sv)) du} \\
&= 1 - e^{-\int_x^{x+1} \left(\max(0.0001, a_{sp}(sv)) + e^{c_{sp}(u, sv)} \right) du}
\end{aligned}$$

Esimerkiksi vuonna 1998 syntyneen naisen kuolevuus saadaan laskettua sijoittamalla ensin apufunktioihin a_1 ja c_1 tunnetut arvot:

$$a_1(1998) = 10^{-5} \cdot 0.206 \cdot (2019 - 1998) \approx 0.000043$$

$$\begin{aligned}
c_1(u, 1998) &= -11.51 + 0.000316 \cdot (2253 - 1998) \cdot u \\
&\quad + 0.000783 \cdot (1998 - 1916) \cdot \max(0, u - 71) \\
&\approx -11.51 + 0.08058u + 0.064206 \cdot \max(0, u - 71)
\end{aligned}$$

Tulokset voidaan nyt sijoittaa kuolevuuden kaavaan.

$$\begin{aligned}
\mu_1(u, 1998) &= \max(0.0001, a_1(1998)) + e^{c_1(u, 1998)} \\
&\approx 0.0001 + e^{-11.51 + 0.08058u + 0.064206 \cdot \max(0, u - 71)}
\end{aligned}$$

Yhden vuoden kuolintodennäköisyys saadaan edelleen laskettua sijoittamalla ja integroimalla. Lasketaan 1998 syntyneen henkilön iäksi 25 vuotta ajanhetkellä 31.12.2023. Tällöin henkilön todennäköisyys kuolla seuraavan vuoden aikana on

$$\begin{aligned}
q_{25} &= 1 - e^{-\int_x^{x+1} \left(\max(0.0001, a_{sp}(sv)) + e^{c_{sp}(u, sv)} \right) du} \\
&\approx 1 - e^{-\int_{25}^{26} \left(0.0001 + e^{-11.51 + 0.08058u + 0.064206 \cdot \max(0, u - 71)} \right) du} \\
&\approx 1 - 0.999822 \approx 0.000178.
\end{aligned}$$

Luvun loppuosan sisältö perustuu lähteeseen [9]. Esitelty malli on sovellus Makeham kuolevuusmallista (vuodelta 1860; $\mu(t) = a + b \cdot e^{ct}$, kun $a, b, c > 0$). Makeham pohjautuu varhaisempaan Gompertz kuolevuusmalliin (vuodelta 1824; $\mu(t) = b \cdot e^{ct}$, kun $b, c > 0$), mutta siihen on lisätty tapaturmaisen kuolevan mahdollisuutta tarkentava, iästä riippumaton, termi a .

Vakuutuskannan kuolevuus on tutkitusti väestökuolevuutta pienempi, sillä vakuutuksen saadakseen, vakuutetun on täytettävä tietyt terveyskriteerit. Kuolevuus voikin riippua iän ja sukupuolen lisäksi myös vakuutuksen ottamisvuodesta, kun pitkään vakuutettuna olleiden kuolevuus on äskettäin vakuutettuja suurempaa. Tästä ilmiöstä käytetään termiä selektikuolevuus.

2.3 Riskinsiirtoratkaisuja

Tämän luvun pääasiallisina lähteinä on käytetty materiaaleja [4], [8], [3] ja [14].

Vakuutusyhtiöllä on oltava riskienhallintastrategia, jossa määritellään, minkälaisia tai -kokoisia riskejä yhtiö on valmis ottamaan. Yhtiö tekee arvion kyvystään kantaa omistamiaan riskejä ja suojautuu kantokyvyn ylittäviltä riskeiltä jälleenvakuutuksen avulla. Riskinsiirrolla yhtiö voi muun muassa pienentää vararikon mahdollisuutta, laskea lainmukaisia pääomavaatimuksia ja saada jälleenvakuuttajalta hyödyllistä tietoa riskeiltä suojautumisesta.

Jälleenvakuutusyhtiö ottaa kantaakseen osan alkuperäisestä riskistä ja ensivakuutusyhtiö (eli cedentti) maksaa sopimuksesta vuosittain sovitun jälleenvakuutusmaksun. Yleensä jälleenvakuutusyhtiöt ovat suuria kansainvälisiä yhtiöitä, sillä myös niiden tulee täyttää tietyt lain mukaiset pääomavaatimukset. Jälleenvakuutuksista puhutaan usein englanninkielisillä termeillä, joten myös tässä tutkielmassa on esitetty englanninkielisiä vastinpareja alan termeille.

Tutkielmassa keskitytään erityisesti riskihenkivakuutuksen riskinsiirtoon, vaikka henkijälleenvakuutuksen osuus jälleenvakuutusmarkkinoista on vain noin 20 %. Jälleenvakuutustyyppit voidaan karkeasti jakaa suhteellisiin ja ei-suhteellisiin vakuutustyyppeihin. Näistä neljä esitellään tarkemmin seuraavissa luvuissa.

Jos vakuutuskauden alkuperäinen kokonaiskorvausmeno ensivakuuttajalle on X , voidaan jälleenvakuutuksen myötä ensi- ja jälleenvakuuttajalle jaetut osuudet ilmaista seuraavasti:

$$X^{ev} = \text{Ensivakuuttajan osuus kokonaiskorvausmenosta}$$

$$X^{jv} = \text{Jälleenvakuuttajan osuus kokonaiskorvausmenosta}$$

Tällöin pätee $X = X^{ev} + X^{jv}$.

Jos yksittäisen vakuutustapahtuman suuruus on Z , voidaan jälleenvakuutuksen myötä ensi- ja jälleenvakuuttajalle jaetut osuudet ilmaista seuraavasti:

$$Z^{ev} = \text{Ensivakuuttajan osuus yksittäisestä vakuutustapahtumasta}$$

$$Z^{jv} = \text{Jälleenvakuuttajan osuus yksittäisestä vakuutustapahtumasta}$$

Tällöin pätee $Z = Z^{ev} + Z^{jv}$.

Koska X edustaa kaikkien vakuutuskauden vakuutustapahtumien kokonaiskorvausmenoa, voidaan se kirjoittaa myös yksittäisten vakuutustapahtumien summana $X = \sum_{i=1}^n Z_i$, jossa n on vakuutustapahtumien lukumäärä ja Z_i kuvaa i :nnen vakuutustapahtuman suuruutta. Vastaava summa voidaan kirjoittaa erikseen myös ensi- ja jälleenvakuuttajien osuuksista $X^{ev} = \sum_{i=1}^n Z_i^{ev}$, jossa Z_i^{ev} kuvaa i :nnen vakuutustapahtuman ensivakuuttajan osuuden suuruutta ja $X^{jv} = \sum_{i=1}^n Z_i^{jv}$, jossa Z_i^{jv} kuvaa i :nnen vakuutustapahtuman jälleenvakuuttajan osuuden suuruutta.

2.3.1 Excess of loss (XL)

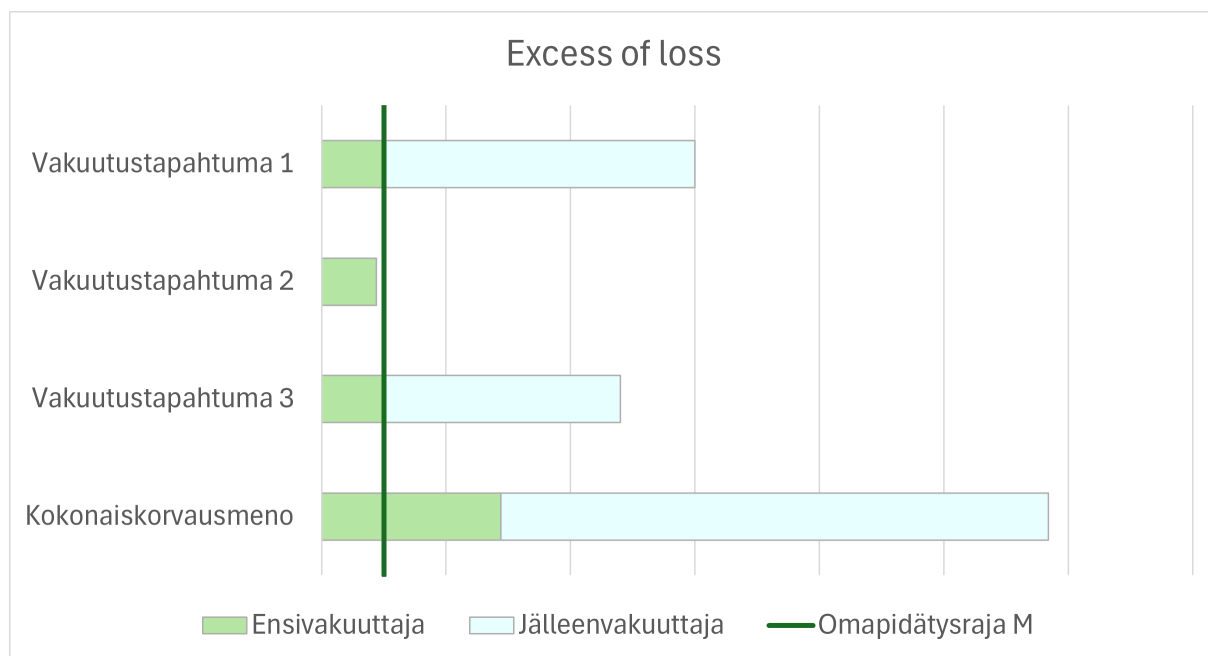
Excess of loss (myös XL tai yksittäisylijälleenvakuutus) -jälleenvakuutustyyppissä jokainen yksittäinen vakuutustapahtuma jaetaan ensi- ja jälleenvakuuttajan kesken, jos vakuutus- tapahtuman korvaussumma ylittää sovitun omapidätysrajan $M > 0$. Jos korvaussumma jää alle omapidätysrajan, ensivakuuttaja maksaa korvauksen kokonaan. Muussa tapauksessa jälleenvakuuttaja maksaa omapidätysmäärän ylittävän osuuden. Siis yksittäisen vakuutustapahtuman korvausmeno jaetaan vakuuttajien kesken seuraavasti:

$$Z^{ev} = \min(Z, M)$$

$$Z^{jv} = Z - Z^{ev}$$

Jälleenvakuutusratkaisuna Excess of loss suojaa erityisen hyvin suurilta vakuutus- tapahtumilta, sillä jälleenvakuutusyhtiö korvaa omapidätyksen M ylittämän osan määriteltynä sopimusrajaan asti, mutta toisinaan myös ilman ylärajaa (esimerkiksi joissain moottoriajoneuvojen vastuuvakuutuksissa). Jos vakuutustapahtumia tapahtuu määrällisesti paljon, mutta ne alittavat tai jäävät lähelle omapidätysrajaa, ei XL jälleenvakuutus anna yhtä hyvää suojaa kuin muut, seuraavissa luvuissa esitetyt, jälleenvakuutustyyppit.

Excess of loss kuuluu ei-suhteellisiin jälleenvakuutuksiin, sillä vakuutustapahtumien korvaukset jaetaan kiinteän omapidätysrajan mukaan, kun suhteellisissa jälleenvakuutuksissa korvaukset jaetaan vakuuttajien kesken sovitussa suhteessa.



Kuva 2.1: Excess of loss -jälleenvakuutuksen korvausmenojen jakautuminen.

Kuvassa 2.1 on esitetty kolmen vakuutustapahtuman korvausmeno ja kokonaiskor-

vausmenon jakautuminen ensi- ja jälleenvakuuttajien kesken. Vaakarivi kuvaa korvausmenon määrää ja alin palkki, kokonaiskorvausmeno, on vakuutustapahtumien 1-3 korvausten summa. Ensivakuuttaja maksaa vakuutustapahtumissa 1 ja 3 korvaukset omapidätysrajaan asti ja jälleenvakuuttaja maksaa omapidätysrajan ylittävän osuuden. Vakuutustapahtuman 2 ensivakuuttaja korvaa kokonaan, sillä korvausmeno ei ylitä omapidätysrajaa M .

2.3.2 Quota share (QS)

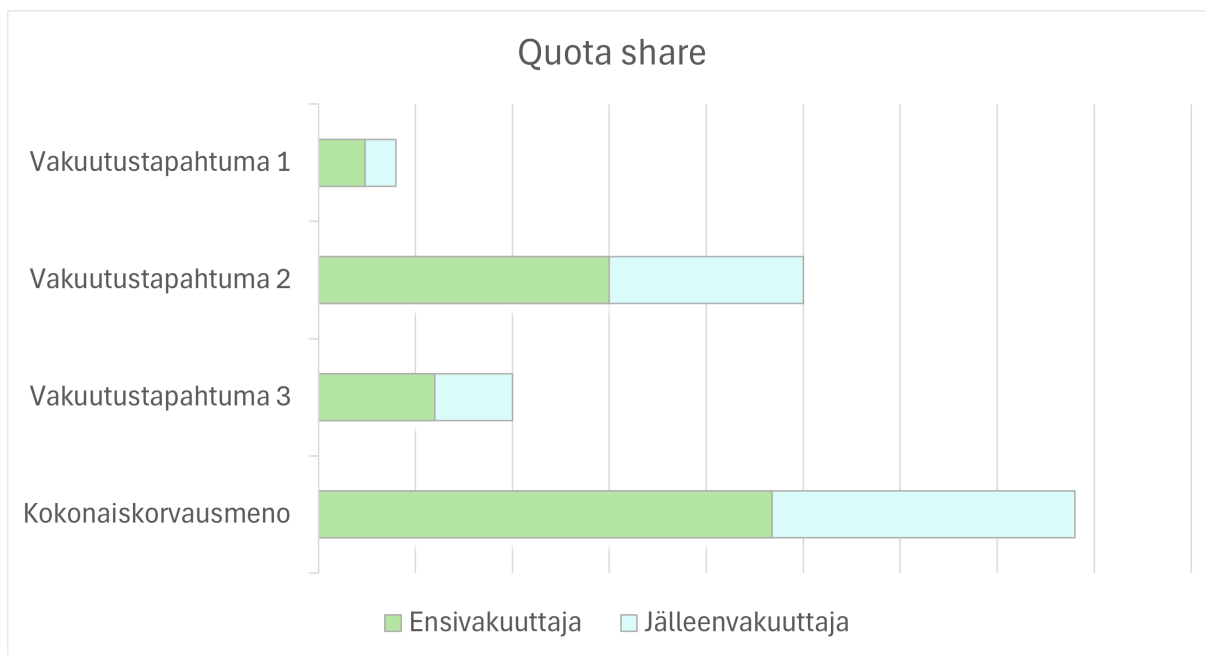
Quota share (myös QS tai osamääräjälleenvakuutus) -jälleenvakuutustyyppissä jokainen yksittäinen vakuutustapahtuma jaetaan sovituksessa, kiinteässä suhteessa $r \in (0, 1)$ ensi- ja jälleenvakuuttajan kesken. Vakuutustapahtumien lisäksi myös vakuutusmaksut jaetaan samassa sovituksessa suhteessa. Tällöin

$$Z^{ev} = rZ$$

$$Z^{jv} = (1 - r)Z.$$

Quota share on yksinkertaisin suhteellisista jälleenvakuutustyypeistä. Sen heikkoutena voidaan kuitenkin nähdä se, että jälleenvakuutusyhtiö ottaa kantaakseen myös osan kaikista pienemmistä vakuutustapahtumista, jotka ensivakuuttaja olisi voinut kantaa itse. Tämä näkyy jälleenvakuutuksen hinnassa, sillä ensivakuuttaja joutuu maksamaan jälleenvakuuttajalle kaikista vakuutuksen piiriin kuuluvista riskeistä. Toisaalta Quota share -jälleenvakuutuksen hallinnointi on sekä ensi- että jälleenvakuuttajalle helppoa sen yksinkertaisuuden vuoksi.

Kuvassa 2.2 on esitetty kolmen vakuutustapahtuman korvausmeno ja kokonaiskorvausmenon jakautuminen ensi- ja jälleenvakuuttajien kesken. Vaakarivi kuvaa korvausmenon määrää ja alin palkki, kokonaiskorvausmeno, on vakuutustapahtumien 1-3 korvausten summa. Ensivakuuttaja maksaa kaikissa vakuutustapahtumissa 1-3 korvauksista saman kiinteän osuuden ja jälleenvakuuttaja jäljelle jääneen osuuden. Kokonaiskorvausmeno jakautuu vakuuttajien kesken siis samassa kiinteässä suhteessa kuin yksittäiset vakuutustapahtumat.



Kuva 2.2: Quota share -jälleenvakuutuksen korvausmenojen jakautuminen.

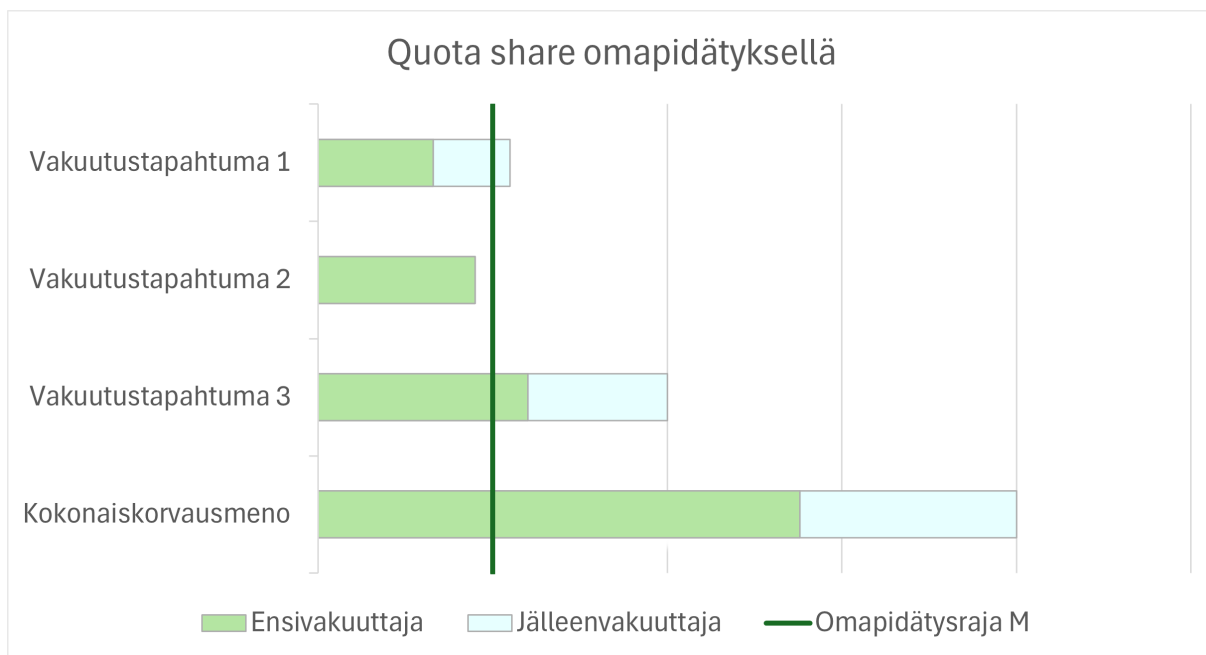
2.3.3 Quota share (QS) omapidätyksellä

Simulaatiotutkimuksessa eräs käytetty jälleenvakuutustyyppi on Excess of loss ja Quota share -sopimusten sekoitus, jossa ensivakuuttaja maksaa korvauksen kokonaan, jos yksittäisen vakuutus tapahtuman korvausmeno on pienempi kuin omapidätysraja $M > 0$. Muussa tapauksessa vakuutus tapahtuma jaetaan sovitussa, kiinteässä suhteessa $r \in (0, 1)$ ensi- ja jälleenvakuuttajien kesken. Tästä sopimuksesta käytetään tutkielmassa nimeä Quota share omapidätyksellä. Ensi- ja jälleenvakuuttajien osuudet voidaan kirjoittaa seuraavasti.

$$Z^{ev} = \begin{cases} Z, & \text{kun } Z < M \\ rZ, & \text{kun } Z \geq M. \end{cases}$$

$$Z^{jv} = \begin{cases} 0, & \text{kun } Z < M \\ (1 - r)Z, & \text{kun } Z \geq M. \end{cases}$$

Kuvassa 2.3 on esitetty kolmen vakuutus tapahtuman korvausmeno ja kokonaiskorvausmenon jakautuminen ensi- ja jälleenvakuuttajien kesken. Vaakarivi kuvaa korvausmenon määrää ja alin palkki, kokonaiskorvausmeno, on vakuutus tapahtumien 1-3 korvausten summa. Ensivakuuttaja maksaa vakuutus tapahtumien 1 ja 3 korvauksista sovitun kiinteän osuuden rZ ja jälleenvakuuttaja jäljelle jääneen osuuden $(1 - r)Z$. Vakuutus tapahtuman 2 korvausmeno jää alle omapidätysrajan M , joten ensivakuuttaja maksaa vakuutus tapahtuman kokonaan itse.



Kuva 2.3: Quota share omapidätyksellä -jälleenvakuutuksen korvausmenojen jakautuminen.

Ensivakuuttajan osuus vakuutustapahtuman 1 korvausmenosta, on pienempi kuin ensivakuuttajan osuus vakuutustapahtuman 2 korvausmenosta, vaikka vakuutustapahtuman 1 kokonaiskorvausmeno onkin vakuutustapahtumaa 2 suurempi. Omapidätyksen avulla ensivakuuttajan on mahdollista kantaa itse pienemmät vakuutustapahtumat, jolloin jälleenvakuutuksen hinta saadaan tavallista Quota share sopimusta edullisemmäksi.

2.3.4 Stop loss (SL)

Stop loss (myös kokonaisylijälleenvakuutus) on ei-suhteellinen jälleenvakuutus sopimus, jossa korvausvelvollisuus määräytyy kokonaisportfolion perusteella. Ensi- ja jälleenvakuuttajat sopivat omapidätysrajan $M > 0$, ja jos portfolion kokonaiskorvausmeno ylittää sovitun omapidätyksen M yhden vakuutuskauden aikana, jälleenvakuuttaja korvaa ylimenneen osan (mahdolliseen ylärajaan asti). Tällöin pätee

$$X^{ev} = \min(X, M)$$

$$X^{jv} = X - X^{ev}.$$

Stop loss -jälleenvakuutuksen korvausmenoa kuvataan kokonaiskorvausmenon avulla, sillä korvauksen maksaja määräytyy koko vakuutusportfolion korvausten perusteella. Muuten sopimuksen taustalla on sama perusajatus kuin Excess of loss -sopimuksessa. Usein Stop loss -sopimuksen omapidätysraja M asetetaan niin korkealle, että jälleenvakuuttaja kantaa osan riskistä vasta sitten, kun ensivakuuttaja on kärsinyt vakuutusliikkeestä selvän tappion.

2.4 VaR

Luvussa viitataan pääasiassa lähteeseen [5] ja lähteen [13] lukuun 15.4 Risk measures.

VaR eli Value at Risk on yleisesti finanssialalla käytetty riskimittari, jolla voidaan määrittää maksimitappion todennäköisyys valitulla VaR-luottamustasolla. Jos esimerkiksi 99.5 % VaR yhden vuoden aikana on 100 000 €, tarkoittaa se, että yhden vuoden maksimitappio VaR-luottamustasolla 99.5 % on 100 000 €. Tällöin 100 000 € tai suuremman tappion todennäköisyys yhden vuoden aikana on $\frac{0.5\%}{100\%} = \frac{1}{200}$.

Siis 90 % VaR-luottamustasolla laskettu VaR X kertoo, että X kokoinen tai suurempi tappio tapahtuu tilastollisesti kerran kymmenessä vuodessa. Vastaavasti 95 % kohdalla vähintään X suuruinen tappio tapahtuu kerran 20 vuodessa, 99 % kohdalla kerran 100:ssa vuodessa ja 99,5 % kohdalla kerran 200:ssa vuodessa.

VaR termin käyttö ei ole täysin yhdenmukaista, sillä toisinaan esimerkiksi 1 % VaR arvolla tarkoitetaan käytännössä samaa asiaa kuin 99 % VaR arvolla, eli rajaa, jonka alapuolella pahimpien 1 % tappioiden odotetaan tapahtuvan. Sen lisäksi, tappiot saatetaan merkitä positiivisiksi tai negatiivisiksi, merkintätavasta riippuen. Tässä tutkielmassa VaR arvot ilmaistaan ensin esitellyn menetelmän mukaisesti, jossa tappiot ilmaistaan positiivisina lukuina yhden vuoden ajalle.

Määritelmä 4 (Vakuutusportfolio). *Olkoon $n \in \mathbb{Z}_+$ henkivakuutuksella vakuutettujen henkilöiden lukumäärä ja $m \in \mathbb{Z}_+$ kustakin vakuutetusta kerättyjen attribuuttien lukumäärä (ikä, korvaussumma, vuosimaksu...). Tällöin henkivakuutusportfolio X voidaan esittää kaksiulotteisena $n \times m$ kokoisena matriisina:*

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix},$$

jossa x_{ij} on henkilön i attribuutti j .

Määritelmä 5 (Todennäköisyysavaruus). *Todennäköisyysavaruus on kolmikko $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, jossa Ω on joukko, \mathcal{F} on σ -algebra joukossa Ω ja \mathbb{P} todennäköisyysmitta eli funktio $\mathbb{P} : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$.*

Todennäköisyysavaruuden määritelmä on lähteen [2] sivulta 8. Samasta lähteestä löytyy tarkemmat määritelmät myös σ -algebralle ja todennäköisyysmitalle.

Määritelmä 6 (Henkivakuutusportfolio ja satunnaisuus). *Olkoon $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ todennäköisyysavaruus. Olkoot a_i, b_i, \dots, m_i todennäköisyysavaruudessa $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ määritellyjä satunnaismuuttujia, jotka kuvaavat henkivakuutusportfoliossa X vakuutetun henkilön i attri-*

buutteja a - m . Tällöin henkivakuutusportfolio X voidaan esittää joukkona satunnaismuuttujia:

$$X = (a_i, b_i, \dots, m_i) \mid i = 1, 2, \dots, n$$

Määritelmä 7 (Yhden vuoden tappio). Olkoon X_t henkivakuutusportfolio ajanhetkellä $t \in \mathbb{Z}^+$. Tällöin yhden vuoden tappio $L_{X,t}$ portfoliolle X_t on

$$L_{X,t} = -(X_t - X_{t-1}).$$

VaR lasketaan simulaatiotutkimuksessa empiirisellä menetelmällä. Tällöin VaR arvo lasketaan säännöllisin aikaväleihin (esimerkiksi päivittäin tai vuosittain) kirjatuista portfolion tuotoista ja/tai tappioista. Empiirisessä menetelmässä VaR arvo VaR-luottamustasolla $\alpha\% \in (0, 1)$ lasketaan puhtaasti kirjatun datan perusteella siten, että tappioiden jakaumasta etsitään se arvo, jonka yläpuolelle jää $1 - \alpha\%$ suurimmista tappioista.

Esimerkiksi 95 % VaR arvoa määritettäessä tappioiden jakaumasta etsitään se arvo, jonka yläpuolelle jää $1 - 95\% = 5\%$ suurimmista tappioista. Matemaattisesti tämä voidaan määrittellä kvantiilifunktion avulla.

Määritelmä 8 (Empiirinen kvantiilifunktio). Oletetaan, että X_1, X_2, \dots, X_n ovat havaintoja ja n niiden lukumäärä. Havainnot järjestetään jonoon pienimmästä suurimpaan $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$. Tällöin tason $p \in (0, 1)$ empiirinen kvantiilifunktio $Q(p)$ voidaan määrittellä seuraavasti:

$$Q(p) = \gamma X_{(j+1)} + (1 - \gamma) X_{(j)},$$

jossa $j = \lfloor n \cdot p + (1 - p) \rfloor$ ja $\gamma = n \cdot p + (1 - p) - j$.

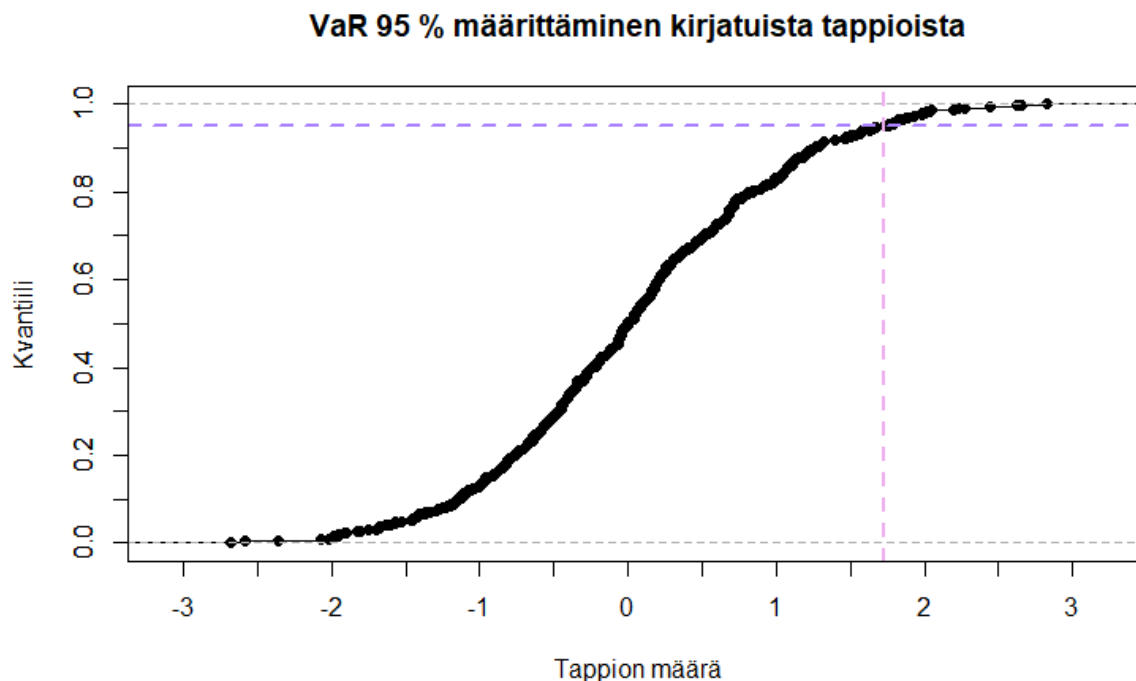
Kvantiilifunktio määrittää siis arvon, jonka yläpuolelle jää haluttu (prosentti)osuus havainnoista. Kvantiileille on useita määrittelytyyppejä (esimerkiksi R ohjelmistossa 9 erilaista), joista yllä esitelty on R ohjelmistossa oletusarvona ja simulaatiotutkimuksessa käytetty menetelmä. VaR arvon empiirinen määrittäminen voidaan ilmaista matemaattisesti kvantiilifunktion määritelmää 8 mukailleen.

Määritelmä 9 (VaR empiirisesti). Olkoon VaR_α Value at Risk arvo VaR-luottamustasolla $\alpha \in (0, 1)$ ja säännöllisin aikaväleihin kirjatut, pienimmästä suurimpaan listatut, tappiot $L_{X,1} \leq L_{X,2} \leq \dots \leq L_{X,T}$. Merkitään $T_\alpha = T \cdot \alpha$. Tällöin

$$VaR_\alpha = \lambda L_{X,j+1} + (1 - \lambda) L_{X,j},$$

jossa $j = \lfloor T_\alpha + (1 - \alpha) \rfloor$ ja $\lambda = T_\alpha + (1 - \alpha) - j$.

Kuvassa 2.4 on esitetty, kuinka 95 % VaR määräytyy kerätyn aineiston perusteella. Mustat pisteet kuvaavat eri vuosien kirjauksia ja ne on järjestetty pienimmästä tappiosta suurimpaan. Liila katkoviiva kuvaa 95 % VaR-luottamustasoa ja vaaleanpunainen viiva VaR arvoa valitulla luottamusvälillä. Siis kuvassa arvo, jonka yläpuolelle jää 5 % suurimmista tappioista, eli VaR 95 %, on noin 1.75 tappiota.



Kuva 2.4: VaR arvon määrittäminen empiirisesti

VaR arvoja voidaan määrittää myös muilla tavoilla, kuten parametrisesti tai stokastisesti (kuvaukset lähteessä [13]). Näitä menetelmiä ei kuitenkaan käytetä simulaatiotutkimuksessa, joten niitä ei esitellä tarkemmin.

2.5 Monte Carlo -simulointimenetelmästä

Luvun pääasiallisina lähteinä on käytetty teoksia [1] ja [10].

Monte Carlo -simulointimenetelmä perustuu satunnaislukujen arpomiseen ja tilastollisiin malleihin, joiden avulla varsinainen tulos saadaan laskettua. Satunnaislukujen avulla voidaan päätellä yksinkertaisten tapahtumien todennäköisyyksiä, mutta niistä voi olla hyötyä myös monimutkaisempien ilmiöiden tutkimisessa. Esimerkiksi kruunan ja klaavan todennäköisyyksistä saadaan arvio heittämällä kolikkoa tarpeeksi monta kertaa, mutta toisaalta satunnaislukujen avulla voimme ymmärtää paremmin myös, mitä tapahtuu ydinreaktorissa.

Yleensä Monte Carlo -simulointimenetelmä koostuu seuraavista vaiheista.

1. **Luodaan** tilanteeseen sopiva **malli**. Malliin syötetään parametrejä, jotka se palauttaa asianmukaisesti muokattuna.
2. **Pyritään tunnistamaan jakaumat**, jotka määrittävät lähtöparametrit. Tunnistaminen perustuu aiemmin syöttöparametreista kerättyyn historiatietoon.
3. **Generoidaan** joukko **satunnaismuuttujia**, eli satunnaisotos, edellisessä kohdassa tunnistetuista jakaumista esimerkiksi tasajakaumaa $U(0, 1)$ käyttäen. Yhteen lähtöparametrijoukkoon tarvitaan syöttöparametrien verran generoituja satunnaismuuttujia. Tämä vaihe toistetaan useita kertoja, jolloin saadaan useita eri lopputuloksia ja kohtaan kieteytyykin Monte Carlo -simuloinnin perusajatus.
4. Tarvittaessa saaduista lopputuloksista **suoritetaan tilastollinen analyysi**, jotta simuloinnin jälkeisen päätöksenteon tueksi saadaan tilastollista pohjaa.

Jakaumien tunnistamiseen on lukuisia eri keinoja, joita on listattu esimerkiksi artikkelissa [10]. Tässä tutkielmassa tutustumme kuitenkin tarkemmin vain niihin menetelmiin, joita luvussa 3 käytetään.

Syöttöparametrien taustalla olevat jakaumat voidaan määrittää esimerkiksi piirtämällä histogrammeja tunnetusta datasta tai yksinkertaisissa tapauksissa suoraan lähtöparametrien osuuksista. Puuttuvat jakaumien parametrit saadaan esimerkiksi R ohjelmiston `fitdistr()` -komentoa käyttäen. Tutkielma ei keskity tarkkaan mallintamiseen, joten kaikki jakaumat on sovitettu suuntaa-antaviksi. Syöttöparametrien kokoinen satunnaisotos arvotaan tasajakaumasta $U(0, 1)$, josta aiemmin selvitetyjä jakaumia käyttäen saadaan selville lähtöparametrit. Saatuja tuloksia arvioidaan erilaisia tilastollisia menetelmiä käyttäen.

Tarkastellaan esimerkkiä, jossa halutaan simuloida vakuutusportfolion vakuutetuille sopimuksen uusimisen hetken vuodenaajat. Aiemmin kerätystä historiatiedosta tiedetään, että talvella uusineiden osuus on 0.267, keväällä 0.250, kesällä 0.196 ja syksyllä 0.287. Simuloituun aineistoon halutaan 10 000:lle vakuutetulle vuodenaika.

Määritetään malli siten, että tasajakauman välille $[0, 0.267]$ osuvat satunnaisluvut tarkoittavat talvea, välille $(0.267, 0.517]$ osuvat kevättä, välille $(0.517, 0.713]$ osuvat kesää ja välille $(0.713, 1]$ osuvat syksyä. Sen jälkeen simuloidaan 10 000 lukua tasajakaumasta $U(0, 1)$, joista jokainen edustaa yhden vakuutetun sopimuksen uusimisen vuodenaikaa.

Simulointi voidaan toistaa useita kertoja ja aineiston lopputuloksia arvioida erilaisin menetelmin – esimerkiksi piirtämällä kuvaajia tai laskemalla simuloidusta aineistosta kunkin vuodenaajan osuudet. Esimerkissä käytetty historiatieto on peräisin erään espanjalaisen vakuutusyhtiön henkivakuutusportfoliosta [6].

2.6 Hyödyllisiä jakaumia

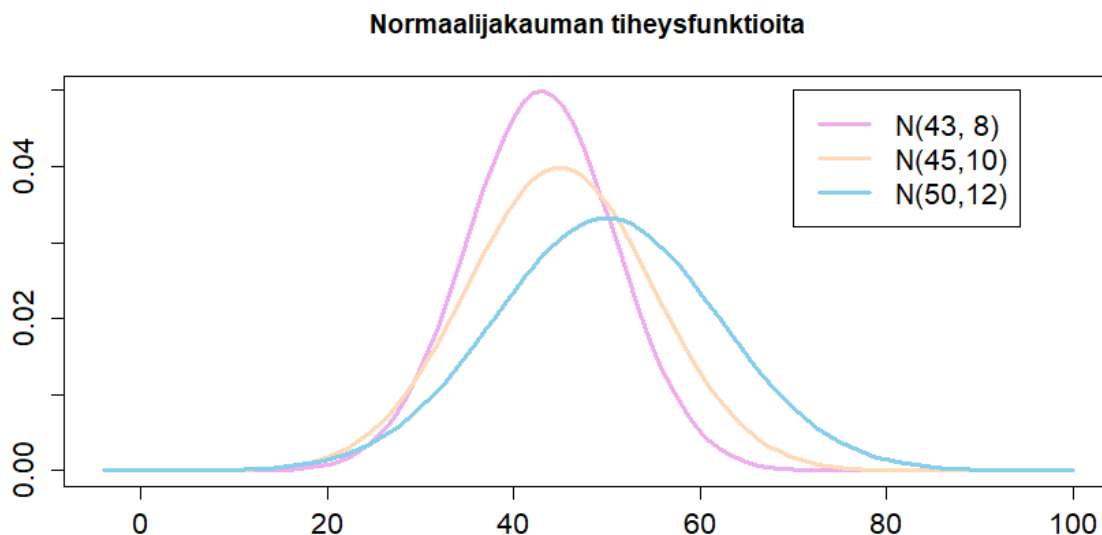
Luvussa esitellään tutkimuksen iän ja korvaussumman simulointiin käytetyt jakaumat (normaalijakauma ja log-normaalijakauma). Esitetyt määritelmät perustuvat pääasiassa lähteeseen [7].

2.6.1 Normaalijakauma

Määritelmä 10. Oletetaan, että $\mu \in \mathbb{R}$ ja $\sigma > 0$. Jatkuva satunnaismuuttuja X noudattaa normaalijakaumaa parametreilla μ ja σ , jos satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Tällöin voidaan merkitä $X \sim N(\mu, \sigma)$.



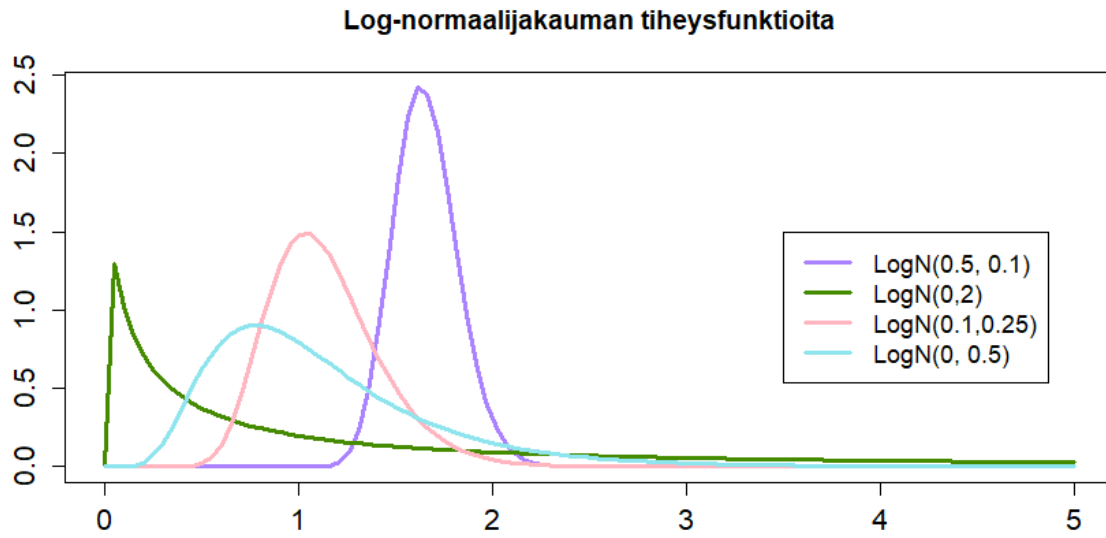
Kuva 2.5: Normaalijakauman kuvaajia

2.6.2 Log-normaalijakauma

Määritelmä 11. Oletetaan, että $\mu \in \mathbb{R}$ ja $\sigma > 0$. Jatkuva satunnaismuuttuja X noudattaa log-normaalijakaumaa parametreilla μ ja σ , jos satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)^2\right), \quad x > 0,$$

Tällöin voidaan merkitä $X \sim \text{Log}N(\mu, \sigma)$.



Kuva 2.6: Log-normaalijakauman kuvaajia

3. Simulaatiotutkimus

Tutkimuksessa mallinnetaan riskihenkivakuutuksen yhden vuoden kokonaiskorvausmenoa (maksettujen korvausten summaa) ja vertaillaan erilaisia riskinsiirtosopimuksia. Mallinuksessa kuolemat oletetaan toisistaan riippumattomiksi.

Aineistona käytetään simuloitua riskihenkivakuutusportfoliota, joka sisältää eri ikäisiä ja eri sukupuolia edustavia vakuutettuja, joiden vakuutusopimusten korvaussummat vaihtelevat. Aineistosta simuloidaan Monte Carlo -menetelmällä yhden vuoden aikana tapahtuvat kuolemat 8000 kertaa. Kuolemista lasketaan ensivakuuttajalle aiheutuva kokonaiskorvausmeno ja tästä määritetään kvantiilit (VaR-luottamustasoilla 90 %, 95 %, 99 % ja 99,5 %). Lisäksi tutkitaan erilaisten riskinsiirtosopimusten vaikutusta VaR arvoihin.

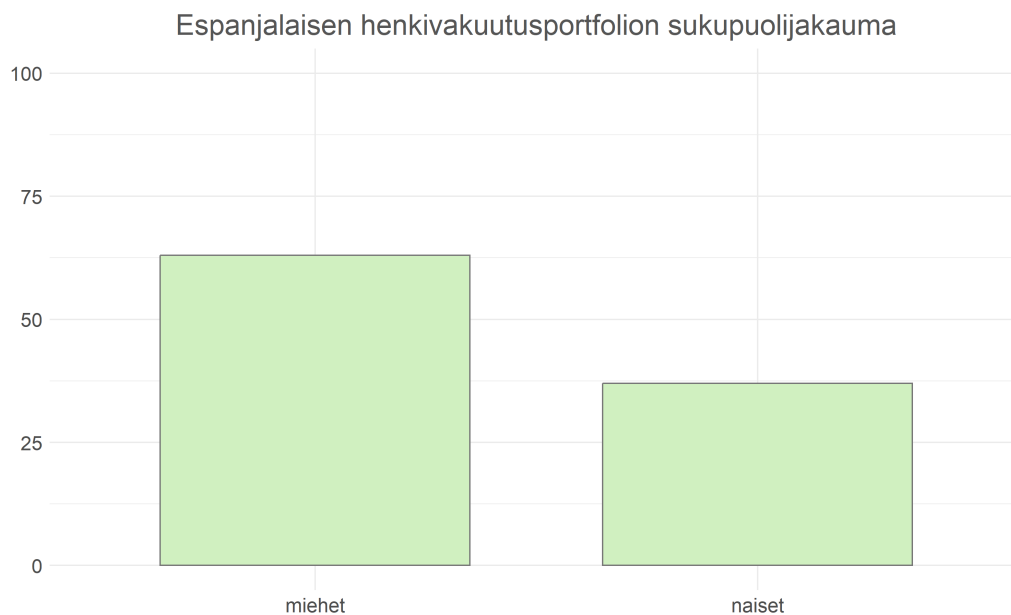
3.1 Aineiston kuvaus

Tutkimuksessa käytetty henkivakuutuskanta on simuloitu tutkimusaineiston [6] pohjalta. Artikkelissa esitellään espanjalaisen vakuutusyhtiön anonymisoitu henkivakuutusportfolio 76 102 vakuutetulle. Jokainen rivi vastaa yhtä vakuutettua ja 15 saraketta eri muuttujia, joista simulointiin käytettiin ikää, sukupuolta ja korvaussummaa.

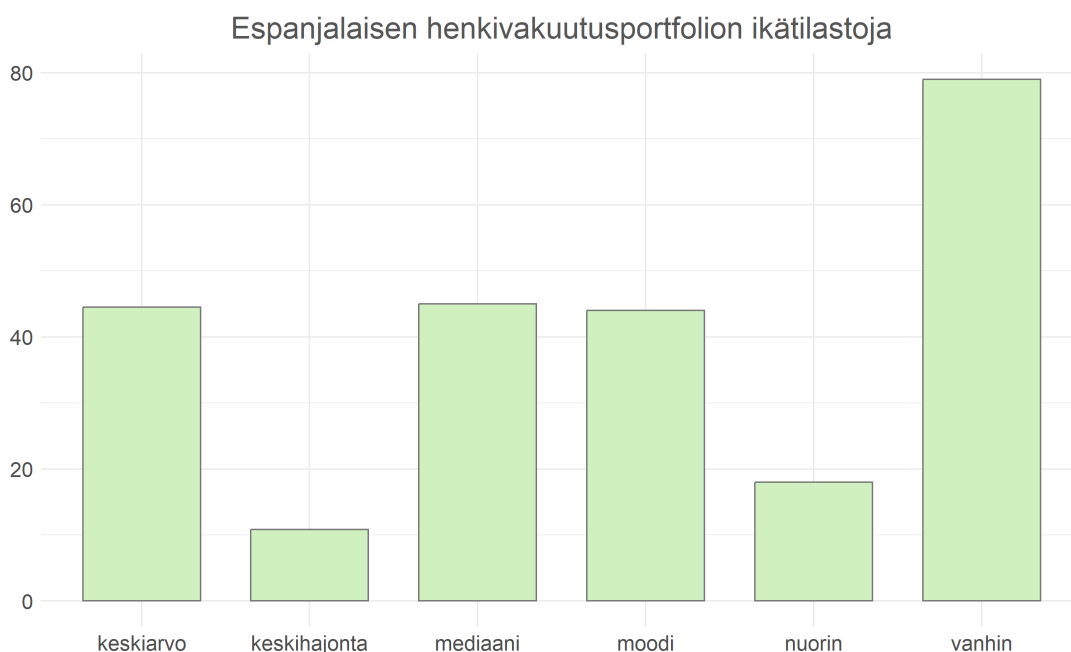
3.1.1 Jakaumien sovittaminen

Alkuperäiseen aineistoon sovitettiin jakaumat sukupuolelle, iälle ja korvaussummalle R ohjelmistolla (Liite A.2). Alkuperäisessä aineistossa mahdollisia ominaisuuksien välisiä riippuvuuksia ei tarkasteltu, joten sovitetut jakaumat ovat toisistaan riippumattomia. Sukupuolijakauman määrittäminen tapahtui laskemalla kahden esiintyvän sukupuolen osuudet. Miehiä oli noin 63 % ja naisia noin 37 % (Kuva 3.1).

Alkuperäisestä aineistosta selvitettiin myös vakuutettujen ikin liittyviä tilastoja (Kuva 3.2) ja piirrettiin histogrammi. Histogrammin perusteella ikäjakaumaan sovitettiin R ohjelmiston `fitdistr()` funktion avulla karkea malli normaalijakaumaa käyttäen (Kuva 3.3). Sovitetun jakauman parametreiksi saatiin $\mu \approx 44.5$ ja $\sigma \approx 10.8$.



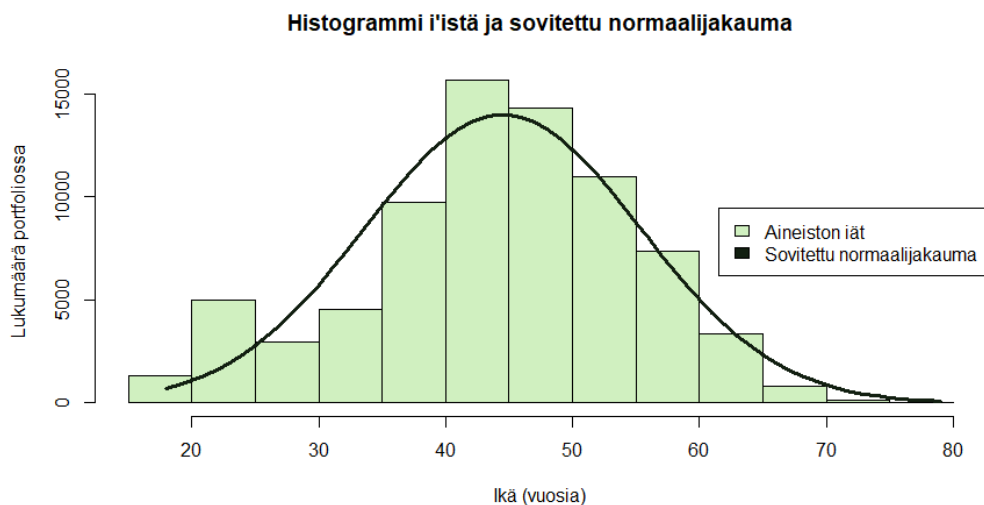
Kuva 3.1: Espanjalaisessa henkivakuutusportfoliossa miehiä on noin 63% ja naisia noin 37%.



Kuva 3.2: Espanjalaisessa henkivakuutusportfoliossa ikien keskiarvo on noin 44 vuotta ja 44-vuotiaita on aineistossa myös eniten (moodi). Ikien keskihajonta on noin 11, kun taas mediaani on 45. Nuorin vakuutettu on 18-vuotias ja vanhin 79-vuotias.

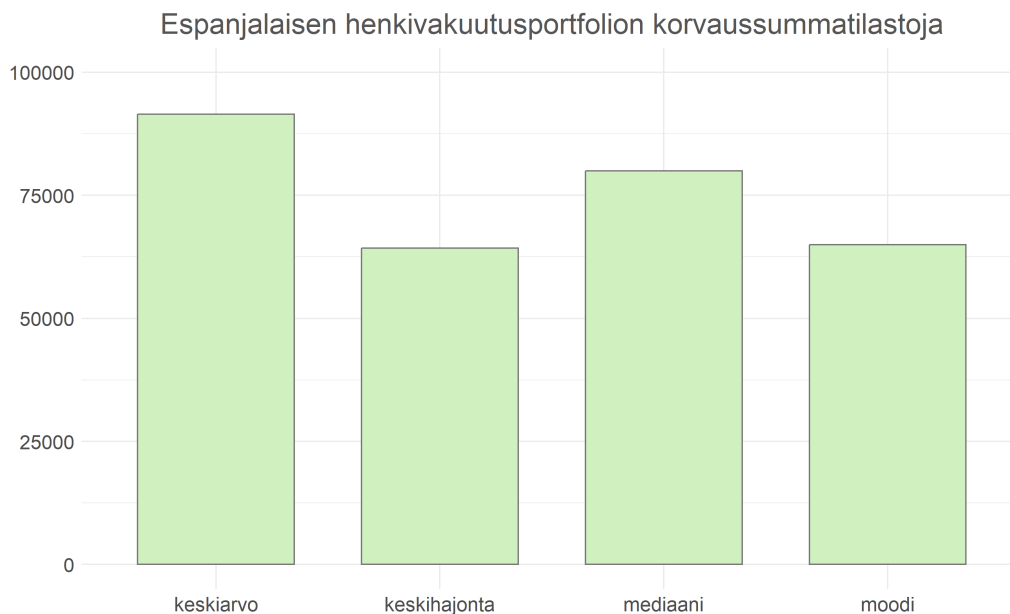
Tutkimus ei keskity alkuperäisen aineiston tarkkaan mallintamiseen, joten vaikka alkuperäisen aineiston ikäjakauma on selvästi kaksihuippuinen (Kuva 3.3), on siihen sovitettu yksinkertainen normaalijakauma, joka näyttäisi kuvaavan aineiston ikäjakaumaa riittävän hyvin riskihenkivakuutuksen kokonaiskorvausmenon ja riskinsiirtoratkaisujen mallintamista varten. Kuvan perusteella ei silmämääräisesti saa kunnollista käsitystä sovitetun

jakauman ikien ääripäistä, mutta simulointivaiheessa nuorimman ja vanhimman vakuutetun ikää pystytään rajoittamaan yksinkertaisilla minimi ja maksimi komennoilla.



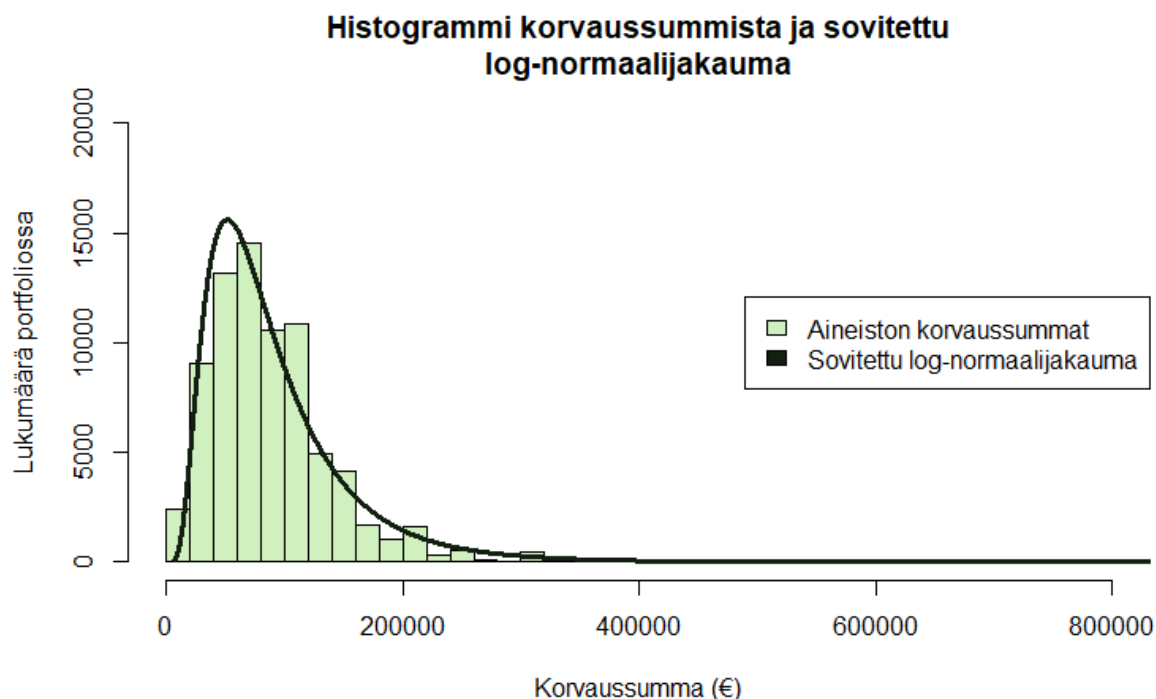
Kuva 3.3: Henkivakuutusportfolion ikin sovitettu normaalijakauma

Alkuperäisestä aineistosta selvitettiin myös vakuutettujen korvaussummiin liittyviä tilastoja (Kuva 3.4) ja piirrettiin histogrammi. Histogrammin perusteella korvaussummiin sovitettiin log-normaalijakauma R ohjelmiston `fitdistr()` funktiota käyttäen. Sovitetun jakauman parametreiksi saatiin $\mu \approx 92\,167$ ja $\sigma \approx 63\,284$.



Kuva 3.4: Henkivakuutusportfoliossa korvaussummien keskiarvo on noin 91 500 ja keskihajonta noin 64 000. Korvaussummien mediaani on 80 000, kun taas moodi on 65 000. Pienin korvaussumma on 7000 ja suurin 3 010 000, mutta niitä ei ole piirretty kaavioon paremman luettavuuden saavuttamiseksi.

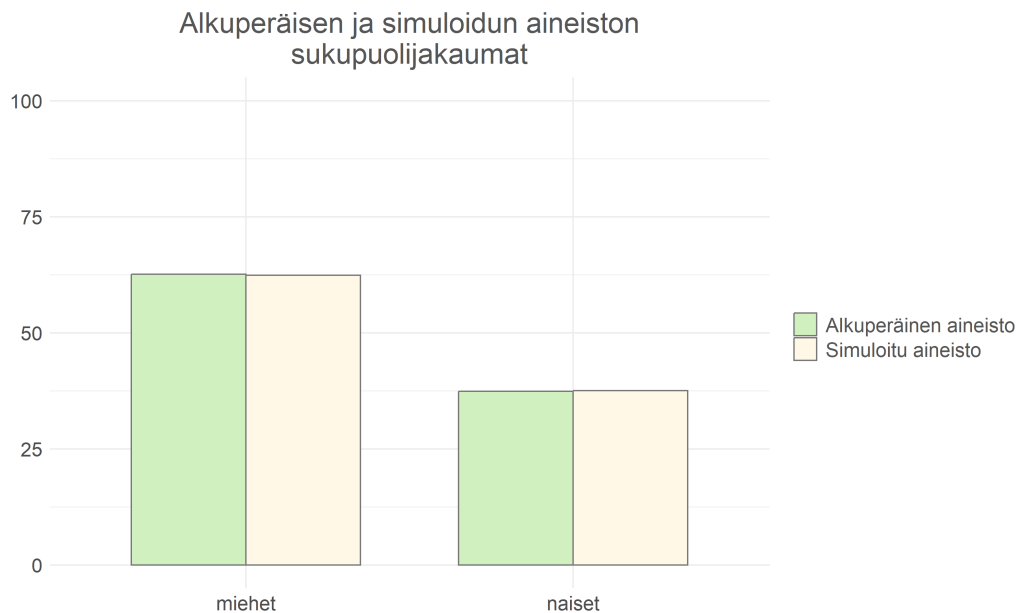
Jakauma sovitettiin karkeahkolla mallilla, joka näyttäisi kuvan 3.5 perusteella noudataavan samankaltaista jakaumaa kuin todelliset korvaussummat. Koska tutkielmassa ei keskitytä aineiston tarkkaan mallintamiseen, on log-normaalijakauma valituilla parametreillä riittävän tarkka lähtökohta kuvaamaan henkivakuutusportfolion korvaussummia, jotta yhden vuoden kokonaiskorvausmenoa voidaan mallintaa jossain määrin uskottavasti. Suurten ja pienten korvaussummien määrää ja suuruutta on kuitenkin vaikea arvioida kuvan perusteella, joten niitä tarkasteltiin erikseen simulointivaiheessa.



Kuva 3.5: Henkivakuutusportfolion korvaussummiin sovitettu log-normaalijakauma, jossa $\mu \approx 92\,167$ ja $\sigma \approx 63\,284$

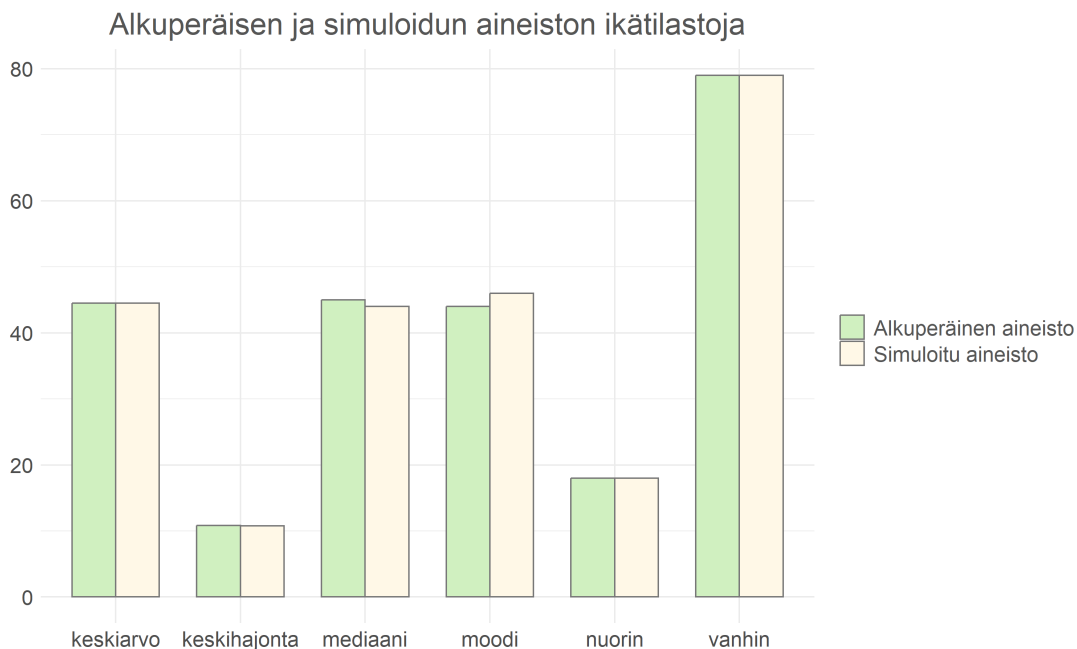
3.1.2 Aineiston simulointi sovitetuilla jakaumilla

Tutkimuksessa simuloitiin 76 102 vakuutetun portfolio R ohjelmistoa käyttäen (Liite A.3). Jokaiselle vakuutetulle arvottiin sukupuoli Monte Carlo -metodilla, johon miesten ja naisten osuudet saatiin alkuperäisen aineiston tarkasta sukupuolijakaumasta – miehiä noin 63 % ja naisia noin 37 %. Simuloidussa aineistossa vastaavat sukupuolten osuudet olivat noin 62 % ja 38 % eli ne vastasivat hyvin alkuperäisen aineiston sukupuolijakaumaa. Alkuperäisen aineiston ja simuloidun aineiston sukupuolijakaumat on esitetty kuvassa 3.6.



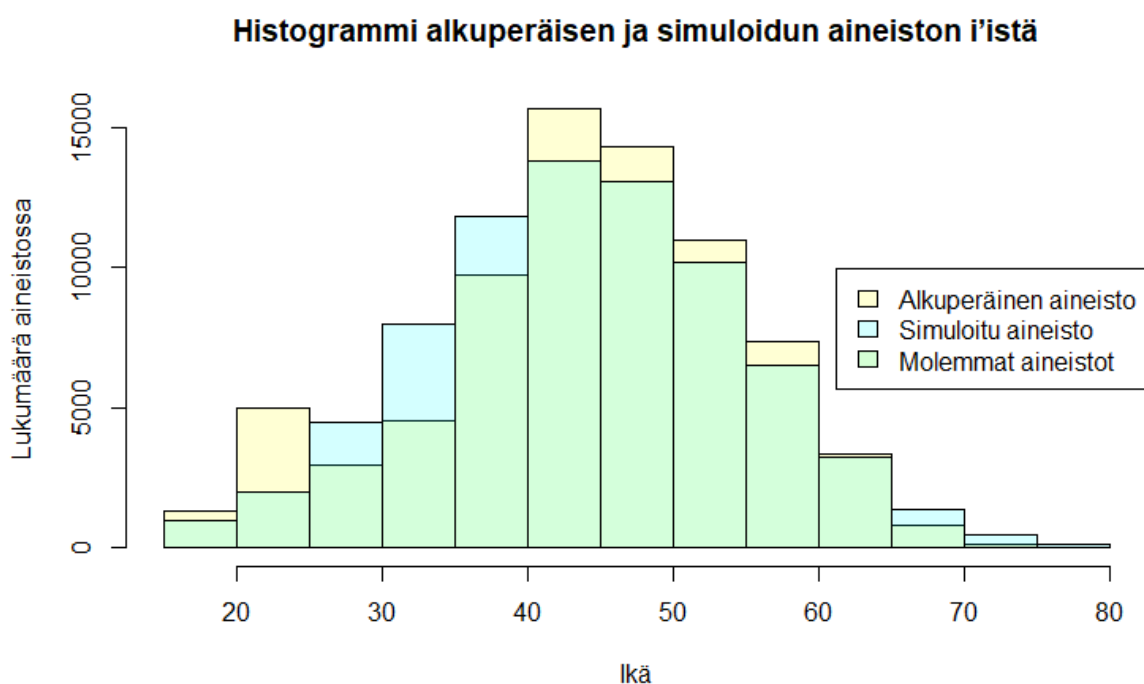
Kuva 3.6: Simuloidussa aineistossa miehiä oli noin 62 % ja naisia noin 38 %.

Iät simuloitiin tutkimusaineistoon sovitetusta normaalijakaumasta $N(44.5, 10.8)$ Monte Carlo -metodilla. Normaalijakauman pienimpiä ja suurimpia arvoja rajoitettiin alkuperäisen aineiston mukaisesti siten, että alle 18-vuotiaat korjattiin 18 vuotiaiksi ja yli 79-vuotiaat korjattiin 79-vuotiaiksi. Kuvassa 3.7 esitellään simuloituihin ikin liittyviä tilastoja.



Kuva 3.7: Simuloidun aineiston keskiarvo oli noin 44.5 vuotta, keskihajonta noin 10.8 vuotta, mediaani 44 vuotta ja moodi 46 vuotta. Nuorimman ja vanhimman vakuutetun iät rajoitettiin samoiksi kuin alkuperäisessä aineistossa eli 18- ja 79-vuotiaisiin.

Alkuperäisen ja simuloidun aineiston ikien histogrammit on esitetty kuvassa 3.8. Ideaalitulanteessa kuvassa olisi mahdollisimman suuri osuus vihreää, sillä keltainen ja sininen edustavat niitä alueita, joissa esiintyy vain alkuperäisen tai simuloidun aineiston vakuutettuja. Myös simuloitu ikäjakauma näyttää uskottavalta ikää kuvaavalta jakaumalta, vaikkei se täysin vastaakaan alkuperäistä aineistoa erityisesti noin 20 - 50 vuotiaiden kohdalla. On hyvä muistaa, että aineiston simuloinnin pohjalla on käytetty vain yhtä aineistoa ja on normaalia, etteivät kahden eri yhtiön riskihenkivakuutusportfoliot vastaa täysin toisiaan.



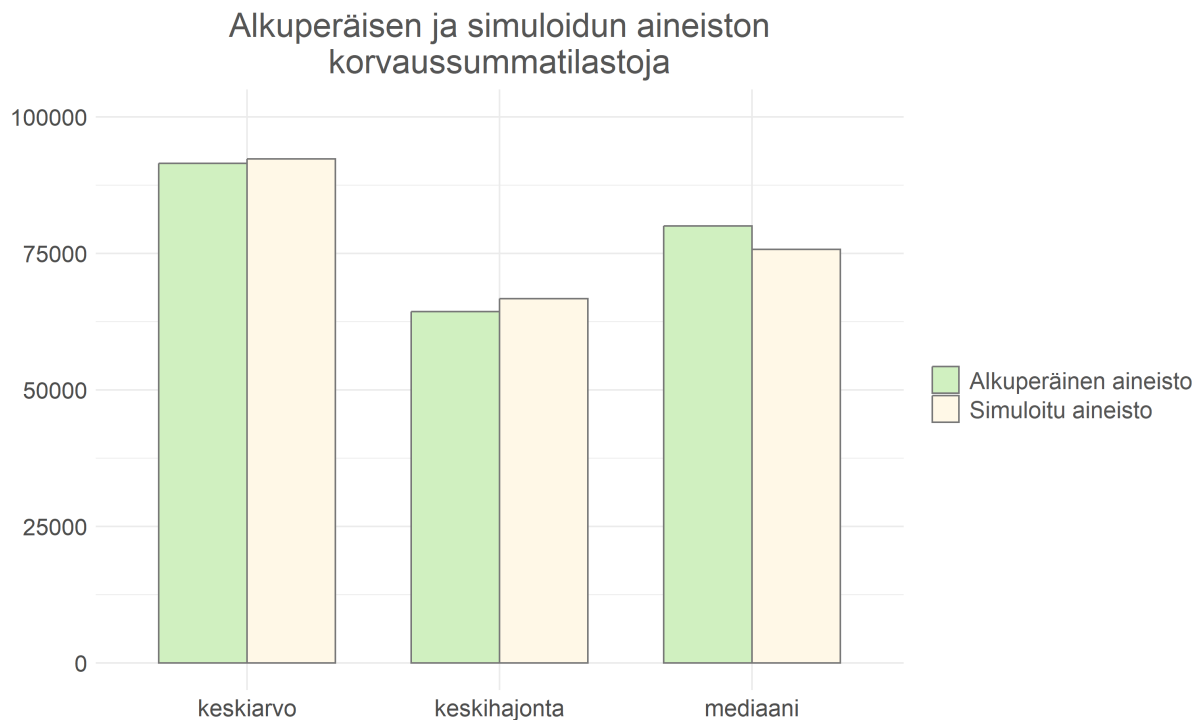
Kuva 3.8: Eri ikäisten lukumäärät vastaavat hyvin toisiaan erityisesti alle 20-vuotiaissa ja 50 - 80 -vuotiaissa.

Korvaussummat simuloitiin tutkimusaineistoon sovitetusta log-normaali-jakaumasta $LogN(92\,167, 63\,284)$ Monte Carlo -metodilla. Pienin korvaussumma rajoitettiin alkuperäisen aineiston mukaan olemaan 7000 € ja suuria korvaussummia lisättiin käsin, koska log-normaali-jakaumalla arvotuista korvaussummista puuttui kokonaiskorvausmenon arvioimisen kannalta oleellisia, yli miljoonan suuruisia, korvaussummia. Simuloidusta aineistosta 30 ensimmäisen vakuutetun korvaussummat korvattiin taulukon 3.1 mukaisesti vastaamaan paremmin alkuperäisen aineiston suurimpia korvaussummia.

Taulukko 3.1: Käsien lisätyt korvaussummat

Kappalemäärä	Korvaussumma
1	3 010 000 €
1	2 000 000 €
8	1 200 000 €
10	1 100 000 €
10	1 000 000 €

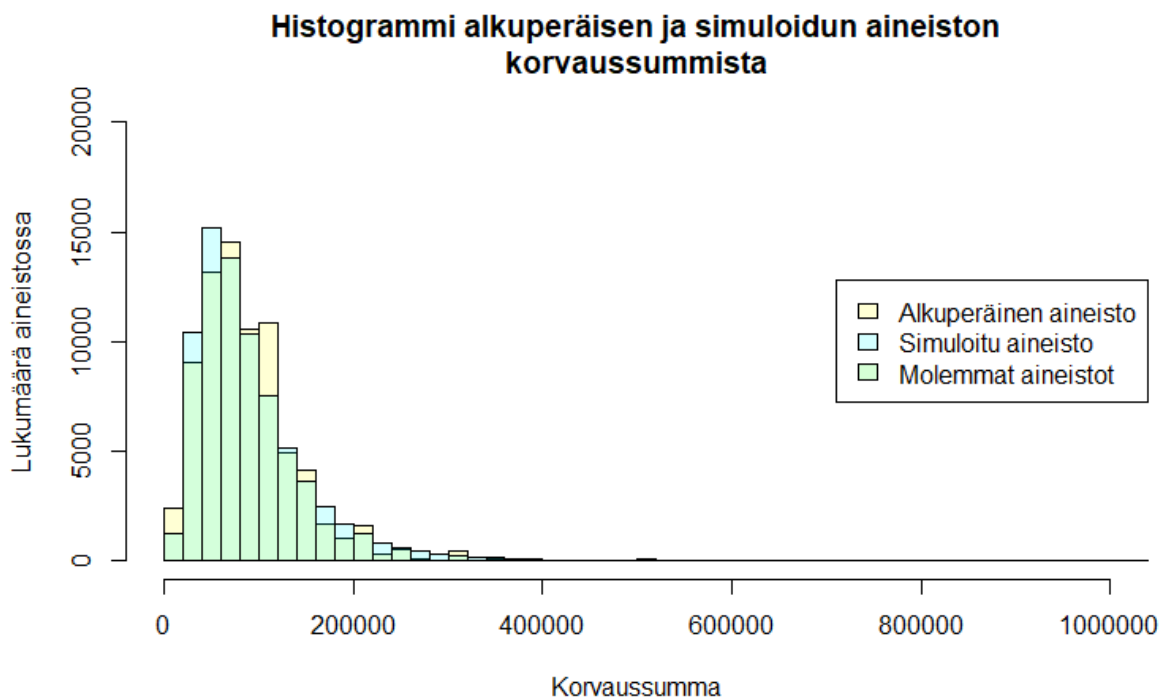
Kuvassa 3.9 esitellään korvaussummiin liittyviä tilastoja. Kuvat on piirretty manuaalisten korvaussummalisäysten jälkeen ja vertailuluvut näyttävät vastaavan melko hyvin toisiaan. Simuloidun aineiston yhdeksi moodiksi saadaan manuaalisesti lisätty korvaussumma 1 100 000 €, joten ainakin kyseinen arvo poikkeaa alkuperäisen aineiston ainoasta moodista (65 000 €) jonkin verran. Alkuperäisen aineiston korvaussummista valtaosa oli pyöreitä tasalukuja, kun taas simuloituun aineistoon päätyi arvoja kaikista kokonaisluvuista arpomisväliltä. Tämä selittää sen, että vaikka moodi-arvojen lukumäärä alkuperäisessä aineistossa oli 2376 kappaletta, simuloidussa aineistossa vastaavia arvoja oli vain 10 kappaletta.



Kuva 3.9: Simuloidun aineiston korvaussummien keskiarvo oli noin 92 285 €, keskihajonta noin 66 681 € ja mediaani noin 75 753 €. Kuvasta puuttuu moodi 1 100 000 € ja pienin sekä suurin korvaussumma (7000 € ja 3 010 000 €) paremman luottavuuden saavuttamiseksi.

Alkuperäisen ja simuloidun aineiston korvaussummien histogrammit on esitetty ku-

vassa 3.10. Ideaalitulanteessa kuvassa olisi mahdollisimman suuri osuus vihreää, sillä keltainen ja sininen edustavat niitä alueita, joissa esiintyy vain alkuperäisen tai simuloitun aineiston korvaussummia. Myös simuloitu korvaussummajakauma näyttää uskottavalta korvaussummia kuvaavalta jakaumalta erityisesti, kun pienin korvaussumma on rajoitettu alkuperäisen aineiston pienimpään korvaussummaan (7000 €) ja suurien korvaussummien tiedetään olevan lähellä alkuperäisen aineiston korvaussummia manuaalisten lisäysten ansiosta.



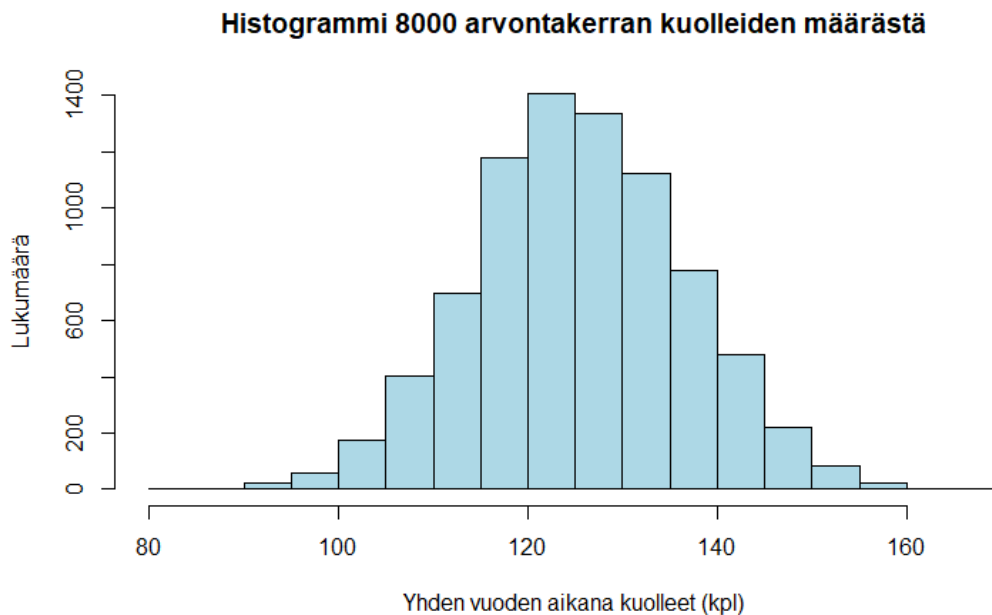
Kuva 3.10: Aineistot näyttävät vastaavan melko hyvin toisiaan korvaussummien osalta. Manuaalisten lisäysten ansiosta myös kuvan ulkopuolelle jäävien yli miljoonan suurusten korvaussummien lukumäärät ovat aineistoissa samaa suuruusluokkaa.

3.2 Tutkimuksen kuvaus

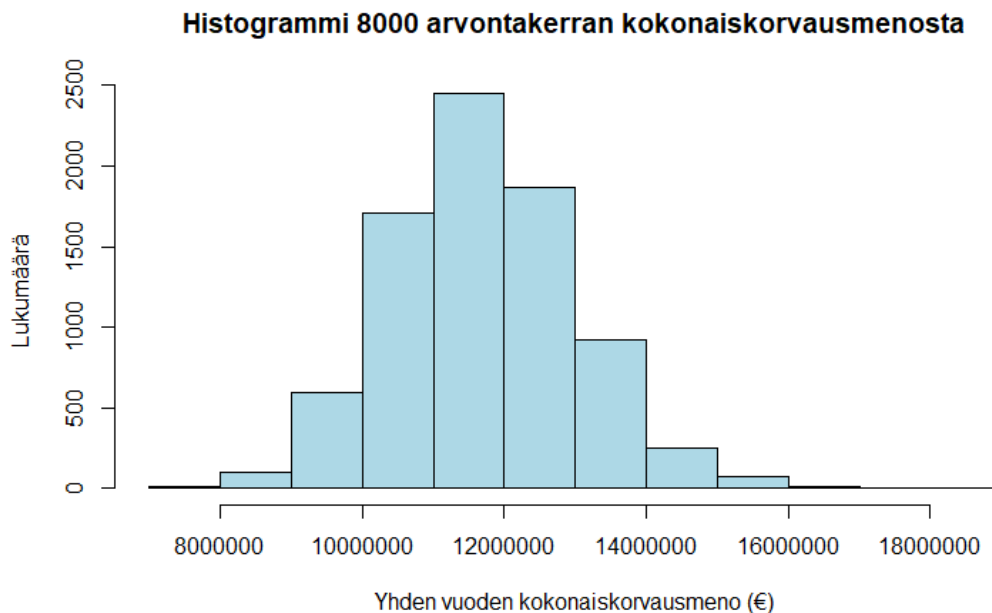
Tutkimuksessa simuloitiin 76 102 vakuutettua, joista jokaiselle arvottiin Monte Carlo -menetelmällä ikä, sukupuoli ja korvaussumma. Syntymävuosi laskettiin suoraan iästä ajanhetkelle 31.12.2023. Jokaiselle vakuutetulle laskettiin yhden vuoden kuolintodennäköisyys osion 2.2 mukaisesti (Liite A.4).

Monte Carlo -simuloinnilla määritettiin yhden vuoden aikana kuolleet ja laskettiin yhden vuoden kokonaiskorvausmeno (Liite A.5). Tämä toistettiin 8000 kertaa, mikä kesti R ohjelmistolla 5478.55 sekuntia eli noin 91 minuuttia. Vähimmillään vuoden aikana kuoli 84 vakuutettua ja enimmillään 167 vakuutettua. Histogrammiin 3.11 on koottu yhden

vuoden aikana kuolleiden lukumäärä kultakin vuodelta.



Kuva 3.11: Kuolleiden määrä vaihteli 84 ja 167 välillä. Yleisin kuolleiden lukumäärä oli 124 kuollutta ja yhden vuoden aikana kuolleiden keskiarvo oli noin 126.



Kuva 3.12: Kokonaiskorvausmeno vaihteli 7 228 448 € ja 18 728 411 € välillä. Yleisimpiä kokonaiskorvausmenosummaa oli useita ja ne vaihtelivat 10 571 257 € ja 11 717 263 € välillä. Kokonaiskorvausmenojen keskiarvo oli noin 11 700 089 €.

Kuvassa 3.12 on esitetty histogrammi arvotuista yhden vuoden kokonaiskorvausme-

noista. Pienin kokonaiskorvausmeno oli 7 228 448 € ja suurin 18 728 411 €.

Jokaisen vuoden kokonaiskorvausmenosta eriteltiin myös ensi- ja jälleenvakuuttajien osuudet valituille jälleenvakuutus sopimuksille. Tutkimuksessa vertailtiin seuraavia jälleenvakuutus sopimuksia, joissa Quota share jälleenvakuutuksen osuudet esitetään järjestyksessä ensivakuuttaja / jälleenvakuuttaja:

1. Ei jälleenvakuutusta
2. Quota share osuuksilla 25 % / 75 %
3. Quota share osuuksilla 50 % / 50 %
4. Quota share osuuksilla 75 % / 25 %
5. Quota share 50 000 € omapidätyksellä osuuksilla 25 % / 75 %
6. Quota share 50 000 € omapidätyksellä osuuksilla 50 % / 50 %
7. Quota share 50 000 € omapidätyksellä osuuksilla 75 % / 25 %
8. Quota share 300 000 € omapidätyksellä osuuksilla 25 % / 75 %
9. Quota share 300 000 € omapidätyksellä osuuksilla 50 % / 50 %
10. Quota share 300 000 € omapidätyksellä osuuksilla 75 % / 25 %
11. Excess of loss 100 000 € omapidätyksellä
12. Excess of loss 500 000 € omapidätyksellä
13. Excess of loss 1 000 000 € omapidätyksellä
14. Stop loss 10 000 000 € omapidätyksellä
15. Stop loss 15 000 000 € omapidätyksellä

Yhden vuoden konaiskorvausmenon odotusarvo ensivakuuttajalle ilman jälleenvakuutusta oli noin 11 698 222 €. Jälleenvakuutus sopimusten yhden vuoden vakuutusmaksua eli hintaa arvioitiin Quota share, Quota share omapidätyksellä ja Excess of loss -sopimuksissa laskemalla aineistosta jälleenvakuuttajan yhden vuoden kokonaiskorvausmenon odotusarvo ja kertomalla se kuluja vastaavilla kertoimilla (1.10, 1.11, 1.12, . . . , 1.30) (Liite A.6).

Vertailtavaksi saatiin siis useita hinta-arvioita kullekin jälleenvakuutus sopimukselle, koska markkinoilla kulujen kerroin vaihtelee ja tarkkaa hintaa on vaikeaa arvioida.

Stop loss -sopimuksissa hinta arvioitiin simuloidun aineiston vuosittaisten jälleenvakuuttajan osuuksien keskiarvoista, jotka niin ikään kerrottiin kuluja vastaavilla kertoimilla (1.10, 1.11, 1.12, ..., 1.30). VaR arvot laskettiin kullekin sopimukselle hintaväleille, jotka on esitetty taulukossa 3.2.

Taulukko 3.2: Jälleenvakuutusratkaisujen hinta-arviot.

Vakuutustyyppi	Ensivakuuttajan osuus ja/tai omapidätys	Alin hinta	Ylin hinta
Ei jälleenvakuutusta	100 %	0 €	0 €
QS	25 %	9 651 033 €	11 405 767 €
QS	50 %	6 434 022 €	7 603 844 €
QS	75 %	3 217 011 €	3 801 922 €
QS omapidätyksellä	25 % ja 50 000 €	8 725 597 €	10 312 069 €
QS omapidätyksellä	50 % ja 50 000 €	5 817 065 €	6 874 713 €
QS omapidätyksellä	75 % ja 50 000 €	2 908 532 €	3 437 356 €
QS omapidätyksellä	25 % ja 300 000 €	644 961 €	762 227 €
QS omapidätyksellä	50 % ja 300 000 €	429 974 €	508 151 €
QS omapidätyksellä	75 % ja 300 000 €	214 987 €	254 075 €
XL	100 000 €	2 862 684 €	3 383 172 €
XL	500 000 €	91 175 €	107 753 €
XL	1 000 000 €	22 852 €	27 006 €
SL	10 000 000 €	1 922 829 €	2 272 435 €
SL	15 000 000 €	7841 €	9267 €

VaR arvoihin valittiin VaR-luottamustasoiksi 90 %, 95 %, 99 % ja 99,5 % ja aikaväliksi yksi vuosi. Jokaiselle sopimukselle laskettiin VaR arvot kaikilla valituilla VaR-luottamustasoilla ensivakuuttajan näkökulmasta (VaR yhden vuoden kokonaiskorvausmenosta + jälleenvakuutus sopimuksen hinta) (Liite A.7). R ohjelmistolla laskettiin VaR arvot kullekin sopimukselle myös ilman jälleenvakuutuksen hintaa, mutta jatkossa VaR arvolla viitataan nimenomaan sopimuksen hinnan sisältävään arvoon, jotta VaR arvot olisivat keskenään vertailukelpoisia.

Koska VaR arvot laskettiin yhdelle jälleenvakuutus sopimukselle useilla eri hinnoilla, piirrettiin VaR arvoista kuvaajat, joissa vaaka-akselilla on jälleenvakuutuksen hinta ja pystyakselilla kyseiseen hintaan liitetty VaR arvo.

3.3 Tulokset ja johtopäätökset

Tutkielman ensisijainen tulos on riskihenkivakuutuksen mallintamisen ja jälleenvakuutus sopimusten vertailun mahdollistavan mallin esittäminen. Lisäksi simulaatiotutkimuksessa on laskettu VaR arvoja eri jälleenvakuutus sopimuksilla, arvioiduille hintaväleille. Nämä

arvot voivat antaa suuntaa-antavan tuloksen siitä, miten eri jälleenvakuutus sopimukset vertaantuvat keskenään, mutta ei vastaa suoraan kysymykseen, mikä on ensivakuuttajalle edullisin jälleenvakuutus.

Tulokset on johdettu yhdelle simuloidulle aineistolle ja niihin on valittu 15 keskenään erilaista jälleenvakuutus sopimusta. Todellisuudessa aineisto tai tarjolla olevat sopimukset voivat poiketa tutkimuksessa käytetyistä ja jälleenvakuutus sopimusten hinnat voivat olla arvioidun hintahaarukan ulkopuolella. Kuitenkin varsinaisen tuloksen, eli vertailumallin, avulla ensivakuuttaja voi saada arvion kokonaiskorvausmenosta eri jälleenvakuutus ratkaisuilla, kun tiedossa on jälleenvakuutuksen tyyppi, hinta ja riskihenkivakuutus aineisto.

Tutkielmassa ei oteta erikseen myöskään kantaa sopimusten saatavuuteen, pääoma vaatimusten tasoihin tai jälleenvakuuttajaan liittyviin riskeihin, kuten luotettavuuteen, konkurssiriskiin tai riskeiltä suojautumisesta saatavan tiedon laatuun. Tarkoituksena on siis verrata ensivakuuttajalle koituvia kuluja korvausmenon ja jälleenvakuutus ten hinnan muodossa VaR-riskimittaria käyttäen. VaR arvojen vertailussa on otettava huomioon myös se, että Stop loss -sopimuksen hinta-arvio on tehty eri menetelmällä kuin muiden jälleenvakuutus ratkaisujen hinta-arviot.

3.3.1 Tulokset

Kuten luvussa 2.4 on esitetty, 90 % VAR-luottamustasolla laskettu VaR X kertoo, että X kokoinen tai suurempi tappio tapahtuu tilastollisesti kerran kymmenessä vuodessa. Vastaavasti 95 % kohdalla vähintään X suuruinen tappio tapahtuu kerran 20 vuodessa, 99 % kohdalla kerran 100:ssa vuodessa ja 99,5 % kohdalla kerran 200:ssa vuodessa. VaR arvot hintakertoimella 1.1 on listattu taulukkoon 3.3 ja VaR arvot hintakertoimella 1.3 taulukkoon 3.4.

Taulukoihin on merkattu vihreän sävyillä kunkin VaR-luottamustason kolme matalinta VaR arvoa ja punaisen sävyillä kolme korkeinta VaR arvoa.

Taulukko 3.3: VaR arvot eri VaR-luottamustasoilla ja jälleenvakuutusratkaisuille hintakertoimella 1.1.

Vakuutus	Osuus*/omapidätys	90 %	95 %	99 %	99,5 %
Ei	100 %	13 393 022 €	13 885 103 €	15 066 246 €	15 537 672 €
QS	25 %	12 999 288 €	13 122 309 €	13 417 594 €	13 535 451 €
QS	50 %	13 130 533 €	13 376 574 €	13 967 145 €	14 202 858 €
QS	75 %	13 261 777 €	13 630 839 €	14 516 695 €	14 870 265 €
QS op.	25 %/50 000 €	12 985 014 €	13 123 730 €	13 451 493 €	13 600 940 €
QS op.	50 %/50 000 €	13 106 892 €	13 362 874 €	13 954 682 €	14 197 355 €
QS op.	75 %/50 000 €	13 247 153 €	13 625 050 €	14 501 021 €	14 883 755 €
QS op.	25 %/300 000 €	13 249 006 €	13 693 826 €	14 563 183 €	14 800 369 €
QS op.	50 %/300 000 €	13 263 911 €	13 733 499 €	14 631 452 €	14 908 180 €
QS op.	75 %/300 000 €	12 819 032 €	13 263 852 €	14 133 209 €	14 370 395 €
XL	100 000 €	13 081 439 €	13 402 536 €	14 028 096 €	14 236 078 €
XL	500 000 €	13 338 909 €	13 813 684 €	14 724 887 €	15 073 080 €
XL	1 000 000 €	13 381 200 €	13 846 157 €	14 948 904 €	15 246 711 €
SL	10 000 000 €	11 922 829 €	11 922 829 €	11 922 829 €	11 922 829 €
SL	15 000 000 €	13 400 863 €	13 892 945 €	15 007 842 €	15 007 842 €

Taulukko 3.4: VaR arvot eri VaR-luottamustasoilla ja jälleenvakuutusratkaisuille hintakertoimella 1.3.

Vakuutus	Osuus*/omapidätys	90 %	95 %	99 %	99,5 %
Ei	100 %	13 393 022 €	13 885 103 €	15 066 246 €	15 537 672 €
QS	25 %	14 754 022 €	14 877 042 €	15 172 328 €	15 290 184 €
QS	50 %	14 300 355 €	14 546 396 €	15 136 967 €	15 372 680 €
QS	75 %	13 846 688 €	14 215 750 €	15 101 606 €	15 455 176 €
QS op.	25 %/50 000 €	14 571 486 €	14 710 202 €	15 037 965 €	15 187 412 €
QS op.	50 %/50 000 €	14 164 540 €	14 420 522 €	15 012 330 €	15 255 003 €
QS op.	75 %/50 000 €	13 775 977 €	14 153 874 €	15 029 845 €	15 412 579 €
QS op.	25 %/300 000 €	13 366 272 €	13 811 092 €	14 680 449 €	14 917 635 €
QS op.	50 %/300 000 €	13 342 088 €	13 811 676 €	14 709 629 €	14 986 357 €
QS op.	75 %/300 000 €	12 858 121 €	13 302 941 €	14 172 298 €	14 409 484 €
XL	100 000 €	13 601 927 €	13 923 024 €	14 548 584 €	14 756 566 €
XL	500 000 €	13 355 486 €	13 830 261 €	14 741 464 €	15 089 658 €
XL	1 000 000 €	13 385 355 €	13 850 311 €	14 953 058 €	15 250 866 €
SL	10 000 000 €	12 272 435 €	12 272 435 €	12 272 435 €	12 272 435 €
SL	15 000 000 €	13 402 289 €	13 894 371 €	15 009 268 €	15 009 268 €

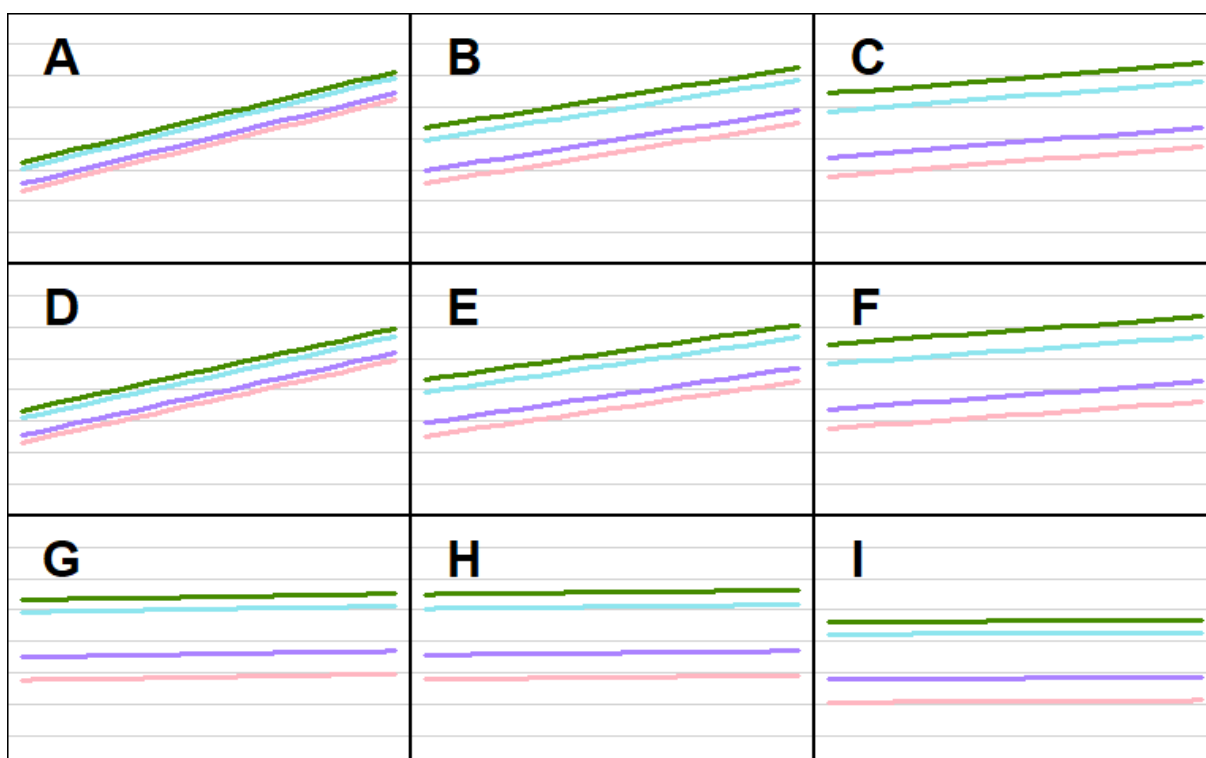
VaR arvoista piirretyt kuvaajat on koottu kuviin 3.13 ja 3.14. Jokaisen kuvan vaaka-akselin hinnat alkavat 1.1 kertoimella kerrotusta hinnasta (x akselin vasen reuna) ja päät-

*Ensivakuuttajan osuus

tyvät 1.3 kertoimella kerrottuun (x akselin oikea reuna) eli ne ovat keskenään vertailukelpoisia, vaikka vaaka-akselin arvot vaihtelevat sopimuksesta riippuen.

Kullakin VaR-luottamustasolla VaR kasvaa pienimmästä hinnasta lineaarisesti suurimpaan hintaan, sillä hintavaihtelu johtuu kuluja vastaavilla kertoimilla kertomisesta. Pystyakselin arvojen vaihteluväli (11 750 000 € - 16 000 000 €) on pidetty samana vertailun helpottamiseksi.

Kuvassa 3.13 on esitetty kaikkien QS ja QS omapidätyksellä -sopimusten VaR arvot lasketuille hintaväleille. QS sopimusten prosenttiosuudet on ilmaistu ensivakuuttajan näkökulmasta.



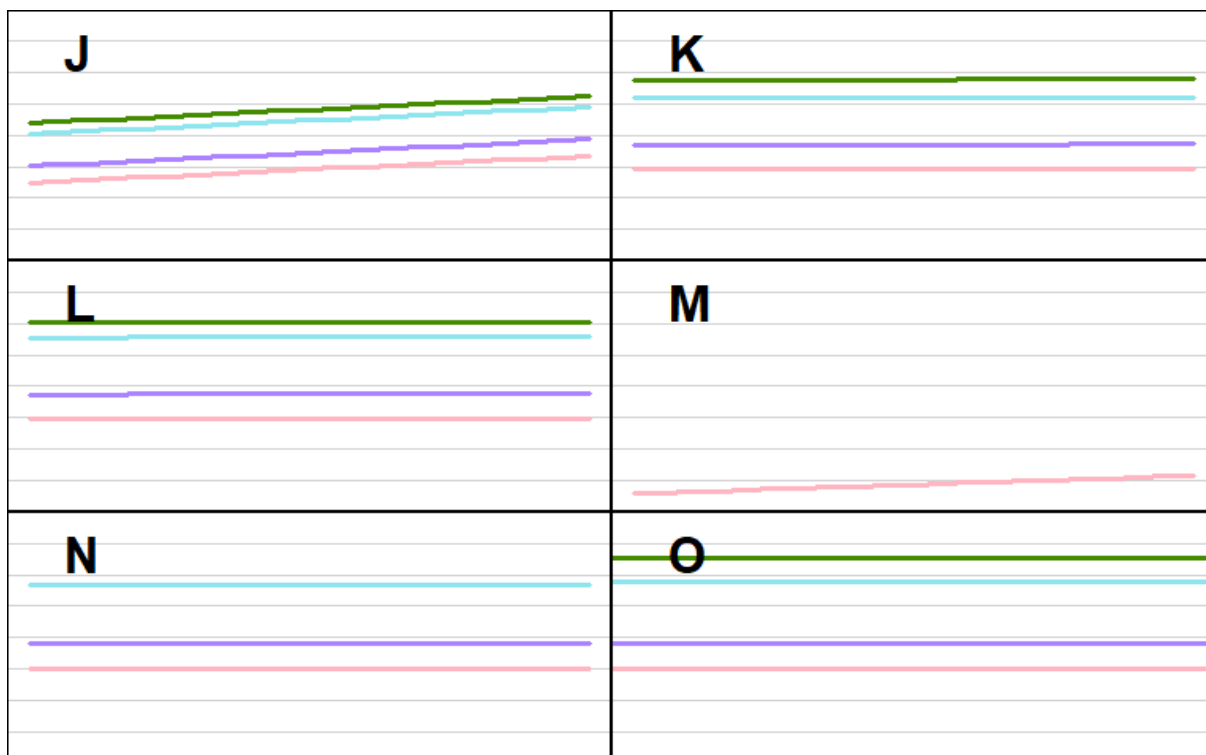
Kuva 3.13: Vihreä viiva kuvaa 99,5 % VaR arvoa, sininen 99 %, liila 95 % ja vaaleanpunainen 90 %.

A: QS 25 %; B: QS 50 %; C: QS 75 %

D: QS 25 % omapidätyksellä 50 000€; E: QS 50 % omap. 50 000 €; F: QS 75 % omap. 50 000 €

G: QS 25 % omapidätyksellä 300 000€; H: QS 50 % omap. 300 000 €; I: QS 75 % omap. 300 000 €

Kuvassa 3.14 on esitetty XL ja SL sopimusten VaR arvot lasketuille hintaväleille sekä VaR arvot ilman jälleenvakuutussopimusta.



Kuva 3.14: Vihreä viiva kuvaa 99,5 % VaR arvoa, sininen 99 %, liila 95 % ja vaaleanpunainen 90 %. Kuvissa M ja N VaR arvot kahdella tai useammalla VaR-luottamustasolla ovat keskenään samat, joten näitä VaR arvoja on kuvattu vain yhdellä kuvaajalla.

J: XL 100 000 €; K: XL 500 000 €; L: 1 000 000 €

M: SL 10 000 000 €; N: SL 15 000 000 €

O: Ei jälleenvakuutusta

3.3.2 Johtopäätökset

Yleisiä johtopäätöksiä tutkimuksesta

Luotu riskihenkivakuutusmalli mahdollistaa yhden vuoden kokonaiskorvausmenon mallintamisen halutulla tavalla. Aineiston simuloimiseen voitaisiin kuitenkin rakentaa tarkempi malli jo pienillä muutoksilla. Lisäksi kuolintodennäköisyyksien arvioimiseen voisi käyttää vuoden 2012 kuolevuusmallia [12] tai vielä uudempaa kuolevuusmallia, jollaista ei tämän tutkielman valmistumishetkellä ole vielä julkaistu.

Tutkielmassa tarkasteluväliksi asetettiin yksi vuosi, mikä on usein lyhyt aika pelkän ensivakuuttajan kokonaiskorvausmenon arvioimiseen, mutta toisaalta antaa hyödyllistä tietoa vuotuisista tappioista erityisesti jälleenvakuutus sopimusten vertailun kannalta. Tarkasteluväliä on kuitenkin helppo tarvittaessa muuttaa kuolintodennäköisyyden laske misvaiheessa.

Jälleenvakuutus sopimusten hintojen arviointi rajattiin tutkielman pääasiallisen aiheen ulkopuolelle, joten sen tarkempaan toteuttamiseen olisi mahdollista keskittyä huo-

mattavasti syvemmillä tasolla. Jälleenvakuutustyyppit valittiin omapidätysrajoiltaan ja ensivakuuttajan osuuksilta edustamaan laajaa kirjoa mahdollisista jälleenvakuutus-sopimuksista.

Tutkimusta varten ei selvitetty jälleenvakuutusmarkkinoiden todellista tarjontaa riskihenkivakuutuksille, joten on mahdollista että joitakin esiteltyjä sopimustyyppiejä ei käytännössä ole tarjolla tai että tarjolla on myös sellaisia sopimuksia, joita ei tässä tutkielmassa ole esitelty lainkaan. Sopimustyyppien hienovaraisia eroja esimerkiksi 20 % ja 25 % ensivakuuttajan osuuksilla ei ollut mielekästä vertailla simuloitulla aineistolla etenkin, kun tutkimusta varten ei selvitetty todellista tarjontaa.

Liitteessä A olevan koodin avulla on mahdollista vertailla jälleenvakuutus-sopimuksia myös tutkielman ulkopuolelta ja vertailussa on mahdollista käyttää todellista aineistoa tai tarkkoja jälleenvakuutusten hintoja. Tutkielmassa vertailu toteutettiin Value at Risk -riskimittarin avulla, joten erilaisella arviointimenetelmällä myös saadut kvantitatiiviset tulokset olisivat voineet poiketa nykyisistä tuloksista. Vaikka simuloinnin kvantitatiiviset tulokset eivät olleet tutkielman ensisijaisena aiheena, käydään seuraavassa kappaleessa läpi johtopäätöksiä myös niistä.

Johtopäätöksiä simulointitutkimuksen tuloksista

Yhden vuoden aikana kuolleiden ja vuotuisen kokonaiskorvausmenon voidaan katsoa noudattelevan normaalijakaumaa kuvien 3.11 ja 3.5 perusteella. 8000 simulointikertaa vaikuttaisi histogrammien perusteella olleen riittävä lukumäärä kuvaamaan laajasti erilaisia mahdollisia lopputuloksia yhdelle vuodelle, joskin vieläkin suuremmalla simulointikertojen määrällä olisi voitu saada nykyistä tarkempaa dataa ensivakuuttajan kokonaiskorvausmenosta ilman jälleenvakuutusta ja erilaisilla jälleenvakuutus-sopimuksilla.

Taulukossa 3.2 esitetyt jälleenvakuutusten vuosihinnat vaihtelivat suuresti. Edullisin sopimus oli SL 15 000 000 € omapidätyksellä ja kallein QS ensivakuuttajan osuudella 25 %. Kertoimella 1.1 halvin sopimus maksoi 7841 €/vuosi ja kallein 9 651 033 €/vuosi. Kertoimella 1.3 vastaavat hinnat olivat 9267 €/vuosi ja 11 405 767 €/vuosi. Vertailussa on kuitenkin muistettava, että SL sopimusten hinnat arvioitiin muiden jälleenvakuutus-sopimusten kanssa eri menetelmällä.

Suurin syy hintojen vaihteluun on jälleenvakuuttajan kantaman riskin määrä – siirrettävän riskin kasvaessa, myös hinta luonnollisesti kasvaa. Tämä näkyy laskevasti eri sopimustyyppien hinnoissa, kun omapidätyksen määrä tai ensivakuuttajan osuus kasvaa.

VaR arvot kaikille sopimustyypeille eri VaR-luottamustasoilla on kirjattu taulukkoon 3.3 hintakertoimella 1.1 ja taulukkoon 3.4 hintakertoimella 1.3. Molemmilla hintakertoimilla ja kaikilla VaR-luottamustasoilla Stop loss 10 000 000 € on VaR arvojen perusteella ensivakuuttajalle selvästi kannattavin jälleenvakuutus. Taustalla voi olla monia

syitä.

Stop loss -sopimus suojaa hyvin katastrofivahingoilta, sillä vuoden kokonaiskorvausmeno ei voi ylittää 10 000 000 € omapidätysrajaa. Ensivakuuttaja maksaa vuosittain jälleenvakuutus sopimuksen hinnan lisäksi siis enintään 10 000 000 € korvausmenoa. Käytännössä 10 000 000 € kokonaiskorvausmeno toteutui useimpina vuosina, kuten kuvasta 3.12 voidaan havaita.

Kyseiselle portfoliolle Stop loss -sopimusraja 10 000 000 € ei todellisuudessa olisi kovinkaan tyypillinen, sillä yleensä Stop loss -sopimuksen omapidätysraja asetetaan niin korkealle, että jälleenvakuuttaja kantaa osan riskistä vasta sitten, kun ensivakuuttaja on kärsinyt vakuutusliikkeestä selvän tappion. On siis todennäköistä, että kyseisen sopimuksen saatavuus on heikko.

Stop loss -sopimuksen hinta arvioitiin eri tavalla muihin sopimustyyppisiin verrattuna. Siksi Stop Loss -sopimusten VaR arvot eivät välttämättä ole täysin vertailukelpoisia muiden sopimustyyppien kanssa ja on mahdollista, että todellisuudessa hinta olisi arviota kalliimpi. Jos sopimuksen todellinen hinta olisi arvioon nähden kaksinkertainen, ei Stop Loss 10 000 000 € olisi enää vertailussa ylivoimainen.

Hintakertoimella 1.1 ja VaR-luottamustasoilla 90 % ja 95 % kannattavilta sopimuksilta vaikuttavat myös QS 25 %, QS 25 % omapidätyksellä 50 000 € ja QS 75 % omapidätyksellä 300 000 €. Näistä VaR-luottamustasoilla 90 % ja 99,5 % muiden sopimusten VaR arvoja alhaisemmiksi jäävät QS 25 % ja QS 25 % omapidätyksellä 50 000 € sopimukset.

Hintakertoimella 1.3 kannattavalta sopimukselta vaikuttaa erityisesti QS 75 % omapidätyksellä 300 000 €, jolla on SL 10 000 000 € sopimuksen jälkeen matalimmat VaR arvot kaikilla VaR-luottamustasoilla.

VaR arvojen erot kasvavat VaR-luottamustason kasvaessa. Esimerkiksi hintakertoimella 1.1 ja VaR-luottamustasolla 90 % vaihteluväli on 573 988 €, kun taas VaR-luottamustasolla 99,5 % vastaava vaihteluväli on 2 002 221 € (kun SL sopimuksia ei oteta huomioon). Korkeammilla VaR-luottamustasoilla voidaan siis katsoa olevan enemmän merkitystä, jos VaR arvo saadaan selvästi muita sopimuksia alhaisemmaksi.

Matala VaR arvo 90 % VaR-luottamustasolla ennustaa matalaa maksimitappiota yksittäiselle vuodelle kymmenen vuoden aikana ja korkea VaR arvo 99,5 % VaR-luottamustasolla ennustaa korkeaa maksimitappiota yhdelle vuodelle 200 vuoden aikana. Siis vaikka sopimuksen VaR arvot olisivat muihin verrattuna hieman alhaisemmat matalalla VaR-luottamustasolla, voi korkeamman VaR-luottamustason korkea VaR arvo ennustaa selkeästi suurempia tappioita yksittäisinä vuosina pidemmällä aikavälillä.

Kuvissa 3.13 ja 3.14 on esitetty VaR arvojen kuvaajat hintakertoimesta 1.1 hintakertoimeen 1.3 kaikille valituille sopimustyypeille VaR-luottamustasoilla 90 %, 95 %, 99 % ja 99,5 %. Kuten taulukoista havaitsimme, vaikuttavat SL 10 000 000 € sopimuksen VaR arvot kauttaaltaan muita sopimuksia matalammilta. Myös QS 75 % omapidätyksellä

300 000 € -sopimuksen VaR arvot erottuvat alhaisempina. Jyrkät kuvaajat ruuduissa A ja D (QS 25 % ja QS 25 % omapidätyksellä 50 000 €) tarkoittavat matalia VaR arvoja hintakertoimella 1.1, mutta korkeampia VaR arvoja hintakertoimella 1.3.

Kuvien 3.13 ja 3.14 perusteella korkeilta VaR arvoilta vaikuttavat erityisesti QS ja QS omapidätyksellä 50 000 € sopimukset, jos vertailussa käytetään 1.3 hintakerrointa. Myös XL 500 000 € ja 1 000 000 € sopimukset erottuvat korkeiden VaR arvojen osalta erityisesti VaR-luottamustasoilla 99 % ja 99,5 %.

VaR arvot ilman jälleenvakuutusta ovat samaa suuruusluokkaa monien eri jälleenvakuutusratkaisujen VaR arvojen kanssa alhaisemmilla VaR-luottamustasoilla 90 % ja 95 % sekä VaR-luottamustasolla 99 %, jos vertailussa käytetään hintakertoimella 1.3 kerrottuja hintoja. Kuitenkin 99,5 % VaR-luottamustasolla VaR arvo ilman jälleenvakuutusta on kaikista jälleenvakuutusratkaisuista korkein.

4. Yhteenveto

4.1 Tutkimuskysymys

Tutkielman tutkimuskysymykset esitettiin johdannossa [1] ja ne olivat: kuinka mallintaa riskihenkivakuutuksen yhden vuoden kokonaiskorvausmenoa ensivakuuttajan näkökulmasta ja kuinka vertailla erilaisten jälleenvakuutusratkaisujen vaikutusta ensivakuuttajan vuotuisen kokonaiskorvausmenoon Value at Risk -riskimittaria käyttäen.

Tutkimuskysymyksiin vastattiin enimmäkseen kattavasti, sillä riskihenkivakuutuksen yhden vuoden kokonaiskorvausmenon mallintamiseen esiteltiin toimiva menetelmä. Myös jälleenvakuutus sopimusten vertailuun esitettiin useita eri sopimuksia kattava vertailumalli, jossa kokonaiskorvausmenoa arvioitiin VaR-riskimittarilla. Mallit toteutettiin R ohjelmistolla ja kaikki simulaatiotutkimuksen kannalta oleellinen koodi on esitetty tutkielman liitteessä A.

Esitettyjä menetelmiä voisi kuitenkin optimoida tehokkaammiksi parantelemalla R koodia tai käyttämällä tehokkaamman suorittamisen mahdollistavaa ohjelmointiympäristöä. Riskihenkivakuutusten kokonaiskorvausmenon mallintamista saisi tarkennettua myös esimerkiksi käyttämällä uudempaa ja tarkempaa kuolevuusmallia.

Menetelmien käyttämisessä on otettava huomioon erityisesti aineiston simuloinnissa käytetyn karkean mallin mahdollinen virhe ja henkilöriski, joka syntyy siitä, että tutkielma ja siinä esitetyt menetelmät ovan yhden henkilön, pääasiallisesti yksin, toteuttamia.

4.2 Aineiston simuloiminen

Mallintamista varten tutkimuksessa simuloitiin henkivakuutusaineisto karkeilla tilastollisilla malleilla. Aineiston simulointi olisi voitu toteuttaa huomattavasti tarkemmilla malleilla, jos se olisi ollut tutkimuksen ensisijainen tavoite. Yksi jatkotutkimuksen aihe voisi olla aineiston simuloinnin optimointi, joka voitaisiin toteuttaa esimerkiksi parantelemalla seuraavia osa-alueita.

- Sovittamalla ikään alkuperäistä aineistoa paremmin kuvaava kaksihuippuinen ikäjakauma

- Arvioimalla suuria korvaussummia log-normaalijakaumaa paksuhäntäisemmällä jakaumalla (esimerkiksi Pareto -jakaumalla)
- Tutkimalla riippuvuuksia eri ominaisuuksien välillä (esimerkiksi ovatko vakuutetut miehet vakuutettuja naisia vanhempia tai ovatko miesten korvaussummat naisia suurempia)
- Käyttämällä useampaa tausta-aineistoa aineistoa simuloinnin pohjalla

4.3 Simulaatiotutkimus

Tutkielmassa tarkasteluväliksi asetettiin yksi vuosi, koska tutkimuksessa oleellista oli myös jälleenvakuutusratkaisujen vertailu. Pelkän riskihenkivakuutuksen kokonaiskorvausmenon arvioimiseksi olisi vakuutusyhtiöiden kannalta hyödyllisempää käyttää pidempää tarkasteluväliä, mikä onnistuu helposti muokkaamalla käytettyä kuolintodennäköisyyden kaavaa.

Tutkielmassa ei otettu erikseen kantaa ensivakuuttajan pääomavaatimusten tasoihin, jälleenvakuutus sopimusten saatavuuteen tai jälleenvakuuttajaan liittyviin riskeihin, kuten luotettavuuteen, konkurssiriskiin tai riskeiltä suojaautumisesta saatavan tiedon laatuun. Tutkimuksessa siis verrattiin ainoastaan ensivakuuttajalle koituvia kuluja korvausmenojen ja jälleenvakuutusten hinnan muodossa VaR-riskimittaria käyttäen.

Jälleenvakuutus sopimusten hintojen arviointi rajattiin tutkielman pääasiallisen aiheen ulkopuolelle, joten sen tarkempaan toteuttamiseen olisi mahdollista keskittyä huomattavasti syvemmillä tasolla.

Jälleenvakuutus tyyppit valittiin omapidätysrajoiltaan ja ensivakuuttajan osuuksilta edustamaan laajaa kirjoa mahdollisista jälleenvakuutus sopimuksista. Tutkimusta varten ei selvitetty jälleenvakuutus markkinoiden todellista tarjontaa tai hintoja, joten kaikkia sopimustyyppjeä ei välttämättä todellisuudessa löydy markkinoilta tai niiden hinnat voivat olla hinta-arvioiden ulkopuolella.

Tarjonnan ja todellisten hintojen kattavan selvityksen tekeminen olisi voinut mahdollistaa tarkemman lopputuloksen jälleenvakuutus sopimusten hintojen arvioimisessa ja jälleenvakuutus sopimustyyppien valinnassa. Se olisi poistanut myös nykyisessä tutkimuksessa olevan ongelman, jossa SL sopimusten hinta-arviot toteutettiin eri menetelmällä muihin jälleenvakuutus sopimuksiin verrattuna.

Tutkielmassa jälleenvakuutus tusten vertailu toteutettiin Value at Risk -riskimittarin avulla, joten erilaisella arviointimenetelmällä saadut kvantitatiiviset tulokset olisivat voineet poiketa nykyisistä tuloksista. Tutkimusta olisi voitu laajentaa kattamaan myös muita vertailumittareita, kuten Tail VaR:ia kuvaamaan, kuinka paljon tappio ylittää VaR arvon tai hajontalukuja kuvaamaan simuloidun kokonaiskorvausmenoaineiston vaihteluiden

määrää.

4.4 VaR arvot eri jälleenvakuutuksilla

Simuloidulle tutkimusaineistolle selvästi paras jälleenvakuutusratkaisu VaR arvon perusteella oli Stop Loss 10 000 000 €. Koska Stop Loss sopimusten hinnat arvioitiin eri tavalla muiden sopimusten kanssa, eivät VaR arvot ole kuitenkaan välttämättä täysin vertailukelpoisia muiden sopimustyyppien kanssa. Seuraavaksi matalimmat arvot oli Quota Share 75 % omapidätyksellä 300 000 € sopimuksella, jossa prosenttiosuus kuvaa ensivakuuttajan osuutta. Sopimuksen VaR arvot erottuivat erityisesti hintakertoimella 1.3 hintoja arvioitaessa.

QS 25 % ja QS 25 % omapidätyksellä 50 000 € sopimuksilla oli matalat VaR arvot hintakertoimella 1.1, mutta korkeat VaR arvot hintakertoimella 1.3.

Korkean VaR arvon sopimuksilta vaikuttivat erityisesti kaikki QS ja QS omapidätyksellä 50 000 € sopimukset, kun vertailussa käytettiin 1.3 hintakerrointa. Myös XL 500 000 € ja 1 000 000 € sopimukset erottuivat korkeiden VaR arvojen osalta erityisesti VaR-luottamustasoilla 99 % ja 99,5 %.

VaR arvot ilman jälleenvakuutusta olivat samaa suuruusluokkaa monien eri jälleenvakuutusratkaisujen VaR arvojen kanssa alhaisemmilla VaR-luottamustasoilla 90 % ja 95 % sekä VaR-luottamustasolla 99 %, jos vertailussa käytettiin hintakertoimella 1.3 kerrottuja hintoja. Kuitenkin 99,5 % VaR-luottamustasolla VaR arvo ilman jälleenvakuutusta oli kaikista jälleenvakuutusratkaisuista korkein.

Nämä arvot voivat antaa suuntaa-antavan tuloksen siitä, miten eri jälleenvakuutus-sopimukset vertaantuvat keskenään, mutta eivät vastaa suoraan kysymykseen, mikä on ensivakuuttajalle edullisin jälleenvakuutus.

Lähteet

- [1] Harrison, Robert L.: *Artikkeli, Introduction To Monte Carlo Simulation*. National Institutes of Health (NIH), 2010.
- [2] Izyurov, Konstantin: *Luentomoniste, Probability theory*. Helsingin yliopisto, Syksy 2023.
- [3] Järvinen, Raija ja Ellola, Pertti: *Kirja, Jälleenvakuutus*. Finanssi- ja vakuutusku-
tannus, 2007.
- [4] Lahti, Kari: *SHV-harjoitustyö, Jälleenvakuutuksen vaikutus pääomavaateen lasken-
nassa Solvenssi II-ympäristössä*. Suomen Aktuaariyhdistys, Kevät 2017.
- [5] Leskelä, Lasse: *Luentomoniste, Stokastiikka ja tilastollinen ajattelu*. Aalto-yliopisto,
Kevät 2021.
- [6] Lledó, Josep ja Pavía, Jose M.: *Artikkeli, Dataset of an actual life-risk insurance
portfolio*. Data in Brief, 2022.
- [7] Mellin, Ilkka: *Luentomoniste, Todennäköisyyslaskenta: Todennäköisyysjakaumia*.
Aalto-yliopisto, 2006.
- [8] Nyrhinen, Harri: *Luentomoniste, Riskiteoria*. Helsingin yliopisto, Syksy 2009.
- [9] Nyrhinen, Harri: *Luentomoniste, Henkivakuutusmatematiikka*. Helsingin yliopisto,
Syksy 2014.
- [10] Raychaudhuri, Samik: *Artikkeli, Introduction To Monte Carlo Simulation*. Winter
Simulation Conference, 2008.
- [11] Salminen, Samu: *Pro gradu: Gompertz-kuolevuusmallin laajennus työntekijät eläke-
laissa (TyEL)*. Helsingin Yliopisto, 2015.
- [12] Sirén, Tarja: *Tekninen raportti, Henkivakuutusyhtiöiden kuolevuustutkimus K2012*.
Finanssivalvonta, 2012.

- [13] Sweeting, Paul: *Kirja, Financial Enterprise Risk Management*. Cambridge University Press, 2011.
- [14] Vikman, Eki: *SHV-harjoitustyö, Vakuutusmäärän vaikutuksesta ensi- ja jälleenvakuutuksen hintaan*. Suomen Aktuaariyhdistys, Kevät 2017.

Liite A. Simulaatiotutkimuksessa käytetty R koodi

A.1 Alkuperäisen aineiston lataaminen ja muokkaaminen

```
# Ladataan tarvittavat kirjastot koodissa käytettäviä komentoja varten
library(MASS)
library(mclust)
library(readxl)
library(writexl)
library(imager)
library(dplyr)
library(ggplot2)
library(reshape2)

# Alustetaan satunnaislukugeneraattori
set.seed(42)

# Asetetaan lukujen tulostamisen ja kirjaamisen oletusasetukseksi
# kokonais- ja desimaaliluvut kymmenpotenssin sijaan
options(scipen = 1000000)

# Asetetaan työkansio
setwd("C:/...")

# Tuodaan tutkimusaineiston henkivakuutuskanta R studioon
# Aineisto löytyy osoitteesta:
# https://www.openicpsr.org/openicpsr/project/178881/version/V1/view
portfolio <- read_excel("Portlofio.xlsx")

# Poistetaan turhat sarakkeet
portfolio <- subset(portfolio, select = -c(Effecitive_Date,
  Renewal_Date, Age, t, x, r, s, Age_actuarial_quarter,
  Month, Birthday))

# Muutetaan syntymäpäivä syntymävuodeksi
```

```
portfolio$Birth_Date <- substring(portfolio$Birth_Date, 1, 4)

# Muutetaan sarakkeiden nimet suomenkielisiksi
colnames(portfolio)[2] = "Sukupuoli"
colnames(portfolio)[3] = "Syntymävuosi"
colnames(portfolio)[4] = "Korvaussumma"
colnames(portfolio)[5] = "Ikä"
```

A.2 Jakaumien sovittaminen

```
# Sovitetaan logaritminormaalijakauma korvaussummille
sovitettu <- fitdistr(portfolio$Korvaussumma, "lognormal")

# Sovitetaan normaalijakauma i'ille
sovitetut <- fitdistr(portfolio$Ikä, "normal")
```

A.3 Aineiston simulointi

```
# Muodostetaan simuloitu aineisto
# Luodaan taulukko 76 102 vakuutetulle ja lisätään ID sarake
aineisto <- data.frame(ID = 1:76102)

# Lasketaan alkuperäisen aineiston miesten ja naisten osuudet
miehet <- sum(portfolio$Sukupuoli %in% "M" ) / nrow(portfolio)
naiset <- 1 - miehet

# Arvotaan sukupuolet vakuutetuille (Mies = M = 0, Nainen = F = 1),
# kun miehiä on 62,62... % ja naisia 37,38... %
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  n <- runif(1)
  if (n < miehet) {
    aineisto$Sukupuoli[i] <- 0
  } else {
    aineisto$Sukupuoli[i] <- 1
  }
}

# Arvotaan vakuutetuille iät sovitetusta normaalijakaumasta
```

```
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  n <- runif(1)
  # Asetetaan vakuutetuille alaikäraja 18 ja yläikäraja 79
  aineisto$Ikä[i] <- max(18, min(79, round(qnorm(p = n,
    mean = sovitettut$estimate["mean"], sd = sovitettut$estimate["sd"],
    lower.tail = TRUE, log.p = FALSE))))
}

# Arvotaan vakuutetuille korvaussummat sovitetusta
# log-normaalijakaumasta
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  n <- runif(1)
  aineisto$Korvaussumma[i] <- max(7000, round(qlnorm(p = n,
    meanlog = sovitettu$estimate["meanlog"],
    sdlog = sovitettu$estimate["sdlog"],
    lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)))
}

# Lisätään suuria korvaussummia, jotta simuloitu aineisto
# muistuttaisi enemmän alkuperäistä aineistoa
aineisto$Korvaussumma[1] <- 3010000
aineisto$Korvaussumma[2] <- 2000000
aineisto$Korvaussumma[3:10] <- 1200000
aineisto$Korvaussumma[11:20] <- 1100000
aineisto$Korvaussumma[21:30] <- 1000000

# Luodaan syntymävuodelle sarake ajanhetkelle 31.12.2023
aineisto$Syntymävuosi <- 2023 - aineisto$Ikä

# Tallennetaan aineisto Excel-tiedostoon
write_xlsx(aineisto, "tutkimusaineisto.xlsx")
```

A.4 Lisätään kuolintodennäköisyydet aineistoon

A.4.1 Määritetään kuolevuusmalli

```
# Muodostetaan Makeham -kuolevuusfunktioita varten sukupuolesta "sp"
# (miehet = 0, naiset = 1) ja syntymävuodesta "sv" riippuvat
```

```
# funktiot a1 ja c1. Merkitään yhden vuoden kuolintodennäköisyyden
# laskemisessa integroitavaa muuttujaa kirjaimella "u".

# Funktio a1
a1 <- function(sv, sp) {
  if (sp == 0){
    return(10 ^ (-5) * 0.744 * (2070 - (sv)))
  } else if (sp == 1) {
    return(10 ^ (-5) * 0.206 * (2019 - (sv)))
  }
}

# Funktio c1
c1 <- function(u, sv, sp) {
  if (sp == 0){
    return(0.05438 * (1716 - sv) + 0.000533 * (sv - 1719) * u -
    0.000217 * (sv - 1843) * max(0, u - 81))
  } else if (sp == 1) {
    return(-11.51 + 0.000316 * (2253 - sv) * u + 0.000783 *
    (sv - 1916) * max(0, u - 71))
  }
}

# Kuolevuudet esitetään Suomen Pankin K2004 tutkimuksessa muodossa
# max(0.0001, a1(sv, sp))+exp(c1(u, sv, sp))
# edellä määritettyjä funktioita a1 ja c1 käyttäen.

# Funktiolla kuolin.tn(x, sv, sp) lasketaan tietyn ikäisen ja
# tiettyä sukupuolta edustavan henkilön yhden vuoden
# kuolintodennäköisyys. Tämä tehdään laskemalla ensin kuolevuus mu,
# jonka avulla määritetään jäljellä olevan elinajan kertymäfunktio
#  $F_x(1) = q_x = 1 - \exp(-\int_x^{\infty} \mu(u) du)$ 

kuolin.tn <- function(x, sv, sp){
  mu <- function(u){
    out <- max(0.0001, a1(sv, sp)) + exp(c1(u, sv, sp))
  }
}
```

```
integration <- (integrate(Vectorize(mu), lower = x, upper = x + 1))
return(1 - exp(-integration$value))
}
```

A.4.2 Lisätään kuolintodennäköisyydet aineistoon

```
# Lasketaan kuolintodennäköisyydet kaikille vakuutetuille
# ja lisätään ne simuloituun aineistoon
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  n <- kuolin.tn(aineisto$Ikä[i], aineisto$Syntymävuosi[i],
  aineisto$Sukupuoli[i])
  aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i] <- n
}

# Lisätään sarake tapahtuneille kuolemille ja asetetaan oletukseksi 0
aineisto$KuolemaTapahtui <- 0

# Tallennetaan aineisto Excel-tiedostoon
write_xlsx(aineisto, "tutkimusaineisto_kuolin_tn.xlsx")
```

A.5 Simuloidaan kuolleet ja kokonaiskorvausmeno

```
# Lasketaan taulukkoihin kuolleiden määrä ja kokonaiskorvausmeno
# satunnaisille 8000 vuodelle
# 1. Ilman jälleenvakuutusta
# 2. QS -sopimuksilla
# 3. XL -sopimuksilla
# 4. SL -sopimuksilla

# Aloitetaan laskennan kellotus
ptm <- proc.time()

# Luodaan taulukko kokonaiskorvausmenolle
kokonaiskorvausmeno <- data.frame(Kuolleiden.määrä = integer(8000))
# Luodaan taulukko kokonaiskorvausmenolle QS sopimuksilla
QS.kokonaiskorvausmeno <- data.frame(Kuolleiden.määrä = integer(8000))
# Luodaan taulukko kokonaiskorvausmenolle XL sopimuksilla
XL.kokonaiskorvausmeno <- data.frame(Kuolleiden.määrä = integer(8000))
```

```
# Luodaan taulukko kokonaiskorvausmenolle SL sopimuksilla
SL.kokonaiskorvausmeno <- data.frame(Kuolleiden.määrä = integer(8000))

# Arvotaan vuoden aikana kuolleet
for (j in 1:nrow(QS.kokonaiskorvausmeno)) {
  # Pohjustetaan sarakkeeseen KuolemaTapahtui oletusarvoksi 0
  aineisto$KuolemaTapahtui <- 0
  for (i in 1:nrow(aineisto)) {
    n <- runif(n = 1, min = 0, max = 1)
    if (n < aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i]) {
      # Jos kuolema tapahtui, lisätään sarakkeeseen 1
      aineisto$KuolemaTapahtui[i] <- 1
    }
  }
}

# Lisätään kokonaiskorvausmenotaulukoihin kuolleiden määrä eri vuosina
kokonaiskorvausmeno$Kuolleiden.määrä[j] <- sum(aineisto$KuolemaTapahtui)
QS.kokonaiskorvausmeno$Kuolleiden.määrä[j] <- sum(aineisto$KuolemaTapahtui)
XL.kokonaiskorvausmeno$Kuolleiden.määrä[j] <- sum(aineisto$KuolemaTapahtui)
SL.kokonaiskorvausmeno$Kuolleiden.määrä[j] <- sum(aineisto$KuolemaTapahtui)

# Asetetaan p = 0 kuvaamaan kokonaiskorvausmenoa ja summataan
# yhteen vuoden aikana maksettavien korvausten määrä
p <- 0
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$KuolemaTapahtui[i] == 1) {
    p <- p + aineisto$Korvaussumma[i]
  }
}

# Viedään vuoden kokonaiskorvausmeno p
# kokonaiskorvausmenotaulukoihin
kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno[j] <- p
QS.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno[j] <- p
XL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno[j] <- p
SL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno[j] <- p

# Viedään vuoden kokonaiskorvausmenon ensi- ja jälleenvakuuttajien
```

```
# osuudet (25/50/75) QS.kokonaiskorvausmeno taulukkoon
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja25[j] <- p * 0.25
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja75[j] <- p * 0.75
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja50[j] <- p * 0.50
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja50[j] <- p * 0.50
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja75[j] <- p * 0.75
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja25[j] <- p * 0.25

ev50 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan omapidätysosuuksille,
# kun omapidätys on 50000 €
j50 <- 0 # Luodaan muuttuja ensi- ja jälleenvakuuttajien kesken
# jaettavalle osuudelle, kun omapidätys on 50000 €

ev300 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan omapidätysosuuksille,
# kun omapidätys on 300000 €
j300 <- 0 # Luodaan muuttuja ensi- ja jälleenvakuuttajien
# kesken jaettavalle osuudelle, kun omapidätys on 300000 €

# Lasketaan maksajien osuudet edellä luotuihin muuttujiin
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$KuolemaTapahtui[i] == 1) {
    if (aineisto$Korvaussumma[i] < 50000) {
      ev50 <- ev50 + aineisto$Korvaussumma[i]
      ev300 <- ev300 + aineisto$Korvaussumma[i]
    } else if (aineisto$Korvaussumma[i] >= 50000 &
aineisto$Korvaussumma[i] < 300000) {
      j50 <- j50 + aineisto$Korvaussumma[i]
      ev300 <- ev300 + aineisto$Korvaussumma[i]
    } else {
      j50 <- j50 + aineisto$Korvaussumma[i]
      j300 <- j300 + aineisto$Korvaussumma[i]
    }
  }
}

# Viedään QS.kokonaiskorvausmeno taulukkoon vuoden
# kokonaiskorvausmenon ensi- ja jälleenvakuuttajien osuudet
# (25/50/75) omapidätyksellä 50000 €
```

```
QS.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno_op50[j] <- ev50 + j50
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja25_op50[j] <- j50 * 0.25 + ev50
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja75_op50[j] <- j50 * 0.75
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja50_op50[j] <- j50 * 0.50 + ev50
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja50_op50[j] <- j50 * 0.50
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja75_op50[j] <- j50 * 0.75 + ev50
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja25_op50[j] <- j50 * 0.25

# Viedään QS.kokonaiskorvausmeno taulukkoon vuoden
# kokonaiskorvausmenon ensi- ja jälleenvakuuttajien osuudet
# (25/50/75) omapidätyksellä 300000 €
QS.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno_op300[j] <- ev300 + j300
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja25_op300[j] <- j300 * 0.25 + ev300
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja75_op300[j] <- j300 * 0.75
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja50_op300[j] <- j300 * 0.50 + ev300
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja50_op300[j] <- j300 * 0.50
QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja75_op300[j] <- j300 * 0.25 + ev300
QS.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja25_op300[j] <- j300 * 0.25

# Lasketaan maksajat XL sopimuksille
ev100 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan osuudelle, kun
# omapidätys on 100000 €
jv100 <- 0 # Luodaan muuttuja jälleenvakuuttajan osuudelle, kun
# omapidätys on 100000 €
ev500 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan osuudelle, kun
# omapidätys on 500000 €
jv500 <- 0 # Luodaan muuttuja jälleenvakuuttajan osuudelle, kun
# omapidätys on 500000 €
ev1000 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan osuudelle, kun
# omapidätys on 1000000 €
jv1000 <- 0 # Luodaan muuttuja jälleenvakuuttajan osuudelle, kun
# omapidätys on 1000000 €

# Lasketaan maksajien osuudet edellä luotuihin muuttujiin
# XL -sopimuksilla
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$KuolemaTapahtui[i] == 1) {
    if (aineisto$Korvaussumma[i] < 100000) {
```

```
    ev100 <- ev100 + aineisto$Korvaussumma[i]
    ev500 <- ev500 + aineisto$Korvaussumma[i]
    ev1000 <- ev1000 + aineisto$Korvaussumma[i]
  } else if (aineisto$Korvaussumma[i] >= 100000
& aineisto$Korvaussumma[i] < 500000) {
    ev100 <- ev100 + 100000
    jv100 <- jv100 + aineisto$Korvaussumma[i] - 100000
    ev500 <- ev500 + aineisto$Korvaussumma[i]
    ev1000 <- ev1000 + aineisto$Korvaussumma[i]
  } else if (aineisto$Korvaussumma[i] >= 500000
& aineisto$Korvaussumma[i] < 1000000) {
    ev100 <- ev100 + 100000
    jv100 <- jv100 + aineisto$Korvaussumma[i] - 100000
    ev500 <- ev500 + 500000
    jv500 <- jv500 + aineisto$Korvaussumma[i] - 500000
    ev1000 <- ev1000 + aineisto$Korvaussumma[i]
  } else {
    ev100 <- ev100 + 100000
    jv100 <- jv100 + aineisto$Korvaussumma[i] - 100000
    ev500 <- ev500 + 500000
    jv500 <- jv500 + aineisto$Korvaussumma[i] - 500000
    ev1000 <- ev1000 + 1000000
    jv1000 <- jv1000 + aineisto$Korvaussumma[i] - 1000000
  }
}
}

# Viedään XL.kokonaiskorvausmeno taulukkoon vuoden
# kokonaiskorvausmenon ensi- ja jälleenvakuuttajien osuudet
# valituilla omapidätyksillä
XL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno_op100000[j] <- ev100 + jv100
XL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja_op100000[j] <- ev100
XL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja_op100000[j] <- jv100
XL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno_op500000[j] <- ev500+jv500
XL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja_op500000[j] <- ev500
XL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja_op500000[j] <- jv500
XL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno_op1000000[j] <- ev1000 + jv1000
XL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja_op1000000[j] <- ev1000
```

```
XL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja_op1000000[j] <- jv1000

ev10 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan
# omapidätysosuudelle 10000000 €
jv10 <- 0 # Luodaan muuttuja jälleenvakuuttajan
# omapidätysosuudelle 10000000 €

# Lasketaan maksajien osuudet edellä luotuihin muuttujiin
# SL -sopimuksella, kun omapidätys on 10000000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$KuolemaTapahtui[i] == 1) {
    if (ev10 + aineisto$Korvaussumma[i] <= 10000000) {
      ev10 <- ev10 + aineisto$Korvaussumma[i]
    } else if (ev10 < 10000000){
      jv10 <- aineisto$Korvaussumma[i] - (10000000 - ev10)
      ev10 <- 10000000
    } else {
      jv10 <- jv10 + aineisto$Korvaussumma[i]
    }
  }
}

ev15 <- 0 # Luodaan muuttuja ensivakuuttajan
# omapidätysosuudelle 15000000 €
jv15 <- 0 # Luodaan muuttuja jälleenvakuuttajan
# omapidätysosuudelle 15000000 €

# Lasketaan maksajien osuudet edellä luotuihin muuttujiin
# SL -sopimuksella, kun omapidätys on 15000000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$KuolemaTapahtui[i] == 1) {
    if (ev15 + aineisto$Korvaussumma[i] <= 15000000) {
      ev15 <- ev15 + aineisto$Korvaussumma[i]
    } else if (ev15 < 15000000){
      jv15 <- aineisto$Korvaussumma[i] - (15000000 - ev15)
      ev15 <- 15000000
    } else {
      jv15 <- jv15 + aineisto$Korvaussumma[i]
    }
  }
}
```

```
    }
  }

  # Viedään SL.kokonaiskorvausmeno taulukkoon vuoden
  # kokonaiskorvausmenon ensi- ja jälleenvakuuttajien
  # osuudet valituilla omapidätyksillä
  SL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno10[j] <- ev10 + jv10
  SL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja10[j] <- ev10
  SL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja10[j] <- jv10
  SL.kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno15[j] <- ev15 + jv15
  SL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja15[j] <- ev15
  SL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja15[j] <- jv15
}

# Päätetään kellotus ja tulostetaan aika
proc.time() - ptm

# Tallennetaan korvausmenotaulukot Excel -tiedostoiksi
write_xlsx(kokonaiskorvausmeno, "korvausmeno.xlsx")
write_xlsx(QS.kokonaiskorvausmeno, "QS_korvausmeno.xlsx")
write_xlsx(XL.kokonaiskorvausmeno, "XL_korvausmeno.xlsx")
write_xlsx(SL.kokonaiskorvausmeno, "SL_korvausmeno.xlsx")
```

A.6 Arvioidaan jälleenvakuutus sopimusten hintoja

A.6.1 Kokonaiskorvausmenon odotusarvo

```
# Lisätään sarake, jossa on yhden vuoden korvausten odotusarvo
# kullekin vakuutetulle
aineisto$odotusarvo <- 0

# Lasketaan korvausmenon odotusarvo kullekin vakuutetulle
# kertomalla kuoleman todennäköisyys ja korvaussumma keskenään
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  aineisto$odotusarvo[i] <- aineisto$Korvaussumma[i] *
  aineisto$KuolemanTodennaköisyys[i]
}
```

```
# Lasketaan kokonaiskorvausmenon odotusarvo
hinta_kokonaiskorvaus <- sum(aineisto$odotusarvo)
```

A.6.2 QS

```
# Lasketaan kokonaiskorvausmenon odotusarvo jälleenvakuuttajalle
# QS sopimuksilla 25/57, 50/50 ja 75/25 (ensi/jälleen), ja
# kerrotaan se luvuilla 1.1, 1.11, 1.12, ..., 1.3 (kulut yms.)
# jälleenvakuutuksen hinnan arvioimiseksi.

# Viedään hinnan kertoimet listaan
kertoimet <- seq(1.1, 1.3, by = .01)

# Luodaan hintataulukko
hinta_QS <- data.frame(Hintakertoimet = kertoimet, Hinnat25 =
  integer(length(kertoimet)), Hinnat50 = integer(length(kertoimet)),
  Hinnat75 = integer(length(kertoimet)))

# Viedään taulukkoon jälleenvakuutusten hinta-arviot
hinta_QS$Hinnat25 <- sum(aineisto$odotusarvo) * 0.75 * kertoimet
hinta_QS$Hinnat50 <- sum(aineisto$odotusarvo) * 0.5 * kertoimet
hinta_QS$Hinnat75 <- sum(aineisto$odotusarvo) * 0.25 * kertoimet
```

A.6.3 QS omapidätyksellä

```
# Lasketaan hinnat QS sopimuksille 25/57, 50/50 ja 75/25 (ensi/jälleen)
# omapidätyksillä 50000 € ja 300000 €

# Luodaan taulukko JalleenvakuutusQS, johon lasketaan
# jälleenvakuuttajan korvausmenon odotusarvo kullekin
# vakuutetulle
JalleenvakuutusQS <- data.frame(omapidatys.50000 = integer(76102),
  omapidatys.300000 = integer(76102))

# Omapidätys 50000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$Korvaussumma[i] < 50000) {
    JalleenvakuutusQS$omapidatys.50000[i] <- 0
  } else {
```

```
JalleenvakuutusQS$omapidatys.50000[i] <-
  aineisto$Korvaussumma[i] * aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i]
}
}

# Omapidätys 300000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$Korvaussumma[i] < 300000) {
    JalleenvakuutusQS$omapidatys.300000[i] <- 0
  } else {
    JalleenvakuutusQS$omapidatys.300000[i] <-
      aineisto$Korvaussumma[i] * aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i]
  }
}

# Luodaan hintataulukko
hinta_QS_op <- data.frame(Hintakertoimet = kertoimet,
  Hinnat25_op50000 = integer(length(kertoimet)),
  Hinnat50_op50000 = integer(length(kertoimet)),
  Hinnat75_op50000 = integer(length(kertoimet)),
  Hinnat25_op300000 = integer(length(kertoimet)),
  Hinnat50_op300000 = integer(length(kertoimet)),
  Hinnat75_op300000 = integer(length(kertoimet)))

# Viedään taulukkoon jälleenvakuutusten hinta-arviot
hinta_QS_op$Hinnat25_op50000 <- sum(JalleenvakuutusQS$omapidatys.50000) *
  0.75 * kertoimet
hinta_QS_op$Hinnat50_op50000 <- sum(JalleenvakuutusQS$omapidatys.50000) *
  0.5 * kertoimet
hinta_QS_op$Hinnat75_op50000 <- sum(JalleenvakuutusQS$omapidatys.50000) *
  0.25 * kertoimet
hinta_QS_op$Hinnat25_op300000 <- sum(JalleenvakuutusQS$omapidatys.300000) *
  0.75 * kertoimet
hinta_QS_op$Hinnat50_op300000 <- sum(JalleenvakuutusQS$omapidatys.300000) *
  0.5 * kertoimet
hinta_QS_op$Hinnat75_op300000 <- sum(JalleenvakuutusQS$omapidatys.300000) *
  0.25 * kertoimet
```

A.6.4 XL

```
# Lasketaan hinta-arviot XL sopimukset omapidätysrajoilla
# 100000 €, 500000 €, 1000000 €

# Luodaan taulukko JalleenvakuutusXL, johon lasketaan
# jälleenvakuuttajan korvausmenon odotusarvo kullekin
# vakuutetulle
JalleenvakuutusXL <- data.frame(omapidatys.100000 = integer(76102),
                               omapidatys.500000 = integer(76102), omapidatys.1000000 = integer(76102))

# Omapidätys 100000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$Korvaussumma[i] < 100000) {
    JalleenvakuutusXL$omapidatys.100000[i] <- 0
  } else {
    JalleenvakuutusXL$omapidatys.100000[i] <-
      (aineisto$Korvaussumma[i] - 100000) *
      aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i]
  }
}

# Omapidätys 500000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$Korvaussumma[i] < 500000) {
    JalleenvakuutusXL$omapidatys.500000[i] <- 0
  } else {
    JalleenvakuutusXL$omapidatys.500000[i] <-
      (aineisto$Korvaussumma[i] - 500000) *
      aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i]
  }
}

# Omapidätys 1000000 €
for (i in 1:nrow(aineisto)) {
  if (aineisto$Korvaussumma[i] < 1000000) {
    JalleenvakuutusXL$omapidatys.1000000[i] <- 0
  } else {
```

```
JalleenvakuutusXL$omapidatys.1000000[i] <-  
  (aineisto$Korvaussumma[i] - 1000000) *  
  aineisto$KuolemanTodennäköisyys[i]  
}  
}  
  
# Luodaan hintataulukko  
hinta_XL <- data.frame(Hintakertoimet = kertoimet,  
  Hinnat_op100000 = integer(length(kertoimet)),  
  Hinnat_op500000 = integer(length(kertoimet)),  
  Hinnat_op1000000 = integer(length(kertoimet)))  
  
# Viedään taulukkoon jälleenvakuutusten hinta-arviot  
hinta_XL$Hinnat_op100000 <- sum(JalleenvakuutusXL$omapidatys.100000) *  
  kertoimet  
hinta_XL$Hinnat_op500000 <- sum(JalleenvakuutusXL$omapidatys.500000) *  
  kertoimet  
hinta_XL$Hinnat_op1000000 <- sum(JalleenvakuutusXL$omapidatys.1000000) *  
  kertoimet
```

A.6.5 SL

```
# Lasketaan hinta-arviot SL sopimuksille omapidätysrajoilla  
# 10000000 € ja 15000000 €  
  
# Luodaan hintataulukko  
hinta_SL <- data.frame(Hintakertoimet = kertoimet,  
  Hinnat_op10000000 = integer(length(kertoimet)),  
  Hinnat_op15000000 = integer(length(kertoimet)))  
  
# Viedään taulukkoon jälleenvakuutusten hinta-arviot  
hinta_SL$Hinnat_op10000000 <-  
  mean(SL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja10) * kertoimet  
hinta_SL$Hinnat_op15000000 <-  
  mean(SL.kokonaiskorvausmeno$Jälleenvakuuttaja15) * kertoimet
```

A.7 Lasketaan VaR arvoja

A.7.1 Ei jälleenvakuutusta

```
# Määritetään VaR-luottamustasot VaR:n laskemista varten (esim. 95 %)
luottamus1 <- 0.90
luottamus2 <- 0.95
luottamus3 <- 0.99
luottamus4 <- 0.995

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(kokonaiskorvausmeno$Kokonaiskorvausmeno)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value_1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value_2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value_3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value_4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value_1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value_2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle::", Value_3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value_4))
```

A.7.2 QS

```
# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 25/75 (ensi/jälleen)

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja25)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
```

```
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS$Hinnat25))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS$Hinnat25))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS$Hinnat25))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_QS$Hinnat25))

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 50/50 (ensi/jälleen)

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja50)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)
```

```
# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS$Hinnat50))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS$Hinnat50))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS$Hinnat50))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_QS$Hinnat50))

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 75/25 (ensi/jälleen)

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja75)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
```

```

print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
           Value1 + hinta_QS$Hinnat75))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
           Value2 + hinta_QS$Hinnat75))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
           Value3 + hinta_QS$Hinnat75))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS$Hintakertoimet ,"on",
           Value4 + hinta_QS$Hinnat75))

```

A.7.3 QS omapidätyksellä

Omapidätys 50000 €

```

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 25/75 (ensi/jälleen) ja omapidätyksellä 50000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja25_op50)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,

```

```
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
    Value1 + hinta_QS_op$Hinnat25_op50000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
    Value2 + hinta_QS_op$Hinnat25_op50000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
    Value3 + hinta_QS_op$Hinnat25_op50000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
    Value4 + hinta_QS_op$Hinnat25_op50000))

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 50/50 (ensi/jälleen) ja omapidätyksellä 50000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja50_op50)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
```

```
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS_op$Hinnat50_op50000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS_op$Hinnat50_op50000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS_op$Hinnat50_op50000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_QS_op$Hinnat50_op50000))

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 75/25 (ensi/jälleen) ja omapidätyksellä 50000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja75_op50)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:.", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS_op$Hinnat75_op50000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS_op$Hinnat75_op50000))
```

```
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS_op$Hinnat75_op50000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_QS_op$Hinnat75_op50000))
```

Omapidätys 300000 €

```
# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 25/75 (ensi/jälleen) ja omapidätyksellä 300000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja25_op300)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle::", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS_op$Hinnat25_op300000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS_op$Hinnat25_op300000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS_op$Hinnat25_op300000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
```

```
Value4 + hinta_QS_op$Hinnat25_op300000))

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 50/50 (ensi/jälleen) ja omapidätyksellä 300000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja50_op300)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle::", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS_op$Hinnat50_op300000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS_op$Hinnat50_op300000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS_op$Hinnat50_op300000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_QS_op$Hinnat50_op300000))

# Lasketaan VaR Quota share jälleenvakuutukselle osuuksilla
# 75/25 (ensi/jälleen) ja omapidätyksellä 300000 €
```

```
# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(QS.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja75_op300)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_QS_op$Hinnat75_op300000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_QS_op$Hinnat75_op300000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_QS_op$Hinnat75_op300000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_QS_op$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_QS_op$Hinnat75_op300000))
```

A.7.4 XL

```
# Lasketaan VaR Excess of loss jälleenvakuutukselle omapidätyksellä
# 100000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(XL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja_op100000)
```

```
# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_XL$Hinnat_op100000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_XL$Hinnat_op100000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_XL$Hinnat_op100000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_XL$Hinnat_op100000))

# Lasketaan VaR Excess of loss jälleenvakuutukselle omapidätyksellä
# 500000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(XL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja_op500000)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)
```

```
# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value1 + hinta_XL$Hinnat_op500000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value2 + hinta_XL$Hinnat_op500000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value3 + hinta_XL$Hinnat_op500000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
  Value4 + hinta_XL$Hinnat_op500000))

# Lasketaan VaR Excess of loss jälleenvakuutukselle omapidätyksellä
# 1000000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(XL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja_op1000000)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
  "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
```

```
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
    Value1 + hinta_XL$Hinnat_op1000000))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
    Value2 + hinta_XL$Hinnat_op1000000))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
    Value3 + hinta_XL$Hinnat_op1000000))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_XL$Hintakertoimet ,"on",
    Value4 + hinta_XL$Hinnat_op1000000))
```

A.7.5 SL

```
# Lasketaan VaR Stop loss jälleenvakuutukselle omapädyksellä
# 10000000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(SL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja10)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
    "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
```

```
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet , "on",
           Value1, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet , "on",
           Value2, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet , "on",
           Value3, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet , "on",
           Value4, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))

# Lasketaan VaR Stop loss jälleenvakuutukselle omapädytyksellä
# 15000000 €

# Lajitellaan korvausmenot, joista VaR lasketaan
lajiteltu <- sort(SL.kokonaiskorvausmeno$Ensivakuuttaja15)

# Lasketaan VaR eri VaR-luottamustasoilla
Value1 <- quantile(lajiteltu, luottamus1)
Value2 <- quantile(lajiteltu, luottamus2)
Value3 <- quantile(lajiteltu, luottamus3)
Value4 <- quantile(lajiteltu, luottamus4)

# Tulostetaan VaR arvot ilman jälleenvakuutuksen hintaa
print(paste("VaR", luottamus1 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value1))
print(paste("VaR", luottamus2 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value2))
print(paste("VaR", luottamus3 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value3))
print(paste("VaR", luottamus4 * 100,
           "% VaR-luottamustasolla yhden vuoden ajalle:", Value4))

# Tulostetaan VaR arvot, joihin on lisätty jälleenvakuutuksen
# hinta eri kertoimilla
```

```
print(paste("VaR 90 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet ,"on",
  Value1, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
print(paste("VaR 95 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet ,"on",
  Value2, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
print(paste("VaR 99 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet ,"on",
  Value3, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
print(paste("VaR 99.5 % kertoimella", hinta_SL$Hintakertoimet ,"on",
  Value4, "+ jälleenvakuutuksen hinta!"))
```